

# 年齢を考慮にいたした修理・取替え問題に対する単調な修理限界取替え政策の最適性

01205884 京都学園大学経営学部 \*瀬川良之 SEGAWA Yoshiyuki  
01007982 大阪大学経済学部 大西匡光 OHNISHI Masamitsu

## 1 モデルとセミ・マルコフ決定過程としての定式化

故障時に、その故障水準を考慮して、修理を施すか取替えを行うかを決定できる機器、設備などの信頼性システムを考える。Hastings[1]は、システムに対して一定の期間ごとに修理もしくは取替えのどちらかの保全行為を年齢と呼ばれる故障回数に対応して決定する問題を扱った。Phelps[2]は、期待時間平均費用規範の下で、小修理・取替え問題をセミ・マルコフ決定過程として定式化し、故障率がIFRであるという仮定の下で、 $t$ -政策が最適であることを示した。White[5]は、この問題を無限計画期間問題に発展させ、平均費用規範および総期待割引費用規範のもとでのマルコフ決定過程として再定式化した。このとき、故障水準という概念を導入し、より高い故障水準への遷移確率が年齢の増加につれて確率的に増加するという条件のもとに、修理限界取替え政策の最適性を証明した。

本報告では、年齢 $x$ という属性を持つシステムについて、故障時間の分布関数を $F(x)$ とし、信頼度関数を $\bar{F}(x)$ 、故障率関数を $\lambda(x)$ と表す。さらに、故障状態は $Y = \{1, 2\}$ の2つの水準があり、故障時の故障水準は年齢に依存せずに確率 $p_1$ で故障水準1に遷移し、確率 $p_2$ で故障水準2に遷移するものとする。保全にかかる時間は無視できるものとする。取り得る保全行為は、年齢を変えないまま稼働状態に復帰させる小修理と、取替えのみとする。故障時の年齢が $x$ でありそのときの故障水準が1及び2のとき小修理を行うとは、各々、費用 $c_1$ 及び $c_2$ を要し、年齢を変えずに稼働状態に復帰させる保全行為である。また、取替えとは、故障時の年齢、故障水準に関わらず、費用 $c_f$ を要しシステムは新品と同様、すなわち、年齢0となって稼働させる保全行為とする。

以上のようなモデルについて、合理的な仮定の下に、単調な修理限界取替え政策が最適であることを示す。

### 仮定 1

$$0 < c_1 < c_2 < c_f, \quad 0 < p_2 < p_1 < 1, \quad p_1 + p_2 = 1. \quad \square \quad (1)$$

仮定 2 故障率は非減少であるとする。すなわちIFR (Increasing Failure Rate) であるとする。□

### 命題 A 連立方程式

$$\begin{cases} c_f - c_2 + (p_1 c_1 + p_2 c_2) \int_0^{t_2} \lambda(s) ds - g t_2 = 0, & (A1) \\ (p_1 c_2 + p_2 c_2) \bar{F}^{p_2}(t_2) - c_1 \bar{F}^{p_2}(t_1) - g \int_{t_2}^{t_1} \bar{F}^{p_2}(s) ds = 0, & (A2) \\ c_1 \bar{F}(t_1) - g \int_{t_1}^{\infty} \bar{F}(s) ds = 0 & (A3) \end{cases}$$

に  $0 \leq t_2 < t_1, 0 \leq g$  なる解  $(t_1, t_2, g)$  が存在し、

$$c_f - c_2 + (p_1 c_1 + p_2 c_2) \int_0^x \lambda(s) ds - g x \geq 0, \quad x \in [0, t_2] \quad (2)$$

$$c_1 \bar{F}(x) - g \int_x^\infty \bar{F}(s) ds \geq 0, \quad x \in [t_1, \infty) \quad (3)$$

が成立する.  $\square$

定理 1 [縮約された最適性方程式 (Ross)] ある有界な関数  $w$  と定数  $g$  が存在して

$$w(x) = p_1 \min \left\{ c_1 + \frac{1}{\bar{F}(x)} \int_x^\infty w(s) f(s) ds - g \int_x^\infty \bar{F}(s) ds, c_f \right\} \\ + p_2 \min \left\{ c_2 + \frac{1}{\bar{F}(x)} \int_x^\infty w(s) f(s) ds - g \int_x^\infty \bar{F}(s) ds, c_f \right\} \quad (4)$$

但し

$$\int_0^\infty w(s) f(s) ds - g \int_0^\infty \bar{F}(s) ds = 0 \quad (5)$$

が成立するならば,  $g$  は最適な時間平均費用であり,  $w$  は最適な相対値関数である.  $\square$

補題 1 命題 A が成立するならば, 単調な保全政策が最適である.  $\square$

補題 2 仮定 1, 2 のもとで, 命題 A は真である.  $\square$

定理 2 仮定 1, 2 のもとで, 単調な保全政策が最適である.  $\square$

## 参考文献

- [1] Hastings, N. A. "The Repair Limit Replacement Method", *Opl. Res. Q.*, 20, pp. 337-349, (1969).
- [2] Phelps, R. I., "Optimal Policy for Minimal Repair", *Journal of the Operational of Research Society*, Vol.34, pp.425-427, (1983).
- [3] Ross, S. M., "Average Cost Semi-Markov Decision Processes", *Journal of Applied Probability*, Vol.7, pp.649-656, (1970).
- [4] Segawa, Y., Ohnishi, M. and Ibaraki, T., "Optimal minimal-repair and Replacement Problem with Age Dependent Cost Structure". *Computers Math. Applic.*, 24, No. 1/2, pp. 91-101, (1992).
- [5] White, D. J., "Repair Limit Peplacement", *OR Spectrum*, 11, pp. 143-149, (1989).
- [6] 瀬川・大西, "2種の不完全修理を有する信頼性システムの平均最適な保全政策", 日本OR学会1996年度春季研究発表会アブストラクト集, pp. 282-283 (1996).
- [7] 瀬川・大西, "予防取替えを許す不完全修理問題に対する(t,T)-政策の最適性", 日本OR学会1996年度秋季研究発表会アブストラクト集, pp. 146-147 (1996).
- [8] 瀬川・大西, "年齢を考慮にいた修理・取替え問題に対する修理限界取替え政策の最適性に関する研究", 日本OR学会1997年度春季研究発表会アブストラクト集, pp. 120-121 (1997).