

金利期間構造の推定についての最近の話題

東京工業大学大学院社会理工学研究科 白川 浩
sirakawa@me.titech.ac.jp

実際の債券市場においては、任意の満期の証券が取り引きされているわけではなく、ある特定の満期を持つ債権のみが取り引きされている。一方、金利に伴うリスクをコントロールする場合、(仮想的には)任意の債券価格を合理的な価格で取引できれば、癒合がよい。このために、ある限られた有限種類の満期を持つ債券価格の時計列データから、任意の(仮想的な)満期の債券価格を推定する必要がある。一般に、債権価格関数の表示は、取扱いの容易さから、フォワードレート関数という同等の情報量を持つ関数に変換して分析を行う。このフォワードレート関数を推定する方法としては、もともとの金利過程を考慮することなしに、当該時点での債券価格情報だけをもとにして、各時点ごとにスプライン関数補完を行い、推定していた[1,5]。このアプローチでは、各時点でのフォワードレート曲線の滑らかさを保証できるものの、以下の2つの問題が存在した。すなわち第一に、推定結果が当該債券価格のもとになる金利過程と一貫したフォワードレート関数の導出を保証するものではないこと、第二に、部分的に観測される債券価格情報から債券価格関数全体を推定するという推定問題を直接考察したアプローチではないこと、が上げられる。

前者の立場からは、どのようなフォワードレート曲線の関数族を想定すれば、所与の金利過程のダイナミクスモデルと一貫した、取扱いのしやすい閉じた関数族を構成できるのかを検討する必要がある。この問題は、Bjork-Christensen[3]によって研究された。結果として、彼らは閉じたフォワードレートの関数族が満足すべき必要十分条件を導出し、通常活用されているいくつかの金利モデル[2,4,8]に対して、この条件を満足する閉じたフォワードレート関数族を導出している。これらの制約されたフォワードレート関数族は、金利過程のダイナミクスを表すパラメータと密接な関係を持ち、この関数族でフォワードレート曲線を近似する限り、異なる時点での債券価格情報から、各時点でのフォワードレート曲線と金利過程のパラメータの同時推定を可能となる。

後者の立場からは、もとになる金利過程にガウス性を想定し、推定すべきフォワードレート関数を、多次元ガウス過程上の部分観測情報のもとでの線形推定問題、すなわちカルマンフィルターの枠組みを適用するのが自然であろう。このアプローチにより、Kennedy[6,7]はフォワードレート関数を、過去の部分観測情報系列を用いて逐次推定するアルゴリズムを提唱している。このアルゴリズムの特徴は、単なるカルマンフィルターではなく、合理的な債券価格過程が持つ性質を巧みに利用し、債券価格関数の条件付き期待値の間に成立する関係に、フォワードレートに関する平均値関数の情報が不明であっても、共分散関数の想定のみ依存した状態推定の関係式が導出可能なことを示したことにある。

以上の現在までの研究の流れに沿って、当日の講演ではフォワードレート関数の同時推定法について、ご紹介する予定である。

参考文献

- [1] K. J. Adams, D. R. Deventer, "Fitting Yield Curves and Forward Rate Curves with Maximum Smoothness, *Journal of Fixed Income*, 52-62, 1994.
- [2] M. Baxter and A. Rennie, *Financial calculus*, Cambridge university press, 1996.
- [3] T. Bjork and B. J. Christensen, "Forward Rate Models and Invariant Manifolds," Working Paper Department of Finance. Stockholm School of Economics, 1997.
- [4] A. Brace, D. Gatarek, and M. Musiela, "The Market Model of Interest Rate Dynamics, *Mathematical Finance*, Vol.7.No.2, 127-155, 1997.
- [5] J. Huston, Mc Culloch, "Measuring The Term Structure of Interest Rates", *Journal of Business*, 19-31.
- [6] D. P. Kennedy, "The Term Structure Of Interest Rates As A Gaussian Random Field," *Mathematical Finance*, Vol.4, No.3, 247-258, 1994.
- [7] D. P. Kennedy, "Characterizing And Filtering Gaussian Models Of The Term Structure Of Interest Rates" Working Paper Cambridge University.
- [8] P. Ritchken and L. Sankarasubramanian, "Volatility Structures of Forward Rates and the Dynamics of the Term Structure," *Mathematical Finance*, Vol. 5, 1995.