

エレベーター移動を考慮した低層建物と高層建物との比較

01102840 筑波大学 腰塚武志 KOSHIZUKA Takeshi

1. はじめに

先に文献 [1] において同一床面積をもつ建物で、高層なものと同層なものを建物内の移動という視点からみみて、その特徴を議論した。

このとき、長辺が a 短辺が b の長方形の床を考え、同一の床ですなわち同じ階での移動、と異なる階の床の間の移動を分けて考え、厳密に距離の分布を導いた。しかし、異なる階の垂直移動については、階段やエスカレーターを用いることにし、待ち時間を考慮しなかった。これはこの分布の場合分けが複雑であり、これにさらに待ち時間を入れると計算が複雑になるからであった。しかし、建物の階数が増加すると、すべての移動を階段やエスカレーターに限定するのは現実的ではない。そこで本論文は、垂直移動にエレベーターを用いるときの距離分布（時間分布）を論議することにする。

2. 距離の分布の近似

図 1 のように同じ形をした異なる階の移動については、垂直方向の移動距離をひとまず 0 として求めると、距離分布は以下のように導かれる。(文献 [1])。

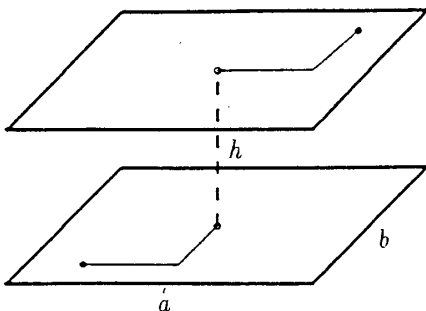


図 1 異なる階の移動距離

$0 < r \leq b/2$ のとき

$$f(r) = \frac{8}{3}r^3. \tag{1.1}$$

$b/2 < r \leq a/2$ のとき

$$f(r) = -\frac{8}{3}r^3 + 8br^2 - 4b^2r + \frac{2}{3}b^3. \tag{1.2}$$

$a/2 < r \leq b$ のとき

$$f(r) = -8r^3 + 8(a+b)r^2 - 4(a^2+b^2)r + \frac{2}{3}(a^3+b^3). \tag{1.3}$$

$b < r \leq a/2 + b/2$ のとき

$$f(r) = -\frac{16}{3}r^3 + 8ar^2 - 4(a^2-b^2)r + \frac{2}{3}a^3 - 2b^3. \tag{1.4}$$

$a/2 + b/2 < r \leq a$ のとき

$$f(r) = \frac{16}{3}r^3 - 8(a+2b)r^2 + 4(a^2+4ab+3b^2)r - \left(\frac{2}{3}a^3 + 4a^2b + 4ab^2 + \frac{10}{3}b^3\right). \tag{1.5}$$

$a < r \leq a/2 + b$ のとき

$$f(r) = 8r^3 - 16(a+b)r^2 + 4(3a^2+4ab+3b^2)r - \left(\frac{10}{3}a^3 + 4a^2b + 4ab^2 + \frac{10}{3}b^3\right). \tag{1.6}$$

$a/2 + b < r \leq a + b/2$ のとき

$$f(r) = \frac{8}{3}r^3 - 8ar^2 + (8a^2 - 4b^2)r - \frac{8}{3}a^3 + 4ab^2 + 2b^3. \tag{1.7}$$

$a + b/2 < r < a + b$ のとき

$$f(r) = \frac{8}{3}\{(a+b) - r\}^3. \tag{1.8}$$

上でみたように式 (1) は、区間を 8 つに分け、各々の関数が異なっている。しかし、これを描いてみると、図 2 の (1) のようになり、きれいな対称形をしていることが分かる。そこで数理統計学の中心極限定理の考え方を拡張し、これを正規分布型で近似することを考える。まず式 (1) より、 r の期待値 $E(r)$ と r^2 の期待値 $E(r^2)$ を求めると

$$E(r) = \frac{\int r f(r) dr}{\int f(r) dr} = \frac{a+b}{2} \tag{2}$$

$$E(r^2) = \frac{\int r^2 f(r) dr}{\int f(r) dr} = \frac{1}{24}(7a^2 + 12ab + 7b^2) \tag{3}$$

となるので、 r の分散は

$$V(r) = \frac{1}{24}(a^2 + b^2) \tag{4}$$

となる。そこで正規分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ について

$$\text{平均 } \mu_1 = \frac{a+b}{2}, \quad \text{分散 } \sigma_1^2 = \frac{a^2+b^2}{24} \tag{5}$$

とおき、式 (1) の近似式を求めると

$$f_1^*(r) = \frac{a^2b^2}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(r-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \tag{6}$$

が得られる。通常の正規分布に a^2b^2 がかけられているのは、式(1)の距離分布は全体を1と規準化しているわけではなく、図1のように一つの階の床面積 ab からもう一つの床面積 ab までの距離の分布であり、全体で $(ab)^2$ となっているからである。

そこで式(1)と(6)を比較すると、まず $a=b=1$ のときは図2、 $a=1.5, b=1$ のときは図3のようになり、かなりよく適合することがわかる。

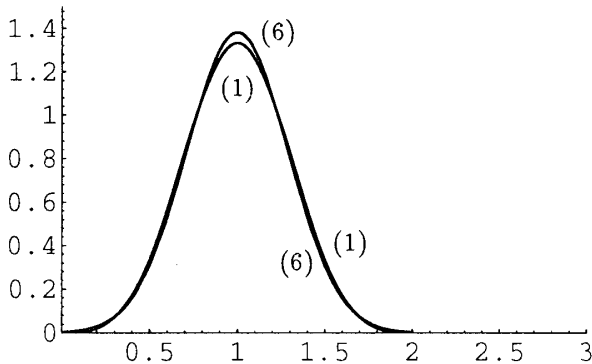


図2 式(1)と(6)の比較 ($a=b=1$)

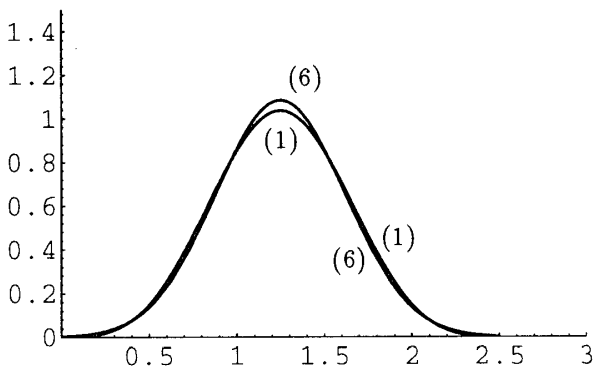


図3 式(1)と(6)の比較 ($a=1.5, b=1$)

3. 待ち時間を考慮した場合

さて、異なる階の移動にエレベーターを用いるとき、当然待ち時間が生じる。この待ち時間は利用者の数や利用の頻度によっても変化すると考えられるが、一応ある区間で一様に分布するものと考えよう。このとき、異なる階における水平方向の移動距離に待ち時間を距離に換算して入れるものとする。異なる階の水平移動距離については区間 $(0, a/2)$ で一様に分布する変数2個、区内 $(0, b/2)$ で一様に分布する変数2個の足し算であり、これが図2、図3でみたように、正規分布型で近似できることがわかっている。従って、もう一つ区内 $(0, c)$ での一様分布を加えても、同じように近似できると思われる。区内 $(0, c)$ での一様分布は平均が $c/2$ 、分散が $c^2/12$ であることから、待ち時間を考慮すると、正規分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ で

$$\mu_2 = \frac{a+b+c}{2}, \quad \sigma_2^2 = \frac{1}{24}(a^2 + b^2 + 2c^2) \quad (7)$$

とおき、

$$f_2^*(r) = \frac{a^2b^2}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(r-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (8)$$

で近似できるのではないかと考えられる。

4. エレベーターの速度

前章でエレベーター(垂直方向の移動)の待ち時間を考慮したのでここではエレベーターの移動速度だけに注目すればよい。エレベーターの移動についてはこれまでにシミュレーション等の詳細な研究があるが、これを大局的に簡単に表示したものはない。これはエレベーターのシステムが複雑なものと、各階の利用者によって止まる回数が影響を受け速度が変化するためである。

そこで h 離れた階の間の移動所要時間を距離に換算した t_h が単純に期待値 d_h 、分散 σ_h^2 のある分布 $g(t_h)$ に従っているものと考えれば、距離分布は

$$F(r) = \iint_{R+t_h < r} f_2^*(R)g(t_h)dRdt_h \quad (9)$$

となり、これを r で微分して距離分布を求めることが可能である。

もし、都合よく $g(t_h)$ が正規分布で近似できるなら

$$\mu_3 = \frac{1}{2}(a+b+c) + d_h,$$

$$\sigma_3^2 = \frac{1}{24}(a^2 + b^2 + 2c^2) + \sigma_h^2 \quad (10)$$

とにおいて、

$$f_3^*(r) = \frac{a^2b^2}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{(r-\mu_3)^2}{2\sigma_3^2}} \quad (11)$$

と距離分布を求めることができる。

これにより、ここでは述べられなかった同一床(平面)の距離分布を考慮に入れ、これと様々な階の移動に関する距離分布(11)を用いることにより、どのような建物についても移動に関する距離分布を求めることが可能である。もし階差が1,2階の近い階の間は階段やエスカレーターを用いるなら、この場合については式(1)か(6)を用いればよいのは言うまでもない。

5. おわりに

高層と低層の建物を移動の面から比較するために、距離分布というものを基礎にし、議論することから出発した。しかし、垂直方向の移動にエレベーターのような装置を用いるとき、根本的に異なるものとなる。それは移動時間が確率的に変化すると考えざるを得なくなるからである。この点について式(11)のように簡単に表わすことができるか、すべて時間を垂直方向の移動時間に換算した距離に置き換えてよいか等、克服すべき問題も多い。

参考文献

- [1] 腰塚武志, 岡崎正美 (1995): 低層建物と高層建物との比較. 日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.238-239.
- [2] Koshizuka T. (1996): Comparison between low and high buildings with respect to travel distance. Discussion Paper Series No.686, Institute of Socio-Economic Planning, University of Tsukuba. pp.1-13.