

# DEA/DR法を用いた事業体の判別予測

杉山 学 末吉俊幸 山田善靖  
東京理科大学 東京理科大学 東京理科大学

## 1. はじめに

DEA (Data Envelopment Analysis) は、近年数多くの研究がなされ、その利用法においても様々な議論がなされており、かなり応用範囲の広い手法であると考えてよい。日本においても DEA の研究 (e.g., [3, 4, 5]) が活発に行われ話題となっている。

DEA では、分析対象となる事業体と全事業体群との相対比較を行い、DEA 効率値を算出している。そして、この DEA 効率値の値によって、‘効率的’か‘非効率的’かを判定している。言い替えると、DEA は各事業体に対して、効率的か非効率的かを判別するものであると考えられる。さらに、現実の意思決定をせまられる経営者の意識としても、DEA を行った結果が結局、‘効率的である’のか‘非効率的である’のかが興味の中心事項である。なぜなら、経営者にとっては、DEA 効率値が“0.9”であろうが、“0.8”であろうがその差はあまり問題ではないことが多いからである。従って、本論文では経営者の立場に立った DEA の利用法を考える。

本論文では、既存の事業体群が DEA で一度解かれた後に、新しい事業体の経営実績が経営者に突きつけられた場合を考える。この場合、その新しい事業体をもとの事業体群に入れ込んで、DEA 分析を行うのでは時間と手間がかかる。従って、新しい事業体に対して効率的か非効率的かだけを簡単に判別予測する方法を考える必要がある。さて、ある事業体をいくつかのグループに判別する数理モデルとして、DR (Discriminant Regression) が論文 [2] の中で提案されているので、本論文では DEA とこの DR を組み合わせた DEA/DR 法を提案し、新たに加わる事業体に対して、効率的か非効率的かを判別予測する新しいアプローチを提示する。

本論文の構成は次のようになっている。まず 2 章では、新たな数理モデルとして DEA/DR 法を提案する。3 章では、本論文で提案する DEA/DR 法を用いて、具体的に新たに加わる DMU が効率的か非効率的かを判別し予測する方法を示す。4 章では、本論文で提案する方法を 2 つの例題に適用する。最後に 5 章では、本論文をまとめ、将来の研究課題を検討する。

## 2. DEA/DR 法の提案

本論文では、最初に Charnes, Cooper らの論文 [1] で提案された CCR モデル (DEA の基本モデル) を用いて議論を展開する。ここで、DMU (Decision Making Unit : 事業体) は “ $n$ ” 個あり、各 DMU $_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) の “ $m$ ” 種の入力データは  $x_{ij} > 0$  ( $i = 1, \dots, m$ )、 “ $s$ ” 種の出力データは  $y_{rj} > 0$  ( $r = 1, \dots, s$ ) とする。なお、この CCR モデルの記述は省略する。そして、DEA 効率的 (DEA-efficient) と判定された DMU の集合を “ $E$ ” と表現し、DEA 非効率的 (DEA-inefficient) と判定された DMU の集合を “ $IE$ ” と表現する。

DEA で既存の事業体群 ( $n$  個) を  $E$  と  $IE$  に分けた後、論文 [2] で提案されている DR をそれらの 2 つのグループに応用する。DR の詳しい記述は論文 [2] で示されているので、ここでは必要最小限の記述にとどめる。本論文では、この DR を基に DEA の特徴を考慮に入れて、以下のように入力と出力別に定式化する。

入力に対する DR は、

$$\begin{aligned} & \text{最小化} \quad \sum_{j \in E} d_j, \\ & \text{制約} \quad \sum_{i=1}^m v_i^E x_{ij} + d_j = C^{\text{in}}, \quad (j \in E), \\ & \quad v_i^E \geq \varepsilon, \quad (i = 1, \dots, m), \\ & \quad d_j \geq 0, \quad (j \in E), \end{aligned} \quad (1)$$

と、

$$\begin{aligned} & \text{最小化} \quad \sum_{j \in IE} d_j, \\ & \text{制約} \quad \sum_{i=1}^m v_i^E x_{ij} - d_j = C^{\text{in}}, \quad (j \in IE), \\ & \quad v_i^E \geq \varepsilon, \quad (i = 1, \dots, m), \\ & \quad d_j \geq 0, \quad (j \in IE), \end{aligned} \quad (2)$$

となり、 $C^{\text{in}}$  は任意の判別定数 (Cut-off point) である。(1) では、効率的な DMU のグループ全体に対して、効率的となる入力値の上限の判別式を求め、(2) では、非効率的な DMU のグループ全体に対して、非効率的となる入力値の下限の判別式を求めている。

さらに、出力に対する DR は、

$$\begin{aligned}
& \text{最小化} \sum_{j \in E} d_j, \\
& \text{制約} \sum_{r=1}^s u_r^E y_{rj} - d_j = C^{\text{out}}, \quad (j \in E), \\
& u_r^E \geq \varepsilon, \quad (r = 1, \dots, s), \\
& d_j \geq 0, \quad (j \in E),
\end{aligned} \tag{3}$$

と、

$$\begin{aligned}
& \text{最小化} \sum_{j \in IE} d_j, \\
& \text{制約} \sum_{r=1}^s u_r^{IE} y_{rj} + d_j = C^{\text{out}}, \quad (j \in IE), \\
& u_r^{IE} \geq \varepsilon, \quad (r = 1, \dots, s), \\
& d_j \geq 0, \quad (j \in IE),
\end{aligned} \tag{4}$$

となり、 $C^{\text{out}}$  は任意の判別定数である。(3)では、効率的な DMU のグループ全体に対して、効率的となる出力値の下限の判別式を求め、(4)では、非効率的な DMU のグループ全体に対して、非効率的となる出力値の上限の判別式を求めている。なお、 $C^{\text{in}}$  や  $C^{\text{out}}$  の値によって判別結果が左右されることはないが、求めたい係数  $v_i^E, v_i^{IE} (i = 1, \dots, m)$ 、 $u_r^E, u_r^{IE} (r = 1, \dots, s)$  の大きさには変化がある。また、 $d_j$  は任意の判別定数と判別式との差を表現している。

### 3. DEA/DR 法によるクラス分けからの判別予測

本章では、新たに加わる DMU ( $DMU_a$ ) が、効率的か非効率的かを判別し予測するための具体的な方法を述べる。本論文で提案する DEA/DR 法では、始めに DEA を使い、次に DR を活用する。

まず始めに、新たに加わる DMU<sub>a</sub> に対して、前章で提案した DR によって、入力と出力別に効率的か非効率的かを判定するための判別式を求める。ここで、それぞれ入力と出力別に求められた、効率的な DMU に基づく判別式と非効率的な DMU に基づく判別式が、オーバーラップしているかを検証する。オーバーラップが存在する場合にはその対処を行う必要がある。これを行わないと信頼性の低い判別の予測になってしまうからである。さて、この“オーバーラップ”とは2つに分けられたグループが重なり合った部分を持つ状態を意味し、数学的には次のように考えられる。

[入力に関するオーバーラップの判定]

$$\begin{aligned}
& \text{(ai)} \quad \forall j \in E, \sum v_i^E x_{ij} < C^{\text{in}} \text{ かつ}, \\
& \quad \forall j \in IE, \sum v_i^E x_{ij} > C^{\text{in}} \\
& \quad \text{であれば、オーバーラップは存在しない。}
\end{aligned}$$

(bi) それ以外では、オーバーラップは存在しうる。

[出力に関するオーバーラップの判定]

$$\begin{aligned}
& \text{(ao)} \quad \forall j \in E, \sum u_r^{IE} y_{rj} > C^{\text{out}} \text{ かつ}, \\
& \quad \forall j \in IE, \sum u_r^E y_{rj} < C^{\text{out}} \\
& \quad \text{であれば、オーバーラップは存在しない。}
\end{aligned}$$

(bo) それ以外では、オーバーラップは存在しうる。

ここで以下に、オーバーラップを簡単に図示する。

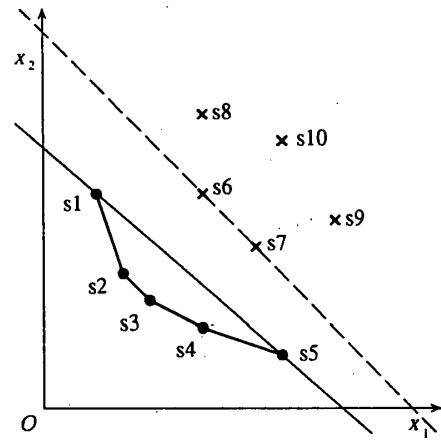


図 1: 入力に関するオーバーラップなし

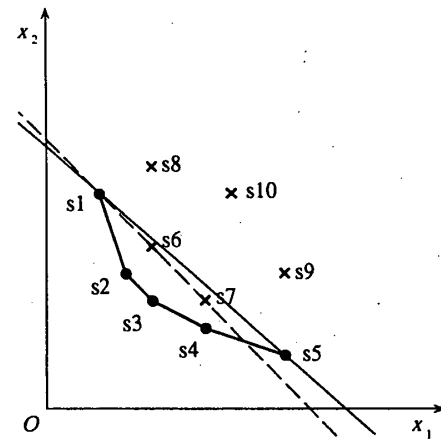


図 2: 入力に関するオーバーラップあり

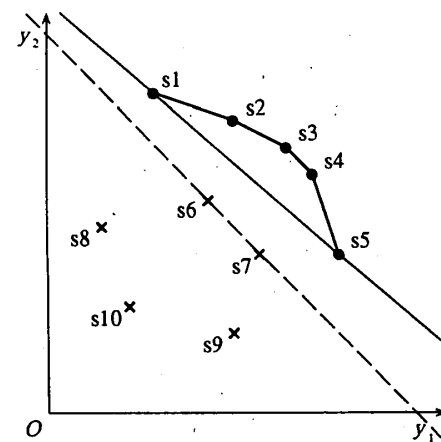


図 3: 出力に関するオーバーラップなし

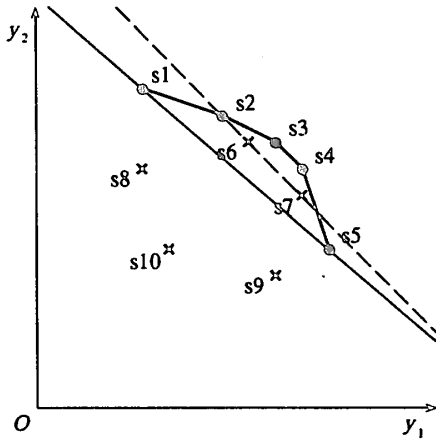


図 4: 出力に関するオーバーラップあり

なお、○は DEA 効率的な DMU を表し、× は DEA 非効率的な DMU を表す。

[オーバーラップが存在する場合の対処]

- 入力の場合は、 $\forall j \in E$  のなかで、 $\sum v_i^E x_{ij} = C^{in}$  となる DMU<sub>j</sub> を、DR を行う際に用いる集合  $E$  から一時的にぬく。
- 出力の場合は、 $\forall j \in E$  のなかで、 $\sum u_r^E y_{rj} = C^{out}$  となる DMU<sub>j</sub> を、DR を行う際に用いる集合  $E$  から一時的にぬく。

この結果できる集合  $E'$  を用いて再度 DR を行い、オーバーラップが存在しなくなったことを確認したうえで、求めた判別式によって効率的か非効率的かを判別し予測する。なお、この操作を繰り返し行い、完全にオーバーラップを無くすよりは、ある程度オーバーラップが存在する状況の方が実用的である場合が多い。そこで、この操作は数回程度を限度にすべきであると考ええる。

上記の操作は、信頼性の低い判別予測になる原因の 1 つとしてあげられる、特異な活動を行う効率的な DMU を集合  $E$  から排除するために行うものである。

次に、新たに加わる DMU<sub>a</sub> を入力と出力の両面から、効率的か非効率的かを判別し予測するために、次のような 4 つのクラス分け (A, B, C, D) を行う。

[4 つのクラス分けからの判別予測]

- A) 入力、出力ともに効率的 ( $\sum v_i^E x_{ia} \leq C^{in}$ ,  $\sum u_r^E y_{ra} \geq C^{out}$ ) と判別された DMU<sub>a</sub> は、総合的に両面から判断しても“効率的”と予測される。
- B) 入力に関しては効率的 ( $\sum v_i^E x_{ia} \leq C^{in}$ )、出力に関しては非効率的 ( $\sum u_r^E y_{ra} < C^{out}$ ) と判別された DMU<sub>a</sub> は、総合的に両面から判断して“どちらとも判別できない”と予測される。

C) 入力に関しては非効率的 ( $\sum v_i^E x_{ia} > C^{in}$ )、出力に関しては効率的 ( $\sum u_r^E y_{ra} \geq C^{out}$ ) と判別された DMU<sub>a</sub> は、総合的に両面から判断して“どちらとも判別できない”と予測される。

D) 入力、出力ともに非効率的 ( $\sum v_i^E x_{ia} > C^{in}$ ,  $\sum u_r^E y_{ra} < C^{out}$ ) と判別された DMU<sub>a</sub> は、総合的に両面から判断しても“非効率的”と予測される。

表 1: 4 つのクラス分け

入力	出力	
	効率的 ( $\sum u_r^E y_{ra} \geq C^{out}$ )	非効率的 ( $\sum u_r^E y_{ra} < C^{out}$ )
効率的 ( $\sum v_i^E x_{ia} \leq C^{in}$ )	A (効率的)	B (判別できない)
非効率的 ( $\sum v_i^E x_{ia} > C^{in}$ )	C (判別できない)	D (非効率的)

以上の 4 つのクラス分けから、新たに加わる DMU<sub>a</sub> が効率的か非効率的かを判別し予測する。

4. 例題

4.1 例題 1

既存の DMU は s1 から s10 であり、新規に加わる DMU<sub>a</sub> の候補は n1 から n4 の中の 1 つであるとする。入出力データは、表 2 に示した値を用いる。

表 2: 入出力データ 1

	既存の DMU				新規の DMU				
	x <sub>1j</sub>	x <sub>2j</sub>	y <sub>1j</sub>	y <sub>2j</sub>	x <sub>1j</sub>	x <sub>2j</sub>	y <sub>1j</sub>	y <sub>2j</sub>	
s1	1.0	4.0	2.5	9.0	n1	2.5	1.7	4.6	8.3
s2	1.5	2.5	4.1	8.5	n2	3.0	3.0	7.5	12.0
s3	2.0	2.0	5.0	8.0	n3	2.0	4.0	3.5	6.5
s4	3.0	1.5	5.5	7.5	n4	4.5	6.5	1.5	2.5
s5	4.5	1.0	6.0	6.0					
s6	3.5	6.5	1.5	3.0					
s7	6.5	3.0	2.0	2.5					
s8	3.0	8.0	1.0	2.5					
s9	5.5	5.5	1.5	2.0					
s10	5.0	7.0	1.0	2.0					

既存の DMU に対して、DEA の CCR モデルで評価を行った結果は、表 3 のようになった。

表 3: 既存の DMU の DEA 効率値 1

	DEA 効率値	参照集合		DEA 効率値	参照集合
s1	1.0000	—	s6	0.1568	s2
s2	1.0000	—	s7	0.1744	s4, s5
s3	1.0000	—	s8	0.1251	s1, s2
s4	1.0000	—	s9	0.1091	s3
s5	1.0000	—	s10	0.0800	s2, s3

以上の結果から、DEA 効率的と判定された DMU の集合は、 $E = \{s1, s2, s3, s4, s5\}$  となり、DEA 非効率的

と判定された DMU の集合は、 $IE = \{s6, s7, s8, s9, s10\}$  となった。そして、 $C^{in}, C^{out}$  を 10 と設定して、DR を行った。その結果は、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 v_i^E x_{ij} &= 1.7647 x_{1j} + 2.0588 x_{2j}, \\ \sum_{i=1}^2 v_i^{IE} x_{ij} &= 1.1023 x_{1j} + 0.9449 x_{2j}, \\ \sum_{r=1}^2 u_r^E y_{rj} &= 0.7692 y_{1j} + 0.8974 y_{2j}, \\ \sum_{r=1}^2 u_r^{IE} y_{rj} &= 2.2222 y_{1j} + 2.2222 y_{2j}, \end{aligned} \quad (5)$$

である。そして、既存の DMU の判別値 ( $\sum v_i^E x_{ij}$ ,  $\sum v_i^{IE} x_{ij}$ ,  $\sum u_r^E y_{rj}$ ,  $\sum u_r^{IE} y_{rj}$ ) は、表 4 のようにまとめられる。

表 4: 既存の DMU の判別値 1

	$\sum v_i^E x_{ij}$	$\sum v_i^{IE} x_{ij}$	$\sum u_r^E y_{rj}$	$\sum u_r^{IE} y_{rj}$
s1	10.0000	4.8819	10.0000	25.5556
s2	7.7941	4.0157	10.7821	28.0000
s3	7.6471	4.0945	11.0256	28.8889
s4	8.3824	4.7244	10.9615	28.8889
s5	10.0000	5.9055	10.0000	26.6667
s6	19.5588	10.0000	3.8462	10.0000
s7	17.6471	10.0000	3.7821	10.0000
s8	21.7647	10.8661	3.0128	7.7778
s9	21.0294	11.2598	2.9487	7.7778
s10	23.2353	12.1260	2.5641	6.6667

ここでまず、それぞれ入力と出力別に求められた、効率的な DMU に基づく判別式と非効率的な DMU に基づく判別式が、オーバーラップしているかを表 4 の結果から検証する。入力に関するオーバーラップの判定は、s1, s2, s3, s4, s5 に対して  $\sum v_i^E x_{ij} < 10$ 、かつ、s6, s7, s8, s9, s10 に対して  $\sum v_i^E x_{ij} > 10$  であるので、オーバーラップは存在しないと判断できる。出力に関するオーバーラップの判定は、s1, s2, s3, s4, s5 に対して  $\sum u_r^E y_{rj} > 10$ 、かつ、s6, s7, s8, s9, s10 に対して  $\sum u_r^E y_{rj} < 10$  であるので、オーバーラップは存在しないと判断できる。

表 5: 新規の DMU の判別値 1

	$\sum v_i^E x_{ia}$	$\sum u_r^E y_{ra}$	$\sum v_i^E x_{ia}$	$\sum u_r^E y_{ra}$	
n1	7.9118	10.9872	n3	11.7647	8.5256
n2	11.4706	16.5385	n4	21.3235	3.3974

ついで、新たに加わる DMU<sub>a</sub> の候補 (n1, n2, n3, n4) を入力と出力の両面から、効率的か非効率的かを表 5 の結果から判別し予測する。候補 n1 の場合は、 $\sum v_i^E x_{ia} \leq 10$ ,  $\sum u_r^E y_{ra} \geq 10$  となり、入力、出力ともに効率的と判別され A と分類されるので、総合的に判

断しても“効率的”と予測される。候補 n2 の場合は、 $\sum v_i^E x_{ia} > 10$ ,  $\sum u_r^E y_{ra} \geq 10$  となり、入力に関しては非効率的、出力に関しては効率的と判別され C と分類されるので、総合的に判断して“どちらとも判別できない”と予測される。候補 n3 の場合は、 $\sum v_i^E x_{ia} > 10$ ,  $\sum u_r^E y_{ra} < 10$  となり、入力、出力ともに非効率的と判別され D と分類されるので、総合的に判断しても“非効率的”と予測される。候補 n4 の場合は、 $\sum v_i^E x_{ia} > 10$ ,  $\sum u_r^E y_{ra} < 10$  となり、入力、出力ともに非効率的と判別され D と分類されるので、総合的に判断しても“非効率的”と予測される。

新たに加わる DMU<sub>a</sub> の候補 (n1, n2, n3, n4) を既存の DMU 群 (s1 から s10 まで) に追加し、DEA の CCR モデルで再評価を行った結果は、表 6 のようになった。

表 6: 新規の DMU の DEA 効率値 1

	DEA 効率値	参照集合		DEA 効率値	参照集合
n1	1.0000	—	n3	0.6402	s2
n2	1.0000	—	n4	0.1255	s2, s3

各候補に対する予測結果と実際の結果である表 6 を比較してみると、候補 n2 の予測がつかなかった以外は、予測が的中したことがわかる。また、なぜ候補 n2 の予測ができなかったのかということ、その活動規模がかなり異なるからであると考えられる。実際に、効率的な各 DMU (s1, s2, s3, s4, s5) の入出力値と比べると、約 2 倍程度値が大きくなっている。つまり、本論文で提案した判別予測の方法では、入力と出力別に値の絶対量をもって、効率的か非効率的かを判別しているのに対し、DEA では、出力/入力という比率値で評価をしている点に起因していると考えられる。

## 4.2 例題 2

例題 1 と同様に、既存の DMU は s1 から s10 であり、新規に加わる DMU<sub>a</sub> の候補は n1 から n4 の中の 1 つであるとする。しかし、例題 1 では効率的な DMU に基づく判別式と非効率的な DMU に基づく判別式の間に、オーバーラップが存在しなかった。そこで、例題 2 ではオーバーラップが存在するような場合を考えるために、非効率的な DMU の集合  $IE = \{s6, s7, s8, s9, s10\}$  のみを変更する。従って入出力データは、表 7 に示した値を用いる。

既存の DMU に対して、DEA の CCR モデルで評価を行った結果は、表 8 のようになった。

以上の結果から、DEA 効率的と判定された DMU の

表 7: 入出力データ 2

既存の DMU				新規の DMU			
$x_{1j}$	$x_{2j}$	$y_{1j}$	$y_{2j}$	$x_{1j}$	$x_{2j}$	$y_{1j}$	$y_{2j}$
(s1~s5 は同じ)				(n1~n4 は同じ)			
s6	2.0	3.0	4.5	8.0			
s7	3.0	2.0	5.5	7.0			
s8	2.0	4.5	2.5	7.5			
s9	4.5	2.5	5.0	5.5			
s10	3.5	4.0	3.0	6.0			

表 8: 既存の DMU の DEA 効率値 2

DEA 効率値	参照集合	DEA 効率値	参照集合
s1	1.0000	—	s6
s2	1.0000	—	s7
s3	1.0000	—	s8
s4	1.0000	—	s9
s5	1.0000	—	s10

集合は、 $E = \{s1, s2, s3, s4, s5\}$  となり、DEA 非効率的と判定された DMU の集合は、 $IE = \{s6, s7, s8, s9, s10\}$  となった。そして、 $C^{in}, C^{out}$  を 10 と設定して、DR を行った。その結果は、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 v_i^E x_{ij} &= 1.7647 x_{1j} + 2.0588 x_{2j}, \\ \sum_{i=1}^2 v_i^{IE} x_{ij} &= 2.0000 x_{1j} + 2.0000 x_{2j}, \\ \sum_{r=1}^2 u_r^E y_{rj} &= 0.7692 y_{1j} + 0.8974 y_{2j}, \\ \sum_{r=1}^2 u_r^{IE} y_{rj} &= 0.8000 y_{1j} + 0.8000 y_{2j}, \end{aligned} \quad (6)$$

である。そして、既存の DMU の判別値 ( $\sum v_i^E x_{ij}$ ,  $\sum v_i^{IE} x_{ij}$ ,  $\sum u_r^E y_{rj}$ ,  $\sum u_r^{IE} y_{rj}$ ) は、表 9 のようにまとめられる。

表 9: 既存の DMU の判別値 2-1

	$\sum v_i^E x_{ij}$	$\sum v_i^{IE} x_{ij}$	$\sum u_r^E y_{rj}$	$\sum u_r^{IE} y_{rj}$
s1	10.0000	10.0000	10.0000	9.2000
s2	7.7941	8.0000	10.7821	10.0800
s3	7.6471	8.0000	11.0256	10.4000
s4	8.3824	9.0000	10.9615	10.4000
s5	10.0000	11.0000	10.0000	9.6000
s6	9.7059	10.0000	10.6410	10.0000
s7	9.4118	10.0000	10.5128	10.0000
s8	12.7941	13.0000	8.6538	8.0000
s9	13.0882	14.0000	8.7821	8.4000
s10	14.4118	15.0000	7.6923	7.2000

ここでまず、それぞれ入力と出力別に求められた、効率的な DMU に基づく判別式と非効率的な DMU に基づく判別式が、オーバーラップしているかを表 9 の結果から検証する。入力に関するオーバーラップの判定は、s1, s2, s3, s4, s5 に対して全てが  $\sum v_i^E x_{ij} < 10$

ではなく、また、s6, s7, s8, s9, s10 に対しても全てが  $\sum v_i^E x_{ij} > 10$  でないので、オーバーラップが存在すると判断できる。出力に関するオーバーラップの判定は、s1, s2, s3, s4, s5 に対して全てが  $\sum u_r^{IE} y_{rj} > 10$  ではなく、また、s6, s7, s8, s9, s10 に対しても全てが  $\sum u_r^E y_{rj} < 10$  でないので、オーバーラップが存在すると判断できる。

そこで、入力の場合は、 $\forall j \in E$  のなかで、 $\sum v_i^E x_{ij} = 10$  となる DMU<sub>j</sub> (つまり、s1 と s5) を集合 E から一時的にぬく。出力の場合は、 $\forall j \in E$  のなかで、 $\sum u_r^E y_{rj} = 10$  となる DMU<sub>j</sub> (つまり、s1 と s5) を集合 E から一時的にぬく。よって、この結果求まる集合を新たに  $E' = \{s2, s3, s4\}$  とする。そして、この  $E'$  を用いて再度 DR を行った結果は、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 v_i^{E'} x_{ij} &= 1.9048 x_{1j} + 2.8571 x_{2j}, \\ \sum_{i=1}^2 v_i^{IE} x_{ij} &= 2.0000 x_{1j} + 2.0000 x_{2j}, \\ \sum_{r=1}^2 u_r^{E'} y_{rj} &= 0.6250 y_{1j} + 0.8750 y_{2j}, \\ \sum_{r=1}^2 u_r^{IE} y_{rj} &= 0.8000 y_{1j} + 0.8000 y_{2j}, \end{aligned} \quad (7)$$

である。そして、既存の DMU の判別値 ( $\sum v_i^{E'} x_{ij}$ ,  $\sum v_i^{IE} x_{ij}$ ,  $\sum u_r^{E'} y_{rj}$ ,  $\sum u_r^{IE} y_{rj}$ ) は、表 10 のようにまとめられる。

表 10: 既存の DMU の判別値 2-2

	$\sum v_i^{E'} x_{ij}$	$\sum v_i^{IE} x_{ij}$	$\sum u_r^{E'} y_{rj}$	$\sum u_r^{IE} y_{rj}$
s1	13.3333	10.0000	9.4375	9.2000
s2	10.0000	8.0000	10.0000	10.0800
s3	9.5238	8.0000	10.1250	10.4000
s4	10.0000	9.0000	10.0000	10.4000
s5	11.4286	11.0000	9.0000	9.6000
s6	12.3810	10.0000	9.8125	10.0000
s7	11.4286	10.0000	9.5625	10.0000
s8	16.6667	13.0000	8.1250	8.0000
s9	15.7143	14.0000	7.9375	8.4000
s10	18.0952	15.0000	7.1250	7.2000

ここで同様にまず、オーバーラップしているかを表 10 の結果から検証すると、オーバーラップが存在しなくなった。

表 11: 新規の DMU の判別値 2

	$\sum v_i^{E'} x_{ia}$	$\sum u_r^{E'} y_{ra}$		$\sum v_i^{E'} x_{ia}$	$\sum u_r^{E'} y_{ra}$
n1	9.6190	10.1375	n3	15.2381	7.8750
n2	14.2857	15.1875	n4	27.1429	3.1250

ついで、新たに加わる DMU<sub>a</sub> の候補 (n1, n2, n3, n4) を入力と出力の両面から、効率的か非効率的かを表 11 の結果から判別し予測する。例題 1 と同様に次のようになる。候補 n1 の場合は、A と分類され“効率的”と予測される。候補 n2 の場合は、C と分類され“どちらとも判別できない”と予測される。候補 n3 の場合は、D と分類され“非効率的”と予測される。候補 n4 の場合は、D と分類され“非効率的”と予測される。

例題 1 と同様に、新たに加わる DMU<sub>a</sub> の候補 (n1, n2, n3, n4) を既存の DMU 群 (s1 から s10 まで) に追加し、DEA の CCR モデルで再評価を行った結果は、表 12 のようになった。

表 12: 新規の DMU の DEA 効率値 2

	DEA 効率値	参照集合		DEA 効率値	参照集合
n1	1.0000	—	n3	0.6402	s2
n2	1.0000	—	n4	0.1255	s2, s3

各候補に対する予測結果と実際の結果である表 12 を比較してみると、例題 1 と同様に候補 n2 の予測がつかない以外は、予測が的中したことがわかる。

#### 4.3 例題の考案

例題 1,2 などから、本論文で提案した判別予測方法の問題点を考えると、以下のような点があげられる。

##### [DR を行う段階]

- 特異な活動を行う効率的な DMU が存在する状況では、オーバーラップが起りやすく、信頼性の低い判別予測になる可能性がある。
- 活動規模が極端に異なる DMU が多数存在する状況では、オーバーラップが起りやすく、信頼性の低い判別予測になる可能性がある。
- 効率的な DMU の数によっては、提案したオーバーラップが存在する場合の対処が適当ではなくなる。

##### [判別予測の段階]

- 特異な活動を行う DMU が候補の場合は、判別予測しづらい。
- 活動規模が極端に異なる DMU が候補の場合は、判別予測しづらい。

しかし、上述したような状況は特殊なケースと考える事ができ、これが頻繁に起こる事は実際には少ないので、実用上には問題がないと考えられる。また、予測ができない (B, C) と判別された DMU が多くなった場合を、どう処理するかが問題点としてあげられる。

## 5. 結論と将来の研究課題

本論文では、既存の DMU 群に新たな DMU が加わる状況を想定し、その候補が多数存在する場合に、効率的か非効率的かを判別予測する方法として DEA/DR 法を提案した。この方法を用いることで、各候補全てに対して改めて DEA を行うことなく、簡単に全ての候補に対して、効率的か非効率的かを判別予測することができるようになった。そしてこの判別予測が、どの程度信頼性があるものであるかを、例題に適用し検証した。その結果、判別予測できなかった DMU 以外は、かなり信頼性が高い判別予測であると言えた。

将来の研究課題としては、4.3 節でも述べた問題点を克服する方法を考える必要がある。その中でも特に、予測ができないと判別された DMU を、どう処理するかを考える必要がある。

#### 参考文献

- [1] Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E.: Measuring the Efficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, Vol.2 (1978), 429-444.
- [2] Sueyoshi, T.: Constrained regression median for measuring possible salary discrimination, *European Journal of Operational Research*, Vol.77 (1994), 253-271.
- [3] 杉山学, 山田善靖: 事業体間の相互評価情報を用いた調和的な効率性評価法, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, (掲載予定).
- [4] 山田善靖, 松井知己, 杉山学: DEA モデルに基づく新たな経営効率性分析法の提案, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.37 (1994), 158-168.
- [5] 山田善靖, 末吉俊幸, 杉山学, 貫名忠好, 牧野智謙: 日本の経営の為の DEA 法: 日本経済に果たす公共事業投資の役割, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.38 (1995), (掲載予定).

杉山学

〒278 千葉県野田市山崎 2641

東京理科大学 理工学部 経営工学科

E-mail: sugi@zenn02.ia.noda.sut.ac.jp