1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

DEA領域限定法の領域の決め方

01001600 成蹊大学 上田 徹 UEDA Tohru
三和銀行 角田 吉宏 TUNODA Yoshihiro

1.はじめに

DEAの基本モデル、たとえばCCR_D-OやCCR-IRでは入力、出力にかかるウェイト（乗数）に正であるという制約しか付けないためいくつかの項目を無視することで自分を効率的にできる。これは一芸入試などのようにどの項目も優れているということは要求せず何かが優れていればよいとする考え方である。これに対してウェイトの領域を限定することで極端なDMUを効率的としないという立場もありうる。ここではウェイトの領域を限定する２方法を提案する。

2.他のDMUを参考にする方法

あるDMUJの効率性評価においてh番目の入力にかかるウェイトv_{hJ}、k番目の出力にかかるウェイトu_{kJ}が零あるいは他と比べて十分小さいεのときにはそれらに対応する入出力は無視して効率性を評価していることになる。逆にそれらが他と比べて圧倒的に大きいときにもそれ以外の入出力はほぼ無視されていることになる。そこでv_{hJ}, u_{kJ}に上限、下限を設定する。まず、モデルCCR_D-Oをv_{hJ}, $u_{kJ} \geq \varepsilon$ の条件下で解いて

$$v_{hJ},\ u_{kJ}$$
$$(h=1,2,\ldots,m\ ;\ k=1,2,\ldots,s\ ;\ J=1,2,\ldots,n)$$

を求める。上限、下限は対象DMUJに関わらず

$$v_h^{(l)} \equiv \min_{v_{hj}>\varepsilon} v_{hj} \leq v_{hJ} \leq \max_{v_{hj}>\varepsilon} v_{hj} \equiv v_h^{(u)}$$
$$(h=1,2,\ldots,m)$$
$$u_k^{(l)} \equiv \min_{u_{kj}>\varepsilon} u_{kj} \leq u_{kJ} \leq \max_{v_{hj}>\varepsilon} u_{kj} \equiv u_k^{(u)}$$
$$(k=1,2,\ldots,s)$$

とする。ただし、データは各項目ごとに最大値が１になるように基準化しておく。

これらの上限、下限の下では実行可能解が求まるとは限らない。そのときには下限を1/2倍、上限を2倍し、再度、解を求める。この上限、下限操作はすべてのDMUについて解が求まるまで繰返す。この繰り返し回数が他と比べて自己の効率値の妥当性を示す目安となりうる。

3.正準相関を利用する方法

DEAでは入力変数群の荷重和$I=\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}$と出力変数群の荷重和$O=\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}$の比が自分にとって最も有利となるように$v_i$、$u_i$を決定する。すなわち、$v_i$、$u_r$は着目DMUに依存する。

これに対して正準相関分析法ではIとOの相関が最も高くなるようにv_i、u_rを決定し、DMUには依存しない。すなわち、全DMUに共通した値が得られる。そこで、この値を参考値としてウエィトの領域を限定する。

ここで、着目DMUの仮想入力の基準化、仮想入力≧仮想出力に対応して正準相関分析で得られたv_i、u_rを以下のように変更する。

（１）着目DMU Jの入力に対応する標準ウエィト$v_{iJ}^{(s)}$は$\{k_J \sum_{i=1}^{m} v_i x_{iJ}=1\}$を満たす$k_J$を用いて$\{v_{iJ}^{(s)}=k_J v_i\}$とする。

（２）出力に対応する標準ウエィト$u_r^{(s)}$は

$$\max_j\ \alpha \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^{m} v_i^{(j)} x_{ij} \leq 1$$

となるαを用いて$\{u_r^{(s)}=\alpha u_r\}$とする。

標準ウエィト$v_{iJ}^{(s)}$、$u_r^{(s)}$の10%, 20%, 50%などを下限値、10倍, 5倍, 2倍を上限値と考えることにする。

また、通常の正準相関分析法ではv_i、u_rの値は負であっても構わない。しかし、入力はなるべく小さく、出力はなるべく大きくしたいのに対して、負の係数を許せばそれに対応する変数は例えば入力であれば大きい程 I の値を小さくできることになってしまう。そこで固

有値問題を解くのではなく、次の制約付き非線形問題を解く[1]ことによりv_i、u_rを求める。

【目的】 $\max \sum_{i,j} v_i R_{ij} u_j$

【制約】 $\sum_{i_1,i_2} v_{i_1} S_{i_1 i_2} v_{i_2} = 1$

$$\sum_{j_1,j_2} u_{j_1} T_{j_1 j_2} u_{j_2} = 1$$

$$v_i \geq 0,\ u_j \geq 0$$

ただし、S_{ij}は入力変数x_iとx_jの相関係数、T_{ij}は出力変数y_iとy_jの相関係数、R_{ij}は入力変数x_iと出力変数y_jの相関係数である。

4.データと分析結果

文献[2]の百貨店データに節2、節3の方法を適用してみる。

節2の方法では2回目の繰り返しで実行可能解が求まった。すなわち下限値は元の下限値の1/2、上限値は元の上限値の2倍にしたときに解が求まった。表1に示すように効率値1をとるDMUに変化は無かったが、いずれも下限値に一致している変数があった。例えばDMU17はCCR$_D$-Oで$u_2 = \varepsilon$となったがv_1, v_2が下限値よりも十分大きいためu_1を大きくしても効率値1を保てる。表2に用いた下限値、上限値を示す。

節3の方法でも標準ウエイトの10%を下限値、10倍を上限値と考えた場合には節2の方法と同様の結果が得られたが、標準ウエイトの50%を下限値、2倍を上限値と考えた場合には非常に効率値が悪化するものが多くなった。また、パーセンテージを上げるにつれ効率値1のDMU数は減っていった。

以上は取敢ず2方法をあてはめてみた段階であり、さらに多くの例や方法に取り組み、客観的な領域の設定法について検討してみたい。

＜参考文献＞

[1] 今野、山下：「非線形計画法」日科技連、p.251（乗数法）[1978]

[2] 刀根：「経営効率性の測定と改善」日科技連 [1993]

表1　百貨店データに効率値の変化

	無制約	節2	節3	
			10%	50%
1	0.824	0.811	0.814	0.773
2	0.922	0.922	0.904	0.832
3	1	1	1	1
4	0.948	0.941	0.945	0.929
5	0.796	0.794	0.781	0.715
6	0.905	0.904	0.894	0.241
7	0.990	0.990	0.989	0.939
8	0.853	0.851	0.850	0.253
9	0.759	0.740	0.755	0.734
10	0.976	0.975	0.976	0.675
11	0.679	0.678	0.649	0.132
12	0.738	0.738	0.723	0.172
13	0.821	0.820	0.816	0.189
14	0.688	0.688	0.670	0.225
15	1	1	1	0.971
16	0.536	0.535	0.528	0.163
17	1	1	0.917	0.183
18	0.594	0.593	0.585	0.173
19	0.713	0.712	0.709	0.218
20	0.662	0.613	0.659	0.644

表2　節2の方法における下限値、上限値

	$u_1^{(l)}$	$u_2^{(l)}$	$v_1^{(l)}$	$v_2^{(l)}$
1回目	0.394	0.134	0.006	1.451
2回目	0.197	0.067	0.003	0.726
	$u_1^{(u)}$	$u_2^{(u)}$	$v_1^{(u)}$	$v_2^{(u)}$
1回目	10.53	3.05	4.43	17.72
2回目	21.06	6.11	8.85	35.45