

# ANPにおける希求水準を用いた正規化手法の提案と 不合理な選好順位逆転現象の回避

01303394 大阪大学  
 大阪大学  
 神戸大学  
 01307864 大阪大学

田村 坦之 TAMURA Hiroyuki  
 \* 嗟峨山洋介 SAGAYAMA Yosuke  
 鳩野 逸生 HATONO Itsuo  
 富山 伸司 TOMIYAMA Shinji

## 1 はじめに

T.L.Saatyによって提案されたANP[1]は、従来のAHP[2]をさらに発展させた意思決定手法であり、意思決定問題の各要素の従属関係がネットワーク状になっているような場合にも対処できる意思決定手法であるといえる。AHPでは、各評価基準の重要度を総合目的の視点から求めていたのに対し、ANPでは、各代替案ごとに個別に求めることにより、より繊細な意思決定を行うことができる。また、AHPでは独立であると仮定していた、代替案間、評価基準間の従属関係(内部従属)をも考慮することができる。しかし、その計算過程の中に、AHPと同じ部分を含むので、AHPで問題となることが、同じくANPでも問題となってくる。その一つとして、新たに代替案を追加した場合に、選好順位の逆転[3]が起きることがある。

本稿では、ANPにおける外部従属法の基本手順と、その選好順位の逆転現象、その改良案について述べる。

## 2 ANPによる意思決定手順

ANPでは、問題を階層図に表し、各代替案に関する評価基準の重要度、各評価基準に関する代替案の重要度を、一対比較行列の最大固有値に対する固有ベクトルの各要素の和が1になるように正規化した値として求め、その重要度によりSupermatrixと呼ばれる確率行列を構成する。確率行列とは、各列の要素の和が1となる行列である。そして、確率行列の冪乗が一定値に収束することから、Supermatrixの収束値を総合的な重要度とする。X, Yを評価基準、A, B, Cを代替案とした場合の階層図を図1に、Supermatrixを(1)式に示す。例えば(1)式のa, b, cは評価基準Xに関する代替案A, B, Cの重要度、o, pは代替案Aを評価する場合の評価基準X, Yの重要度を示す。この(1)式を冪乗していくと、(2)式のように行列は一定値に収

束する。ここで、例えば $\hat{A}$ はAの最終的な重要度、 $\hat{X}$ はXの最終的な重要度となる。

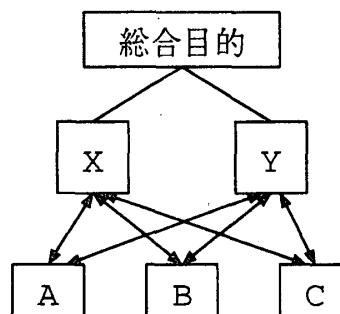


図1: 階層図の例

$$\begin{matrix} & X & Y & A & B & C \\ X & \begin{pmatrix} 0 & 0 & o & q & s \end{pmatrix} \\ Y & \begin{pmatrix} 0 & 0 & p & r & t \end{pmatrix} \\ A & \begin{pmatrix} a & d & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ B & \begin{pmatrix} b & e & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ C & \begin{pmatrix} c & f & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \tag{1}$$

$$\begin{matrix} & X & Y & A & B & C \\ X & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \hat{X} & \hat{X} & \hat{X} \end{pmatrix} \\ Y & \begin{pmatrix} 0 & 0 & \hat{Y} & \hat{Y} & \hat{Y} \end{pmatrix} \\ A & \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{A} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ B & \begin{pmatrix} \hat{B} & \hat{B} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ C & \begin{pmatrix} \hat{C} & \hat{C} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \tag{2}$$

## 3 ANPの問題点と改良案

ANPでは、代替案の重要度をその和が1になるように正規化しているため、新たな代替案を追加した場合

に、もともとあった代替案の重要度が小さくなってしまふ。このことが原因で、代替案の選好順位の逆転が起こることがある。この場合の例として、代替案を  $A, B$ , 評価基準を  $X, Y$ , さらに代替案  $C$  を追加した場合の総合重要度がそれぞれ (3), (4) 式のようになったとする。ここでは、 $C$  の追加前後で代替案  $A$  と  $B$  の選好順位の逆転が起こっていることが分かる。

この問題に対して、希求水準 [4], すなわちその評価基準のもとで満足できる最低のラインを意思決定者に尋ね、それを仮想的な代替案として代替案の中に追加して一対比較を行い、この希求水準の重要度が 1 になるように一対比較行列の固有ベクトルを正規化する。このように正規化することで、代替案の持つ重要度がその評価基準に関する満足度を示し、この希求水準が変化しない限り、新たに代替案を追加しても、もとの代替案の重要度の値は変わらず、選好順位の逆転は起こらない。この場合、Supermatrix は確率行列にはならないので、一定値に収束しないが、各列の要素の比が一定値に収束することから、その比をもって選好順位を決定するものとする。

逆転が重要度の正規化手法の問題によってのみ起こる場合、また、実際の意思決定において逆転が起こってはならない場合を想定するために、各代替案に対する評価基準の重要度がすべて等しく (AHP による意思決定と同じになる)、一対比較行列の整合性もとれており、代替案の追加に伴い階層構造に変化がない場合について、改良案による数値例を示す。代替案を  $A, B$ , 評価基準を  $X, Y$  とした場合、さらに代替案  $C$  を追加した場合の総合重要度がそれぞれ (5), (6) 式のようになったとする。

$$\begin{array}{c} X \quad Y \quad A \quad B \\ X \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.667 & 0.667 \\ Y \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.333 & 0.333 \\ A \begin{pmatrix} 0.511 & 0.511 & 0 & 0 \\ B \begin{pmatrix} 0.489 & 0.489 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{array} \quad (3)$$

$$\begin{array}{c} X \quad Y \quad A \quad B \quad C \\ X \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.667 & 0.667 & 0.667 \\ Y \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.333 & 0.333 & 0.333 \\ A \begin{pmatrix} 0.204 & 0.204 & 0 & 0 & 0 \\ B \begin{pmatrix} 0.296 & 0.296 & 0 & 0 & 0 \\ C \begin{pmatrix} 0.500 & 0.500 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{array} \quad (4)$$

$$\begin{array}{c} X \quad Y \quad A \quad B \\ X \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1.890 & 1.890 \\ Y \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.944 & 0.944 \\ A \begin{pmatrix} 4.502 & 3.751 & 0 & 0 \\ B \begin{pmatrix} 3.999 & 3.333 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{array} \quad (5)$$

$$\begin{array}{c} X \quad Y \quad A \quad B \quad C \\ X \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4.670 & 4.670 & 4.670 \\ Y \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2.332 & 2.332 & 2.332 \\ A \begin{pmatrix} 13.505 & 4.502 & 0 & 0 & 0 \\ B \begin{pmatrix} 11.997 & 3.999 & 0 & 0 & 0 \\ C \begin{pmatrix} 37.516 & 12.505 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{array} \quad (6)$$

この場合、(5), (6) 式の第 1 列 (第 2 列でも同じ) の 3, 4 行の値の比が  $A$  と  $B$  の重要度の比となり、 $C$  の追加前後で、 $A : B$  の比は  $1 : 0.888$  と変わりなく、選好順位に変化はないことが分かる。また、ここには記載しないが、これと同じ例において、重要度の和が 1 になるように正規化した場合には選好順位の逆転が起こってしまう。よって、希求水準を用いて意思決定を行うことで、起こってはならない選好順位の逆転を防ぐことができるといえる。

#### 4 おわりに

本論文では、ANP の外部従属法における選好順位の逆転現象に対して、希求水準を用いた改良案を述べたが、今後は、AHP で提案されている絶対評価法等の ANP への適用を考えると共に、ANP の内部従属法への拡張も考えていく。

#### 参考文献

- [1] T.L. Saaty: "The Analytic Network Process," RWS Publications (1996)
- [2] T.L. Saaty: "The Analytic Hierarchy Process," RWS Publications (1990)
- [3] V. Belton and T. Gear: "The legitimacy of rank reversal-A Comment," OMEGA The International Journal Of Management Sciences, Vol. 13, No. 3, pp. 143-144 (1985)
- [4] 田村坦之, 高橋 理, 鳩野逸生, 馬野元秀: "階層化意思決定法 (AHP) の記述的モデルの提案と選好順位逆転現象の整合的解釈" Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 41, No. 2, pp. 214-228(1998)