巡航速度制御による航空交通管理手法の提案

徐　安洋

東京工業大学工学院経営工学系経営工学コース（現所属：有限責任監査法人トーマツ）

指導教員：松井知己　東京工業大学　教授

1. はじめに

1.1 研究の目的・背景

航空機の飛行中の安全を確保することは航空交通管制における重要な使命であり，航空機の潜在的な「衝突」を予想し，適切な操縦方法を用いることで達成される．ここでの「衝突」とは，航空機同士が離れていなければならない距離 (separation norm) 内に別の航空機が進入することを表す（図 1 参照）．

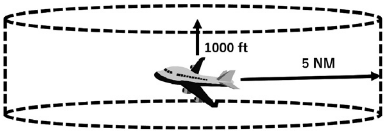

図 1　Separation Norm

本研究では各航空機の進路を予想し，潜在的な衝突を回避することで，航空機の separation norm を確保する計画の策定を目的とする．衝突を回避する手段として航空機の軌道や高度を変えず，速さのみを変える問題について扱う．中でも速さ変化率に制限のある subliminal speed control に注目し，「なるべく速さを変えずに航空機同士の衝突を回避する問題」の新たな定式化を与える．

1.2 先行研究

Cafieri et al. [1] では，subliminal speed control を用いてなるべく速さを変えずに衝突を回避することを目的とした衝突回避問題を，混合整数非線形計画問題として定式化した．しかし，この定式化では制約式が非凸なため，求解が困難であり，航空機が 2 機の場合しか計算機実験が行われていない．Cafieri and D'Ambrosio [2] では Cafieri et al. [1] の定式化をもとに発見的解法の提案を行い，計算時間の改善が行われた．

1.3 問題設定，および用語と記号の説明

本研究において，時刻は $t \in [0, \infty)$ について考慮し，すべての航空機は同じ高度で飛行しているとする．このとき，問題の入力として与えられているものを以下に記す．

N:　航空機の数,

A:　航空機の集合 $A = \{1, 2, \ldots, N\}$,

B:　航空機のペア $(i, j) \in A^2$ の集合, ただし $i < j$,

$\boldsymbol{x_i^0}$:　航空機 $i \in A$ の初期位置，ただし $\boldsymbol{x_i^0} \in \mathbb{R}^2$,

$\boldsymbol{x_{ij}^0}$:　航空機 $i \in A$ と航空機 $j \in A$ の初期相対位置 $\boldsymbol{x_{ij}^0} = \boldsymbol{x_i^0} - \boldsymbol{x_j^0}$,

$\boldsymbol{v_i}$:　航空機 $i \in A$ の所与速度ベクトル，ただし $\boldsymbol{v_i} \in \mathbb{R}^2$,

d:　separation norm の半径（本研究では 5NM），

$\overline{q}$:　速さ変化率の上限,

$\underline{q}$:　速さ変化率の下限，ただし $0 < \underline{q} < 1 < \overline{q}$ を満たすとする．

また，問題における決定変数として

q_i:　航空機 $i \in A$ の速さ変化率 $(q_i \geq 0)$

を導入する．このとき，速さ変化率 $q_i = 1$ は航空機 i の速さが所与速度から変化しないことを表している．

2. 0-1 変数と線形不等式を用いた定式化

本節では，本研究において新たに導いた定式化について説明する．図 2 は航空機 j から見た航空機 i が j の separation norm に入らないように速さ変化率 (q_i, q_j) を掛けたものである．図 2 より，二つの航空機の衝突を回避する問題は $q_i\boldsymbol{v_i} - q_j\boldsymbol{v_j}$ の定数倍が j の separation norm に入らないような (q_i, q_j) を求める問題に帰着される．

次に，速さ変化率最小化問題 (P) の定式化について説明する．ここで，衝突する (q_i, q_j) の集合を $T_{ij} = \{(q_i, q_j) \in \mathbb{R}^2 | \ \exists t > 0, ||\boldsymbol{x_{ij}^0} + t(q_i\boldsymbol{v_i} - q_j\boldsymbol{v_j})|| < d\}$ と定義すると，以下の定理が成り立つ．

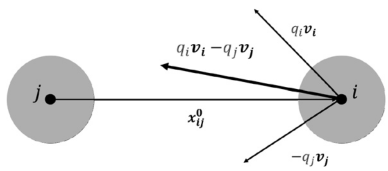

図 2　航空機 j から見た速さを変えた速度ベクトル

定理. 航空機 $i,\ j$ が $||\boldsymbol{x}^{\mathbf{0}}_{\boldsymbol{ij}}|| \geq d$ を満たすとする．このとき，領域 T_{ij} は以下を満たす．

(a) $(0,0) \in T_{ij}$,

(b) $\forall (q_i, q_j) \in T_{ij}, \forall \alpha > 0, \alpha(q_i, q_j) \in T_{ij}$,

(c) 領域 T_{ij} は凸集合である．

定理より，衝突回避できる (q_i, q_j) の許容領域は，直線の方程式と subliminal speed control の制限によって，図 3 のように定まる．最適解における (q_i, q_j) を (q_i^*, q_j^*) として，(q_i^*, q_j^*) は図 3 の $\triangle ABH$，または $\triangle DEF$ に属するということを新たな 0–1 変数 y_{ij} を用いて表すと

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & ((q_i^*, q_j^*) \text{ は } \triangle ABH \text{ に所属する }), \\ 0 & ((q_i^*, q_j^*) \text{ は } \triangle DEF \text{ に所属する }), \end{cases}$$

となる．図 4 は図 3 に変数 y_{ij} を導入した図であり，図 4 における $\triangle NJS$ と $\triangle TRI$ の平面の方程式をもとに

$$\alpha_1 q_i - \alpha_0 q_j + (\alpha_1 \overline{q} - \alpha_0 \underline{q}) y_{ij} \leq \alpha_1 \overline{q} - \alpha_0 \underline{q},$$
$$\beta_1 q_i - \beta_0 q_j - (\beta_1 \overline{q} - \beta_0 \underline{q}) y_{ij} \geq 0,$$

という不等式系を導入する．本研究では速さをなるべく変えないで衝突を回避する問題を扱うため，目的は $(1 - q_i)^2$ の総和の最小化とする．以上の議論をまとめると，(P) は

$$\begin{aligned} \text{(P)}\quad & \text{min.} \sum_{i \in A} (1 - q_i)^2 \\ & \text{subject to} \\ & \alpha_1 q_i - \alpha_0 q_j + (\alpha_1 \overline{q} - \alpha_0 \underline{q}) y_{ij} \leq \alpha_1 \overline{q} - \alpha_0 \underline{q} \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (\forall (i,j) \in B), \\ & \beta_1 q_i - \beta_0 q_j - (\beta_1 \overline{q} - \beta_0 \underline{q}) y_{ij} \geq 0 \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (\forall (i,j) \in B), \\ & y_{ij} \in \{0, 1\} \quad (\forall (i,j) \in B), \\ & \underline{q} \leq q_i \leq \overline{q} \quad (\forall i \in A), \end{aligned}$$

と定式化できる．

3. 計算機実験

本節では (P) に対して計算機実験を行う．各航空機の所与速度はすべて 400 NM/h とし速さ変化率の上限と下限はそれぞれ $\overline{q} = 1.03$，$\underline{q} = 0.94$ とする．問題例は Cafieri and D'Ambrosio [2] を参考に作成した．航空機は円周の非負象限上に等間隔に並んでおり，図 5 は航空機が 6 機，図 6 は 9 機のときを表している．

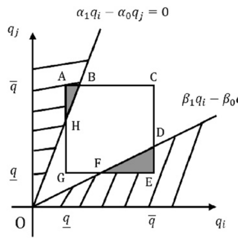

図 3 (q_i, q_j) の許容解の領域

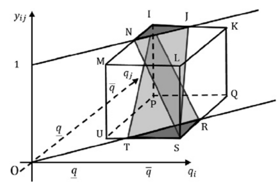

図 4 y_{ij} を導入した (q_i, q_j) の許容解の領域

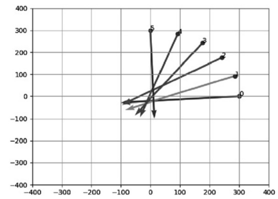

図 5 6 機の問題例

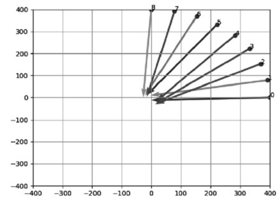

図 6 9 機の問題例

表 1 問題例における目的関数値と計算時間［秒］

機数 N	半径 (NM)	目的関数値		計算時間 [秒]	
		Cafieri [2]	本研究	Cafieri [2]	本研究
4	200	0.00403	0.00069	4.910	0.013
5	300	0.00306	0.00043	10.100	0.022
6	300	0.00609	0.00084	25.590	0.025
7	300	0.00801	0.00116	98.840	0.025
8	400	0.00832	0.00075	118.820	0.035
9	400	0.00949	0.00121	368.490	0.073
10	400	0.01102	0.00154	639.990	0.137

表 1 の目的関数値と計算時間はそれぞれの機数において問題を 20 問生成した際の平均値を記載している．

4. 結論

本研究では，subliminal speed control によってなるべく速さを変えずに衝突を回避することを目的とする速さ変化率最小化問題を扱った．特に，ペア (i,j) に関して衝突するような (q_i, q_j) の集合は凸錐から原点を除いたような領域であることを新たに証明し，問題の制約式を 0-1 変数と線形不等式を用いて書き表すことに成功した．また計算機実験を行い，先行研究より短い計算時間で最適解を得られることを確認した．

参考文献

[1] S. Cafieri, P. Brisset and N. Durand, "A mixed-integer optimization model for air traffic deconfliction," In *Proceedings of Toulouse Global Optimization Workshop*, pp. 27–30, 2010.

[2] S. Cafieri and C. D'Ambrosio, "Feasibility pump for aircraft deconfliction with speed regulation," *Journal of Global Optimization*, **71**, pp. 501–515, 2018.