

## MBS研究の枠組み

2000年9月

森平爽一郎  
mori@sfc.keio.ac.jp  
慶應義塾大学総合政策学部

不動産ファイナンス研究センター  
森平爽一郎(慶應義塾大学)

1

## 基礎的な概念

1. SMM: Single Month Mortality
2. CRR: Conditional Prepayment Rate
3. PSA: Public Securities Association Prepayment Model
4. Monthly Payment and Balance
5. Monthly Amortization
6. MBS Poolの加重平均指標
  1. WAC: Weighted Average Coupon
  2. WALA: Weighted Average Loan Age
  3. WALI: Weighted Average Liquidity
7. Yield(YTM), 月次Yield, 債券相当Yield
8. Average Life, Duration, 修正Durationその他

不動産ファイナンス研究センター  
森平爽一郎(慶應義塾大学)

3

## MBS分析の枠組み

### 環境分析: Environment

金利シナリオ  
マクロ経済分析  
規制・税制・会計制度

### 期前償還権: Prepayments

リスクファクターの分析  
計量経済学推定方法  
データベース

### キャッシュフロー分析: CF

モーゲージ  
MBS, CMO, REMIC  
MBSポートフォリオ  
MBSデリバティブズ

### 分析: Analytics

評価モデル  
リスク指標  
収益予測  
ヘッジ

不動産ファイナンス研究センター  
森平爽一郎(慶應義塾大学)

## 制度と証券

1. FRM: 固定利付き不動産貸付
2. ARM: 変動利付き不動産貸付
3. MBS: 不動産担保証券
  1. MPS: モーゲージハススルー証券
  2. CMO: モーゲージ担保債務証券
    1. PACs(計画償還クラス)とTAC(目標償還クラス)
    2. IO(金利のみ)とPO(元本のみ)

不動産ファイナンス研究センター  
森平爽一郎(慶應義塾大学)

## 環境分析: Environment

- 金利概念:
  - ┆ スポット・レート, フォワード・レート・カーブの概念と推定
- 金利のボラタリティー
- 金利モデル
  - ┆ 連続過程
  - ┆ 二項, 多項ツリーモデル
  - ┆ モンテカルロ・シミュレーション法
- 債券評価モデル: 複雑なCF, 約款の実現

不動産ファイナンス研究展'09  
高千穂一郎(慶應義塾大学)

5

## 期前償還確率の期間構造モデル

比例ハザードモデルの応用: Schwartz E.S., and W.N.Torous(1989)

このモデルでは 期前償還がおきるか否かの確率を単に推定するにとまらず, 特定の期にそれがおきる確率をも推定しようとする。この考え方は, Green, Shoven(1982)によって始めて明らかにされ, その後 Schwartz, Torous(1989)によりMBSの評価に應用された。更に最近では, 後 Schwartz, Torous(1992)により, 倒付リスクと期前償還リスクの二つが同時に存在するモーゲージベース証券の評価にも應用されている。この為には, 通常比例ハザードモデルが用いられる。この考え方は,

Schwartz E.S. and W.N.Torous: "Prepayment and the Valuation of Mortgage-backed Securities," *Journal of Finance* 1989, 44(2), 475-92

今からt期からt+Δt期間の間に期前償還が生じる確率の推定値

$$\pi(t) = \pi_0(t) \exp(\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4)$$

ベースライン・ハザード関数

このMBSの期間のみの関数。特定の期間tからt+Δtの間に期前償還が生じる確率を推定する。この部分はプロポーションハザード関数。

推定パラメータ

不動産ファイナンス研究展'09  
高千穂一郎(慶應義塾大学)

変数の独立変数(共変量)

7

## 期前償還権: Prepayments

- 期前償還の定義
- 期前償還データベース
- 期前償還モデル: PSAモデルから計量経済モデルへ
- 期前償還を決定するファクター
  - 金利(クーポン)差, 再融資機会
  - 加齢(Aging)
  - 季節性
  - 燃え尽き(Burnout)効果
  - その他の効果
- これらの効果は, 異なるMBSごとに違った効果。関数型をもつ



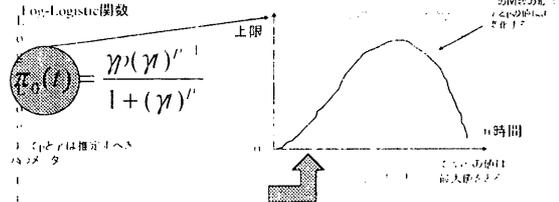
Source: Fitch IBCA and NBS's Loan Dependent Prepayment Model. *Mortgage Backed Securities, Issuance, Structure, and Risk*, 1998, p. 44. See also: Schwab, and Shoven, "Mortgage Prepayment and the Valuation of Mortgage Backed Securities," *Journal of Finance*, 1989, 44(2), 475-92.

を中心に研究

不動産ファイナンス研究展'09  
高千穂一郎(慶應義塾大学)

## ベースライン・ハザード関数

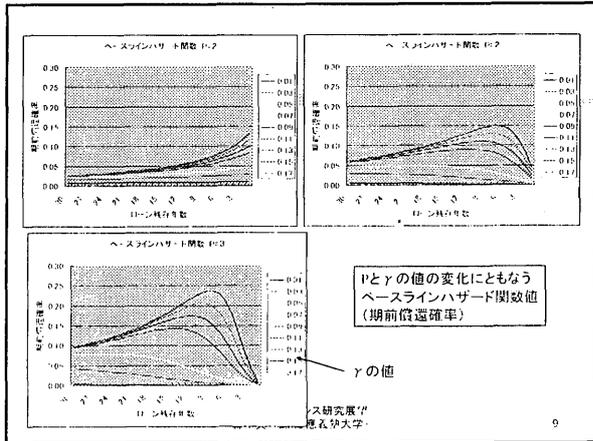
Schwartz E.S., and W.N.Torous(1989)



$$\exp(\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4)$$

は独立変数に関する乗法モデルになっている。  
 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 = 0$  であると,  $\pi(t) = 1$  となり, 期前償還率はベースラインハザード関数のみ, つまり時間のみで表現できる。

不動産ファイナンス研究展'09  
高千穂一郎(慶應義塾大学)



### 期前償還に影響を与える要因: 続き

Schwartz E.S., and W.N.Torous(1989)

3. 燃えつき(Burn-out)効果

MBSの実際の\$残高

T-1期に償還が無いと仮定した時に予想される\$残高

$$X_2(t) = \log\left(\frac{P_{t-1}^e}{P_t}\right)$$

この値が高いほど早期償還が多くなると仮定

アメリカでは空に移動が良く行われ、したがって不動産の売却が行われやすいことを示すタミー変数

4. 季節変動要因:

$$X(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t = \text{May to August} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

不動産ファイナンス研究室  
立正大学経済学系

### 期前償還に影響を与える要因

Schwartz E.S., and W.N.Torous(1989)

1 要因1 借り換えコスト(債券約定金利)

現在の借り換え期間の借入利率と長期債の利率はほぼ等しいと仮定する。借り換え決定に時間がかかると仮定している

$$X_1(t) = c - I(t-s)$$

この値が或る一定以上になると、借り換える行い、したがって $\beta$ はプラスの符号をもつと仮定できる

2 要因2 借り換えコスト(債券)の非線形効果

かたきくなると時に早期償還確率が急増される効果を表している

不動産ファイナンス研究室  
立正大学経済学系

### 日本の住宅ローンの期前償還モデルの推定

この研究はデータが非公開のため、その考え方のみを示す

- 5000件の個人別データ
- 第一回の支払いが1885年5月から1991年12月までの月次データ
- 支払いの最長期間は131ヶ月
- 全額支払いを含むため扱うデータ数は、437,889件
- 基本的には、Schwartz-Torous論文の枠組みを踏襲しているが、フルデータではなく、個別データを用いている
- サンプルのうち半分は同様の形の期前償還が行われている。期前償還のうち70パーセントが残存額の手前の償還である
- 期前償還は、1987年まではあまり多くなく、87年4年期より増加している。92年半はより急増

不動産ファイナンス研究室  
立正大学経済学系

## 日本の住宅ローンの 期前償還モデルの推定: 続き

8. 説明要因としては、Schwartz (1984) and W. N. Torous (1989)のほかに、日本の住宅金融市場独自の要因として、

1. ローンの担保となる物件の種類。一戸建て家屋かマンションか?
2. 段階差金利: 当初10年の金利が低く設定されているかどうか?
3. 当初借入れ期月
9. ベースラインバザードの最高値は90ヶ月10ヶ月の金利ラックが有意
11. 借り換え要因の加速性: 三典効果、ローン金額、借り換え金利水準などは有意でなかった
12. 金利差は有意でプラス
13. 過去の期前償還の影響は負になる(個々のローンデータを用いた効果)
14. 当初予定償還期間の効果は負になった
15. マンション持ち主ほど期前償還確率が低い

不動産ファイナンス研究センター  
吉平 豊一郎 (慶応義塾大学)

13

## ニューラルネットによる 期前償還確率の推定

期前償還に影響を与えると思われる幾つかの変数と期前償還確率との間の関係を、簡単な線形、あるいは非線形関数(ロジックやワイブル関数)などで推定するのではなく、それらの単純な関数の多層からなる組み合わせからなるきわめて複雑な関数によって推定しようとする。

Yanamoto, Yoshiv and Stavros A. Zenios. "Predicting Prepayment Rates For Mortgages Using The Cascade-Correlation Learning Algorithm." *Journal of Fixed Income*, 1993, 2(4), 86-96.

では、非常に高い予測力を得ている  
しかし、Overfitting の問題に気をつける必要がある

- 前に説明した「非線形期前償還推定モデル」は一段階(一層)のニューラルネットによる期前償還率推定・予測モデルであると考えることができる

不動産ファイナンス研究センター  
吉平 豊一郎 (慶応義塾大学)

15

## インプライド期前償還確率

Chen, Si. "Understanding Option-Adjusted Spreads: The Implied Prepayments Hypothesis." *Journal of Portfolio Management*, 1996, 22(4 Summer), 104-113.

Chetty, Owen. "Implied Prepayments." *Journal of Portfolio Management*, 1999, 23(1 Fall), 107-114.

- MBSの市場価格から意味される(市場価格)に $\sigma$ あるいはCalibratしたOAS (Option-Adjusted Spread) したがってImplied期前償還確率を推定する

- このことは、Black-Scholes モデルをもとにして、オフション価格がインプライドボラティティを求め、あるいはリスク中立レートリフがインプライドフォワードレートを推定する。さらには、事業価格からクレジット・スプレッドつまりImplied倒産確率をすいていけると同様なか考え方

- ヒストリカルな期前償還率の推定は、1)過去の傾向を説明するに過ぎない、2)特定の対年モデル、開放型に依存。これに対し、インプライドな期前償還率は(1) and (2)の特定の計算モデル(開放型)に依存しない。

不動産ファイナンス研究センター  
吉平 豊一郎 (慶応義塾大学)

17

## キャッシュフロー分析: CF

モーゲージ: 不動産貸付のキャッシュフロー分析

MBS (FRM, ARM) (CMO, CDO, CDO, RMBS) のキャッシュフロー分析

MBSポートフォリオのキャッシュフロー分析

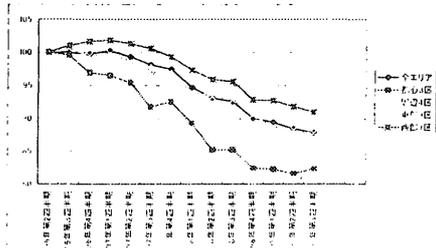
MBSデリバティブズ: 先物・オフションの利用

不動産ファイナンス研究センター  
吉平 豊一郎 (慶応義塾大学)

18



### エリア別マンション価格指数 (96年第2四半期基準)



不動産ファイナンス研究展覧  
青平典一 慶應義塾大学

21

### OAS: Option Adjusted Spread

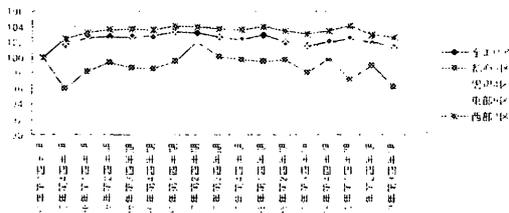
$$P_0 = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{\prod_{s=1}^t (1+r_s + OAS_s)} \quad P_0 = \left( \frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \left( \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{\prod_{s=1}^t (1+r_s + OAS_s)} \right)$$

- 期前償還権を含むMBSのオプションとしての性格をCFの割引率に反映させたもの。本来は特定のオプションモデルに依存する
- OASをどう推定するのか、どのようなデリバティブモデルを考えるのか
- 市場価格 ( $P_0$ ) にキャリブレーションするようなOASをモンテカルロ・シミュレーションを用いて解く

不動産ファイナンス研究展覧  
青平典一 慶應義塾大学

23

### エリア別家賃指数(95年第4四半期基準)



不動産ファイナンス研究展覧  
青平典一 慶應義塾大学

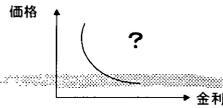
22

### モンテカルロ法による MBSの評価

不動産ファイナンス研究展覧  
青平典一 慶應義塾大学

24

## 投資リスク指標



- MBSも金利派生証券なので、デレーション(金利感応度: デルタ)とコンベキシティー(二次金利感応度: ガンマ)が重要になる
- デレーションは平均残存期間としての性格もある(WAM, WALより望ましい指標?)
- 期前償還権(コール条項)があることからコンベキシティーが負になることがあることが重要
- また、MBSが期前償還権他のオプション条項を含む事により、(金利)ボラタリティーが重要な役割を果たすことを忘れてはならない

不動産ファイナンス研究展覧  
高野英一郎(慶應義塾大学)

25

## モーゲージとMBSの信用リスク: 2

### 信用リスクと期前償還リスクの関係

Cunningham, Donald F. and Charles A. Capone, Jr.

デフォルト=F(CHANGEL, FOA, MAGL, MAGLSQ, SPREAD, BAGE, LTY, NBIHQD, REALTY)  
(+) (+) (+) (+) (-) (-) (+) (+) (-) (-)  
BAGE, COBORROWING, PTY, NETWORTH, SELFEMPL, YRSFW,  
(-) (-) (+) (-) (-) (+) (-)  
CREDIT, GNP, MIGRN, REALY, UNEM)  
(+) (-) (-) (-) (+)

期前償還=F(CHANGEL, FOA, MAGL, MAGLSQ, SPREAD, BAGE, LTY, NBIHQD, REALTY)  
(+) ? (+) (-) (-) (+) (+) ? (+) (+)  
BAGE, COBORROWING, PTY, NETWORTH, SELFEMPL, YRSFW,  
(-) (-) (-) (-) (-) (-) (-) (-)  
CREDIT, GNP, MIGRN, REALY, UNEM)  
(?) (+) (-) (+) (-)

不動産ファイナンス研究展覧  
高野英一郎(慶應義塾大学)

27

## モーゲージとMBSの信用リスク: 1

### モーゲージの信用リスク

- 信用リスクは「倒産確率」で表現する
- 測定: 商業ローンのリスクとはリスクファクターが異なる
- モーゲージのリスクファクター
  - マクロ経済: 金利・所得、株価(資産動機) モーゲージ市場特性
  - ミクロ経済: 個人の社会・経済・人文学的属性、不動産属性
- MBSの期前償還と信用リスク: 強い関係がある。なぜか?
  - MBSに保険・保証がついていたとき: デフォルトにより一括返済が行われるクレジットイベントの発生と期前償還の発生が同時発生
  - MBSに保険・保証がついていないとき: デフォルトを生じさせるリスクファクターと期前償還を引き起こすリスクファクターに同じ物がある
- 評価式: Pricing: は金利リスク・期前償還リスク・信用リスクが同じにあるため、きわめて複雑。数値解に頼らざるを得ない

不動産ファイナンス研究展覧  
高野英一郎(慶應義塾大学)

26

不動産市場特性 信用リスクで最も重要な変数 財産特性

CHANGEL: 変動金利変化の大きさ  
FOA: レート変化の大きさ  
MAGL: モーゲージの加齢度  
MAGLSQ: モーゲージ加齢の二乗  
SPREAD: 現在のレート約定金利差

LTY: 連年数  
REALTY: 家賃の当初価値 対 時価比率  
NBIHQD: 近隣にある家は家賃の質  
REALTY: 家賃の質

借り手属性

BAGE = 年齢  
COBORROWING = 共同借り手の投資収入  
COMMNC = 借り手収入の源泉となる手数料  
PTY = ローン支払い所得比  
NETWORTH = 正味資産  
SELFEMPL = 自営業かどうか  
YRSFW = 現在職業の継続勤務年数

マクロ経済指標

CREDIT = 消費者信用学の正味変化  
GNP = 国民所得  
MIGRN = 人口1000人あたりの地域移民数  
REALY = 実賃所得  
UNEM = 失業率

● Cunningham, Donald F. and Charles A. Capone, Jr. "The Relationship Between Mortgage Default and Prepayment Risk." *Journal of Real Estate Finance*, 1990, 3(1), 1-14.  
● Cunningham, Donald F. and Charles A. Capone, Jr. "The Relationship Between Mortgage Default and Prepayment Risk." *Journal of Real Estate Finance*, 1990, 3(1), 1-14.

不動産ファイナンス研究展覧  
高野英一郎(慶應義塾大学)

## MBSのヘッジ戦略とリスク分析

- **ポートフォリオ(多角化分散)**
  - MBS間での多角化分散投資効果
  - モーゲージリスクヘッジのためのMBS
- **MEDデリバティブズを用いたヘッジ戦略**
- **ヘッジのためのリスク指標、評価モデルの重要性**

- FFIEC: Federal Financial Institutions Examining Council リスク分析 FLUX: Flow Uncertainty Indexモデル分析
- ストレステストの重要性: 金利シナリオ分析との統合

不動産ファイナンス研究展  
森平貴一郎(慶應義塾大学)

29