

予約と残余期間価値を考慮した最適停止問題

02202090 愛知大学 齋藤 毅 SAITO Tsuyoshi

1. はじめに

本研究は先行研究 [2] を発展させたものである。[2] では、各時点で現れるオファーの将来におけるリコールの可否は、オファーの価値に応じた費用を負担することで制御できる、という仮定を設けた最適停止問題を扱ったが、それは以下のようなものである。

2. 先行研究 [2] の概要

意思決定者はこれから t 期間以内にオファーを1つ採択しなければならない。オファーはどの時点においても1つ現れるが、そのためには探索費用 $s > 0$ をその都度投資する必要がある、その価値はある既知分布 F からのランダムサンプルである。なお、オファー価値は最低 $a \geq 0$ 、最高 $b < \infty$ 、平均 μ とする。

また、いずれのオファーも無期限に予約可能とする。つまり、価値 w のオファー（以降「オファー w 」と呼ぶ）に対し、その価値 w に応じた予約費用 $r(w)$ を投ずれば、それ以降のどの時点においてもそのオファー w をリコールできる。なお、予約しなかったオファーはその後リコールできず、予約はしたがリコールはしなかったオファーに投じた予約費用は返還されず、予約費用はオファー価値の増加関数であるとする。

ここで、彼の目的を今後の総割引期待利益の最大化とし、各時点において、そこで現れたオファーをカレントオファー (current offer)、それまでに予約したオファーの中で最大価値を持つものをリーディングオファー (leading offer) と定義する。すると、最終時点を除く各時点において、彼が下すべき決定は次の4つのいずれかである：1. カレントオファーの採択 (AS)、2. カレントオファーの予約 (RC)、3. リーディングオファーの採択 (PS)、4. 予約や採択は行わず単に次のオファーを求

める (PC)。最終時点においては決定 AS 又は PS のみを取り得る。なお、各決定の記号は Accept, Reserve, Pass-up, Stop, Continue からつけたものである。

このモデルにおける最適決定ルールの特徴の1つは「最終時点を除いてはリーディングオファーをリコールしてはならない（決定 PS が最適決定となり得るのは最終時点のみである）」というものである。

3. 本研究の目的

リコールの許されない環境では、採択の決断を最終時点まで持ち込んだ場合、最終時点で現れたオファーの価値が極めて低いものでもこれを採択せざるを得ない、というリスクがある。先の結論によると、この最終時点のリスクを回避することが [2] のモデルにおける予約の唯一の目的である。

しかし、採択の決断を延ばすほど残り期間内によりオファーが現れる確率は低くなる。よって「これ以上探索費用を払ってオファーの出現を待っても、割に合うオファーが現れる見込みは低い」と判断し、リーディングオファーの採択を決断する時点が計画期間途中にあっても不自然ではない。

先の結論が出た理由は、現実社会に比べ時間の価値評価が低かった点にある、と考えた。そこで本研究には、最終決定時、残り期間に応じた価値を得ることができるという仮定を設けた。これは残りの計画期間を、オファー探しとは別の経済活動に当てることができる、ということの意味する。

4. 残余期間価値

時点 t は最終時点 (0) から後向きに数えたものとする。つまり、 t は残り期間数も表す。また、1期間当りの割引率を $\beta \in (0, 1]$ とする。

時点 t で探索を終了した場合に得られる残余期間価値を d_t とし, t に関して増加であるとする. 特に本研究においては2タイプの d_t を扱う. 第1は $d_t = (\beta + \beta^2 + \dots + \beta^t)\sigma$ なるもので, β 加法タイプと呼ぶ. 残り期間の1期ごとに $\sigma > 0$ ずつ得る事に相当する. 第2は d_t が t に関して凸というもので, 凸タイプと呼ぶ. 残り期間が長いほど効率の良い経済活動ができる事に相当する.

5. 基本方程式

$u_t(w, x)$ をリーディングオファーが x , カレントオファーが w である時点 t から探索を始め, それ以降を最適決定ルールに従った場合の総割引期待利益とする. $v_t(x)$ を $u_t(w, x)$ の w に関する期待値とすると, $t = 0$ では

$$u_0(w, x) = \int_a^b \max\{w + d_0, x + d_0\} dF(w),$$

$t \geq 1$ では

$$u_t(w, x) = \int_a^b \max \left\{ \begin{array}{l} w + d_t, \\ -r(w) - s + \beta v_{t-1}(\max\{w, x\}), \\ x + d_t, \\ -s + \beta v_{t-1}(x) \end{array} \right\} dF(w).$$

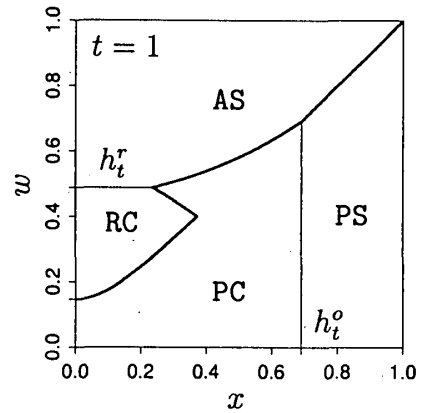
6. 結論

(a) 最終時点を除いてはリーディングオファーをリコールしてはならない. つまり [2] の結論が維持された. この原因は, d_t の取り方に問題があったか, あるいは本質的に残余期間価値はこの結論に関係ないかのいずれかである. これは今後の研究課題とする.

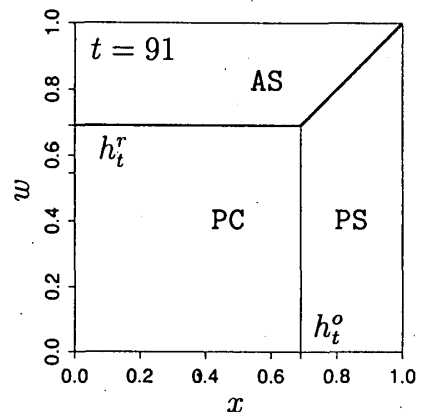
(b) β 加法タイプと凸タイプの d_t の違いは, 前者では無限計画期間でもオファー探し続行の決定が最適決定と成り得るのに対し, 後者では残り期間が長くなるとオファー探し続行の決定が最適決定とは成り得ない点である (図 1).

7. 参考文献

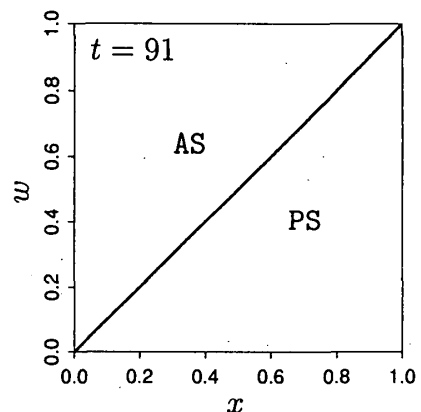
[1] 齋藤 毅, (1996). リコールの可否が制御できる最適停止問題, 96 年度秋季研究発



β 加法・凸両タイプ共通



β 加法タイプ



凸タイプ

図 1: 最適決定ルール

表会予稿集, 1-E-4.

[2] Saito, T. (1998). Optimal Stopping Problem with Controlled Recall, *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 12(1), 91-108.