

DEA の結果を考慮した判別分析とその実証研究

01205520 東京理科大学 末吉 俊幸 SUEYOSHI Toshiyuki
 東京理科大学 桐原 祐一郎 KIRIHARA Yuichiro
 02601960 東京理科大学 *宗像 徹 MUNAKATA Tohru

出典：Toshiyuki Sueyoshi and Yuichiro Kirihara, "efficiency measurement and strategic classification of Japanese banking institutions", *International Journal of Systems Science*, 1998, Forth coming

1. はじめに

従来の判別分析法の研究において、一般的にグループへの帰属関係がすべての観測データに対して前もって決定されなければならないという前提が必要とされる。そこで本研究では、分類されていないデータに対して DEA (Data Envelopment Analysis) を実行し、その結果を利用して判別予測を行うという 2 段階手続きからなる新しい判別分析フレームワークを提案する。

2. GPNDA モデル

本研究ではまず、GP (Goal Programming) に基づく判別分析手法として "GPNDA" (Goal Programming for Nonlinear Discriminant Analysis) を提案する。GPNDA は、観測データを n 個の DMU (Decision Making Unit) として対応させ、各 DMU は、そのパフォーマンスを表わす k 個の独立した要因で特徴づけられる。また、それぞれの DMU のデータは Z_{ij} によって示される。GPNDA は、次の 2 段階の計算過程から成り立つ。

Stage 1 (クラス分けとオーバーラップの明確化)

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{j \in G_1} S_{1j}^+ + \sum_{j \in G_2} S_{2j}^- \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^k \alpha_i Z_{ij} + S_{1j}^+ - S_{1j}^- = d, \quad j \in G_1, \\ & \sum_{i=1}^k \beta_i Z_{ij} + S_{2j}^+ - S_{2j}^- = d - \eta, \quad j \in G_2, \quad (1) \\ & \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1, \\ & \sum_{i=1}^k \beta_i = 1, \\ & S_{1j}^+, S_{1j}^-, S_{2j}^+, S_{2j}^-, \alpha_i, \beta_i \geq 0, d: \text{制約なし}. \end{aligned}$$

α_i, β_i は判別係数であり、 S_{1j}^-, S_{2j}^+ は、正しい判別を表わすスラックを示している。また、 η はグループ間に隔たりを設けるための正の小数であり、 η を設けることにより、自明解 ($\alpha_i^* = 0, \beta_i^* = 0, d^* = 0$) を避けることができる。

(1) 式により得られた $\alpha_i^*, \beta_i^*, d^*$ により、新たにサンプルされた m 番目のデータ Z_{im} ($i = 1, \dots, k$) は、次の各基準によって判別される。

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{i=1}^k \alpha_i^* Z_{im} > d^* \geq \sum_{i=1}^k \beta_i^* Z_{im} \text{ または } \sum_{i=1}^k \alpha_i^* Z_{im} \leq d^* < \sum_{i=1}^k \beta_i^* Z_{im} \\ & \text{のとき } Z_{im} \text{ は、オーバーラップ } (G_1 \cap G_2) \text{ 上にある,} \\ \text{(b)} \quad & \sum_{i=1}^k \alpha_i^* Z_{im} \geq d^*, \sum_{i=1}^k \beta_i^* Z_{im} \geq d^* \text{ のとき } Z_{im} \text{ は、} G_1 \\ & \text{に属する,} \\ \text{(c)} \quad & \sum_{i=1}^k \alpha_i^* Z_{im} < d^*, \sum_{i=1}^k \beta_i^* Z_{im} < d^* \text{ のとき } Z_{im} \text{ は、} G_2 \\ & \text{に属する.} \end{aligned}$$

オーバーラップの存在 ((a) の場合) は、判別における精度低下を招くので、次の stage 2 で対処する。

Stage 2 (オーバーラップの対処)

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{j \in G_1} S_{1j}^+ + \sum_{j \in G_2} S_{2j}^- \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^k \lambda_i Z_{ij} + S_{1j}^+ - S_{1j}^- = d, \quad j \in G_1 \\ & \sum_{i=1}^k \lambda_i Z_{ij} + S_{2j}^+ - S_{2j}^- = d - \eta, \quad j \in G_2 \quad (2) \\ & \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1, \\ & S_{1j}^+, S_{1j}^-, S_{2j}^+, S_{2j}^-, \lambda_i \geq 0, d: \text{制約なし}. \end{aligned}$$

このモデルは、(1) 式において $\alpha_i = \beta_i$ としたものであり、その結果 1 つの判別関数で判別している。(1) 式により得られた λ_i^*, d^* により、新たにサンプルされた DMU は、次のように判別できる。

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{i=1}^k \lambda_i^* Z_{ij} \geq d^* \text{ のとき, } Z_{ij} \text{ は } G_1 \text{ に属する,} \\ \text{(b)} \quad & \sum_{i=1}^k \lambda_i^* Z_{ij} < d^* \text{ のとき, } Z_{ij} \text{ は } G_2 \text{ に属する.} \end{aligned}$$

3. DEA と GPNDA の融合

GPNDA を含むすべての判別分析手法には、判別を行う際、グループの帰属関係が前もって決定されていなければならないという仮定が存在する。そこで本研究では、判別分析法を企業評価に用いるために DEA を使用し、その新しい適用または帰属関係の分類(G_1 あるいは G_2)に焦点を当てる。この DEA/GPNDA アプローチは、まず最初の段階で、すべての観測データを DEA 効率値によってランク付けを行い、ある効率値に基づいてそれらを 2 つのグループ(G_1 , G_2)に分類する。2 番目の段階として、グループ分けされたデータに基づき GPNDA を用いて判別を行う。このアプローチにより、判別分析の方法論的な仮定を克服することができる。

本研究で使用したデータは、都市銀行 10 行、地方銀行 126 行の財務データを『金融ビジネス (1997 年 3 月号)』から引用したものである。

本研究では、DEA 効率値に応じて上記の銀行を 2 グループに分類する。その 1 例として分類 1 (G_1 :効率値 100%, G_2 :効率値 100%未満)の結果を表 1 に示す。

表 1 GPNDA と従来のモデルとの比較 (一部)

要因	分類 1 (100% or less)			統計的判別分析法
	GPNDA		d:判別基準	
	Stage 1	Stage 2		
定数項				2.259062
総資本経常利益率	0	0	0.120728	-0.008203
自己資本比率	0	0.106146	0.036853	0.000464
株主資本純益率	0	0.232202	0	0.005975
粗利経費率	0	0	0.796171	-0.003350
国内総資金利ザヤ	0.133758	0	0.020155	0.001914
不良債権比率	0.866242	0.624371	0	-0.000396
不良債権引当率	0	0.037281	0.026093	-0.002271
d:判別基準	736.05733		478.99786	
判別率	100%			98.6%

表 1 より GPNDA の判別率は、従来のモデル (Fisher の線形判別関数: Linear Discriminant Function) と比べて優れていることが分かる。

4. Factor Restricted GPNDA モデル

GPNDA は、オーバーラップを考慮できるという長所がある。しかし、判別係数(ウェイト)がゼロになってしまうという欠点が存在する。判別係数がゼロになるということは、それに対応する要因が判別分析に考慮されていないことを意味するため、これは望ましくない。そこで、上記の欠点を克服するために、GPNDA に新たな制約を加えたものが FR-GPNDA (Factor Restricted

GPNDA) である。これは、判別係数に上限と下限を設定し、次のように表現される。

$$L \leq \alpha_i / \alpha_1 \leq U \quad (i = 2, \dots, k)$$

α_i : 判別係数, U : 上限, L : 下限

表 2 は、それぞれの要因に上限値($U=100$), 下限値($L=0.01$)の制約を設けて判別したものである。

表 2 FR-GPNDA を用いた判別結果 (一部)

要因	分類 1 (100% or less)		
	Stage 1		Stage 2
総資本経常利益率	0.007538	0.943396	0.125424
自己資本比率	0.000075	0.009434	0.078515
株主資本純益率	0.000075	0.009434	0.001254
粗利経費率	0.753784	0.009434	0.791044
国内総資金利ザヤ	0.089544	0.009434	0.001254
不良債権比率	0.148909	0.009434	0.001254
不良債権引当率	0.000075	0.009434	0.001254
d:判別基準	546.81698		475.08134
判別率	99.3%		

表 2 の結果から、判別係数にゼロが現れるのを防ぐことができ、GPNDA のように高い判別率を示していることが分かる。

5. シミュレーション研究

拡張研究では GPNDA, FR-GPNDA を従来の判別分析法である統計的判別分析法, MSD と比較し、その有効性を検証した。これにより FR-GPNDA の判別率は要因制約がより厳密になるほど低くなることが分かった。しかし、 $U=100$, $L=0.01$ のときは、GPNDA のように高い精度を示した。また、それぞれの手法に対してシミュレーションを行った。その結果 GPNDA, FR-GPNDA は、判別率、予測判別率ともに従来のモデルよりも良い結果を示すことが分かった。

6. 結論と研究展望

本研究では、DEA と GPNDA から成り立つ、2 段階手続きによる新しいタイプの判別分析アプローチを提案した。これにより、判別分析手法に関する欠点を克服できるようになった。また、従来から DEA の使用は、パフォーマンス分析や効率測定のみに向けられていたが、このアプローチにより分析領域をグループの帰属関係の予測へと拡張することができた。この DEA/GPNDA アプローチは完全なものでないため、近い将来さらに探究する必要があることを付け加えて結びとする。