階層化意思決定法におけるスケール選択の影響に関する考察

01206633　松阪大学　*佐藤祐司　SATOH Yuuji
01605580　東京経済大学　水谷昌義　MIZUTANI Masayosi

1. はじめに

階層化意思決定法(AHP)は，Thomas L. Saatyによって考案された意思決定法の一つで，一対比較を通して選択肢に対する人間の主観的な価値判断を，それぞれの選択肢に対する重要度として定量化する点に特徴がある．一対比較に用いるスケールは，重要度や整合度(C.I.)と密接な関係があり，人間の感覚を如何にうまく捉えることができるかと言う観点から，これまでにさまざまなスケールが提案されているが，その有効性に関して理論的な評価を下すのは極めて困難である．

そこで本研究では，一対比較に用いるスケールとして線型スケールと指数スケールをとり上げ，ランダムに構成したサンプルと，意思決定主体のバイアスがかかったサンプルの，2種類のサンプルを用いて，(i)C.I.の値，(ii)重要度の序列変動について両スケールを比較した．また，最も重要性が高い項目を他の項目から判別することもAHPの重要な目的の一つであることから，この(iii)判別性能に関する比較も併せて行なった．その結果，一対比較に用いるスケールとしては指数スケールの方が優れていることが検証された．

2. スケールの定義

一対比較に用いるスケールは，評価項目に対する対比較の結果をreciprocalな一対比較値に変換する関数と捉えることができ，評価項目iとjの比較の結果をx_{ij} $(x_{ij}+x_{ji}=0)$とすると，$f(x_{ij})\cdot f(x_{ji})=1$を満たす単調増加関数$f: x_{ij} \longrightarrow a_{ij}$として定義できる．
$x_{ij}\in\{-k,\ldots,-1,0,1,\ldots,k\}$に対して，

- 線型スケール$f_L(x_{ij};c)$:

$$f_L(x_{ij};c)=\begin{cases} c\cdot x_{ij}+1 & 0\le x_{ij} \\ 1/(-c\cdot x_{ij}+1) & x_{ij}<0 \end{cases} \quad (c：任意の正の定数), \tag{1}$$

- 指数スケール$f_P(x_{ij};m)$:

$$f_P(x_{ij};m)=m^{x_{ij}} \quad (m：1以上の任意の定数), \tag{2}$$

と定義する．
(1)において，Saatyの線型スケール$f_L(x_{ij};1)$は，$c=1,k=8$の場合に対応する．一対比較に指数スケールを用いる際には，Saatyも述べているように底の決め方が結果に大きな影響を与える．本研究では，$f_L(x_{ij};1)$を1から9（すなわちx_{ij}を0から8）まで変化させたときの，$f_L(x_{ij};c)$と$f_P(x_{ij};m)$，それぞれのスケールで測った一対比較値の平均的な評価面積が等しくなるように，次式を満たす底m^*を用いる．

$$\int_0^8 (1\cdot x+1)\,dx=\int_0^8 m^x\,dx \tag{3}$$

(3)よりm^*の近似値として$m^*=1.3945$が得られる．以下，断りのない限り$f_L(x_{ij};1)$，$f_P(x_{ij};m^*)$を単にf_L, f_Pと表す．

3. 検証結果（意思決定主体のバイアスがかかったサンプルについて）

i：C.I.について

表1に示したように，同一のサンプルからf_L, f_Pの2通りのスケールを用いて一対比較行列にまとめた場合，C.I.の分布はf_Lよりもf_Pの方が，全体として0に近い値に偏って分布する傾向があることが判った．

表 1: C.I. の分布

基準点*	$f_L(x_{ij};1)$ 累積サンプル数	$f_L(x_{ij};1)$ 比率	$f_P(x_{ij};m^*)$ 累積サンプル数	$f_P(x_{ij};m^*)$ 比率
1 %	302	21.43%	379	26.90 %
3 %	430	30.52%	549	38.96 %
5 %	599	42.51%	717	50.89 %
7 %	657	46.63%	731	51.88 %
10 %	787	55.86%	932	66.15 %
15 %	949	67.35%	1016	72.11 %
20 %	1029	73.03%	1106	78.50 %
25 %	1102	78.21%	1195	84.81 %
100 %	1409	100.00%	1409	100.00 %

ii：重要度の序列変動について

表2に示したように，同一のサンプルについて，$c:0 \leq c \leq 10, m:1 \leq m \leq 3$の範囲でパラメーターを変化させた結果，重要度の序列変動に関してf_Lよりもf_Pの方がよりrobustであることが判った（A，A'：累積サンプル数，B，B'：序列変動が起ったサンプルの累積数）.

表 2: 重要度の序列が変動したサンプル数と比率

基準点*	$f_L(x_{ij};c)$ A	B	B/A	$f_P(x_{ij};m)$ A'	B'	B'/A'
1%	302	0	0%	379	0	0%
3%	430	1	0.2326%	549	0	0%
5%	599	2	0.3339%	717	0	0%
7%	657	3	0.4566%	731	0	0%
10%	787	4	0.5083%	932	0	0%
15%	949	4	0.4215%	1016	6	0.5906%
20%	1029	5	0.4859%	1106	16	1.447%
25%	1102	9	0.8167%	1195	18	1.506%
100%	1409	57	4.045%	1409	43	3.052%

iii：判別性能について

重要度ベクトルの最大成分をv^1，2番目に大きい成分をv^2とし，$v^1 - v^2 (\equiv v)$の大きさで判別性能を測った．表3に示したように，f_L, f_Pを用いた場合のvの差をv_L，v_Pとすると，$v_L < v_P$となるサンプルが多いことからf_Pの方が判別性能が高いことが判った．

表 3: 判別性能の比較

v_L, v_P	サンプル数	比率
$v_L > v_P$	469	33.92%
$v_L = v_P$	247	16.68%
$v_L < v_P$	693	49.40%

*一対比較行列をランダムに構成した場合のC.I. の値を昇冪の順で見たときの，上位1%〜25%のC.I. の値を基準点とした．