

## 予防取替えを許すある不完全修理問題に対する $(t, T)$ -政策の 最適性について

01205884 京都学園大学経営学部 \*瀬川良之 SEGAWA Yoshiyuki  
01007982 大阪大学経済学部 大西匡光 OHNISHI Masamitsu

小修理, 及び, 取替えとは, システムが故障したときに, システムの年齢を変えずに稼働状態に復帰させる保全行為, 及び, システムを新品と同様にして稼働状態に復帰させる保全行為である. また, 予防取替えとは, 稼働中のシステムを新品に取替える保全行為である.

Brown and Proschan [1] (1983) は, 小修理と取替えの混合として表される, より緩やかな保全行為として, 不完全修理のモデルを分析している. 瀬川・大西 [5] (1996) は, 保全行為としてこうした2種類の不完全修理を対象に,  $t$ -政策が最適政策の一つであることを証明した. Ohnishi, Ibaraki and Mine [2] (1990) は, 小修理・取替え問題に予防取替えを含めたモデルを考察し,  $(t, T)$ -政策の最適性を示した. ここで  $(t, T)$ -政策とは, ある正の定数  $t, T$  が存在して, 故障時の年齢が  $[0, t)$  である時には小修理を行い, 故障時の年齢が  $[t, T)$  の時には取替えを行い, 年齢が  $T$  に達したならば稼働中にかかわらず予防取替えを行うというものである.

さて, 本報告では, 瀬川・大西 [5] (1995) を, 予防保全を含むあるクラスの最適化問題に拡張し,  $(t, T)$ -政策の最適性を示す.

取りえる保全行為は, 修理  $P$ , 修理  $Q$  及び予防取替え  $R$  の3種類とする. 修理  $P$  とは故障時の年齢が  $x$  のとき, 費用  $c_p$  を要し確率  $p$  で新品と同様なシステムになり, 確率  $1-p$  で年齢不変のまま再稼働させる保全行為である. 修理  $Q$  とは故障時の年齢が  $x$  のとき, 費用  $c_q$  を要し確率  $q$  で新品と同様なシステムになり, 確率  $1-q$  で年齢不変のまま再稼働させる保全行為である. 予防取替え  $R$  とは, 年齢がある限界  $T$  に達すると, 費用  $c_r$  を要する保全で, 稼働中にも関わらず新品に取り替えることである. このシステムの状態を非負の実数  $\bar{R}_+$  の元  $x$  で表し, 稼働中のシステムの年齢か, もしくは, 保全が終わり稼働状態になったばかりの年齢とする.

**定義 1 [最適化問題  $Pb^*$ ]** 保全行為として修理  $P$ , 修理  $Q$  及び予防取替え  $R$  を行う事のできる場合, このシステムの最適保全政策を求めよ.  $\square$

**定義 2 [最適化問題  $Pb\{I\}$ ]** 年齢が  $\bar{R}_+$  の部分集合  $I$  上で  $\{P, Q, R\}$  の中の任意の保全を行うことができ, 年齢  $\bar{R}_+ - I$  上では  $\{P, Q\}$  のどちらかの保全しかできないような制限がある政策の集合  $\Pi_I$  の中で, 最適な保全政策を求めよ.

このとき,  $I = [0, \infty)$  とおけば,  $Pb^* = Pb\{I\}$  である. この信頼性システムに対して, 以下のような仮定を導入する.

**仮定 1**  $0 < p < q < 1, 0 < c_p < c_q$ , IFR (increasing failure rate) であるとする.  $\square$

**仮定 2**  $pc_q - qc_p < 0, 0 < c_q - q(c_p + c_r) < c_p - p(c_p + c_r)$ .  $\square$

仮定1は、信頼性システムを表現する上できわめて現実的なものである。また、仮定2は修理費用や予防保全費用が極端に安かったり高かったりせず、 $(t, T)$ -政策が最適政策として実現されるための条件である。

**定理 1 (S. M. Ross) [最適性方程式]** 最適化問題  $Pb\{I^*\}$  において、 $I^* = [T^*, \infty)$  とおくととき、

$$v^*(x) = \inf_{T^* \leq T < \infty} \min \left\{ \begin{array}{l} c_p + \frac{1-p}{\bar{F}(x)} \left\{ \int_x^T v^*(s)f(s)ds + \bar{F}(T)(c_r + v^*(0)) - g^* \int_x^T \bar{F}(s)ds \right\}, \\ c_q + \frac{1-q}{\bar{F}(x)} \left\{ \int_x^T v^*(s)f(s)ds + \bar{F}(T)(c_r + v^*(0)) - g^* \int_x^T \bar{F}(s)ds \right\} \end{array} \right\}, \quad (1)$$

但し

$$\int_0^T v^*(s)f(s)ds + \bar{F}(T)(c_r + v^*(0)) - g^* \int_0^T \bar{F}(s)ds = 0 \quad (2)$$

が成り立てば、 $g^*$ は  $Pb\{I^*\}$  の最適な期待時間平均費用で、 $v^*$ は最適な相対値関数である。□

**定理 2** ある  $t^*, g^*, T^*$ が存在して、 $I^* = [T^*, \infty)$  とおくととき、対応する相対値関数

$$v^*(x) = \begin{cases} \frac{c_p}{p} - \frac{1-p}{p} c_p \bar{F}^{-p}(x) + (1-p)g^* \bar{F}^{-p}(x) \int_0^x \bar{F}^p(s)ds, & x \in [0, t^*), \\ \frac{c_q}{q} - \frac{1-q}{q} \{c_q - q(c_p + c_r)\} \bar{F}^q(T^*) \bar{F}^{-q}(x) \\ \quad - (1-q)g^* \bar{F}^{-p}(x) \int_x^{T^*} \bar{F}^q(s)ds, & x \in [t^*, T^*] \end{cases} \quad (3)$$

が最適化問題  $Pb\{I^*\}$  の最適性方程式を満たすことより、政策

$$\pi^*(x) = \{P, x \in [0, t^*), \quad Q, x \in [t^*, T^*), \quad R, x = T^*\} \quad (4)$$

は最適化問題  $Pb\{I^*\}$  の最適政策である。□

## 参考文献

- [1] M. Brown and F. Proschan, Imperfect Repair, *J. Appl. Prob.* **20**, 851-859 (1983).
- [2] Ohnishi, M., Ibaraki, T. and Mine, H., "On the Optimality of  $(t, T)$ -Policy in the Minimal-Repair and Replacement Problem under the Average Cost Criterion", in Proceeding of International Symposium on Reliability and Maintainability 1990-Tokyo, pp.329-334, (1990).
- [3] Ross, S. M., "Average Cost Semi-Markov Decision Processes", *Journal of Applied Probability*, Vol.7, pp.649-656, (1970).
- [4] Segawa, Y., Ohnishi, M. and Ibaraki, T., "Optimal minimal-repair and Replacement Problem with Age Dependent Cost Structure". *Computers Math. Applic.*, **24**, No. 1/2, pp. 91-101, (1992).
- [5] 瀬川・大西, "2種の不完全修理を有する信頼性システムの平均最適な保全政策", 日本OR学会1996年度春季研究発表会アブストラクト集, pp. 282-283 (1996).