

ロジスティクス計画におけるシミュレーションと最適化の融合

01603200 早稲田大学 *森戸 晋 MORITO Susumu

1. はじめに

サプライチェーンマネジメントの最近の動きに象徴されるように、オペレーショナルなディテールが経営戦略や企業の業績に少なからぬ影響を与える時代となっている。このような状況下ではオペレーショナルな側面を視野に入れながら、システム全体の最適化を図る必要性が高い。

ロジスティクスの計画はもともと最適化を指向している。しかし、意思決定要因がシステムの性能に及ぼす影響を及ぼすかが分からないことも多い。シミュレーションはシステムの性能評価の強力なツールであるが、システムの性能評価が可能になれば、どうすればその性能を最大限発揮できるかの探索を考えるのは当然である。本発表では、ロジスティクス計画を念頭にシミュレーションと最適化の併用について論ずる。

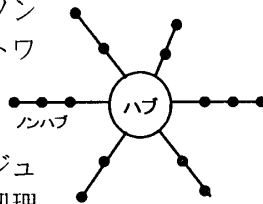
2. シミュレーションと最適化の併用：シナリオ、アルゴリズムビュー、事例、ソフトウェア

2.1 シミュレーション/最適化併用のシナリオ

シミュレーションと最適化を併用したくなるロジスティクス計画問題のシナリオの紹介から始めるよう：

シナリオ1： ハブ局から複数のノン

ハブ局を放射状に結ぶ郵便ネットワークがある。各局で集収される郵便量の推定値、ノンハブ局か



らハブ局へのトラック便のスケジュール、郵便をソートする区分機の処理能力が既知とする。宛地までの時間制約を満たすために、何時までに集収された郵便が長距離便の出発時刻に間に合うためには何時にまでハブ局に届けられなければならないかが分かっている。このとき、スペース等の制約条件を満たし、総費用最小となるように、各局で集められた郵便を処理するには、どの局に何台の区分機をおいて区分すればよいか。□

シナリオ2： ある巨大コールセンターでは、あらかじめ定められた多数の勤務シフトそれぞれに何名のスタッフを割り当てるか決めなければならない。勤務シフトごとの1人当たりの費用や時間帯ごとのサービス要求の到着率が既知であるとき、顧客の待ち時間に関して一定の水準を保つ最小費用勤務シフトスケジュールを求めたい。□

シナリオ1に酷似する事例には花王の施設配置[Y]

が、シナリオ1と2両方に共通する要因を扱う研究に大沢[O]がある。これらのシナリオに共通と考えられるのは、動的要因をはじめとするシステムの詳細を考慮したときに、広義の「サービス基準」を満たし、費用を最小化する計画の立案である。上位階層では費用最小化を目指し、下位階層はオペレーショナルディテール（最近ではこれがしばしば市場における競争力と密接に関係する）に関わる条件を設定しその満足化を図ろうとするという形で、問題を階層的にとらえることができる。システムの詳細は、さらに

- a) 確率の変動を伴う現象、とりわけ混雑現象
- b) 細かい条件（正確に表現可能ではあるが、問題の規模をいわずらに大きくするため数理計画モデルでは表現したくないような条件）

細かい条件は、一定範囲での変更は可能としても、計画全体に少なからぬ影響を及ぼすことが考えられるため、最終的に受け入れ可能（以下、実行可能と呼ぶ）な案を作り出すためにはどこかで分析評価が必要となる条件である。

2.2 問題のタイプと技法併用の基本的考え方

(1) 問題の類型 (Azadivar[WSC99]等のサーベイ参照)

本稿では次のようなシミュレーション最適化問題 (SOP; Simulation Optimization Problem) を考える：
(SOP) 最小(大)化 $z = f(x)$

$$\text{制約条件 } g(x) \leq 0, x \in S$$

ただし $f(x)$, $g(x)$ の中には関数形が陽には分からず、シミュレーションによる評価のみが可能なものが含まれているものとする。

タイプA： 目的関数 $f(x)$ の評価にシミュレーションが必要

タイプB： 制約条件を定める関数 $g(x)$ の評価にシミュレーションが必要

タイプC： 目的関数 $f(x)$ / 制約条件 $g(x)$ の評価にシミュレーションが必要

過去の研究は、原理的には上記3タイプのいずれかを問わないものが少なくないが、大多数は目的関数の関数形が未知であるケースを想定してきた。

以下、2節の残りとして3節は問題(SOP)を最適化とシミュレーションを併用して「解く」という立場から論じ、続く4章では、より自由に両者を併用するという立場から考える。

(2) シミュレーション/最適化の基本的考え方

問題タイプの違いが、シミュレーション/最適化の基本的考え方に影響を及ぼすと考えるのは自然である。具体的には、目的関数値の評価にシミュレーションを要するタイプA・CとタイプBとで、2つのアプローチが浮かび上がる：

- a) シミュレーションによって目的関数（および制約条件）の評価をしながら最適計画を探索
- b) ラフな最適化+シミュレーションによるフィージビリティチェック

前者は実験を繰り返しながら最適条件を見つけるもので、実験がシミュレーションでなければ古くから様々な分野でやられてきたことである。一方、後者は主要なコスト要因だけを考慮した最適化モデルを解いてマクロレベルにおける最小コストの解候補を生成し、次に、得られた解候補のフィージビリティをシミュレーションで確認するというアプローチである。

2.3 研究の動向

(1) 研究の流れ

シミュレーションと数理計画の使い分けについては古くから様々な見方が論じられてきた。かつてはシミュレーションをmethod of last resortと考える見方が強かったが、最近の見方はより肯定的かつ柔軟である。シミュレーション最適化問題が現実味を帯び、研究が活発になったのはコンピュータとシミュレーション技術が飛躍的に進歩した80年代からである。その後の研究の流れは大別して以下に分類される：

- a) 実験計画の流れとRanking and Selection法
- b) 摂動分析(PA)による感度分析と最適化
- c) メタヒューリスティック系の最適化アルゴリズム

選択枝の数が限られている場合には、実験計画法をシミュレーション実験に適用することが考えられる。また工業分野における（バーチャルの世界でない）実験的最適化に対するResponse Surface Methodsが古くから知られている。最近では複数の代替案の中から最適案を絞り込むRanking and Selection法が開発され、選択枝の数が多き場合の対処法も提案されている。

シミュレーション最適化の研究の花が咲いたのは、摂動分析/摂動法(PA)と呼ばれる感度分析法とPAに基づく最適化法が提案されてからである。開発者Y. C. Hoの当初の研究は自動車メーカーのフローラインのバッファ配分という実際問題を扱ったものであるが、その後は理論的な研究が多く、実際の応用には汎用性の課題を乗り越える必要がある。最近の流行としてはメタヒューリスティック解法とシミュレーションを併用した実践的なアプローチがある。

(2) 事例に基づく最近の研究

具体的な事例を扱うシミュレーション最適化問題の論文は多いとはいいがたい（検索が難しいために見落としも少なくないであろう）。Mason, Ryan, and Panton[MRP]は、ニュージーランドの空港税関スタッフのシフトスケジューリングを扱い、またHenderson and Mason[WSC98]は同様な構造を有するコールセンターのスタッフスケジューリングを扱っており、冒頭のシナリオ2はこれらを参考にしたものである。

2.4 ソフトウェアの現状

商用のソフトウェアにはここ数年の間に次々と最適化機能が（ソフトウェアによってはオプションとして）追加された。一般に、これらの最適化機能の詳細は明らかではないが、先に述べた3つの研究の流れのうち、摂動分析を除く2つの流れに対応する。摂動分析に基づく最適化機能が商品化されない理由は汎用性に課題が残るためと考えられる。

実験計画の流れを汲むRanking and Selection法は、Scenario Selectorの名前でAweSim(日本での商品名Visual SLAM)に取り入れられている。一方、メタヒューリスティック系の最適化は、Gloverらが開発したOptQuestを組み込んだMicro Saintをはじめ、PROMODEL、Simul8、Witeness等で商品化されている。

3. 数理計画による最適化とシミュレーションによるフィージビリティチェックの融合

3.1 一般的枠組み

サプライチェーンの設計やロジスティクスや経路計画の意思決定支援では、考えられるネットワークの形態やパラメータの組合せが多すぎてシミュレーションは適当ではなく、数理計画で設計案を絞り込んだ後でのシミュレーションが効果的である場合が多い(Ratliff[WSC97])。既存のシミュレーションソフトウェアが提供する最適化機能がこの種の問題にふさわしいとは考えにくい。また、シミュレーション/最適化の従来の研究をこのような状況に適応させるのが簡単であるとも考えにくい。

設計案のフィージビリティ、すなわち、システムの制約条件を満たすか否かが、シミュレーションを介さないと判定できないというタイプの問題はなぜかこれまでほとんど扱われてこなかった。前述のMason, Ryan, and Panton, Henderson and Mason、そして次に紹介するMorito et al.[WSC99]は、数少ない事例である。これらの例では、確率変動を伴う待ち行列型の混雑現象や、システムの詳細を考慮したシミュレーションによって、設計案の実行可能性が判定される。

この種の問題に対する解法戦略として、次のような

アプローチが考えられる：

- a) 実行可能解を順次改善していくアプローチ
- b) 主な要因を考慮した数理計画を解いて得られた設計案がシミュレーションで実行可能と判断されたときに「最適」解が得られるアプローチ
- c) 前の2つのアプローチの混合型

Mason, Ryan, and Pantou[MRP]は、1番目のアプローチを採用している。これに対して、Henderson and Mason[WSC98]、Morito et al.[WSC99]は、「実行不可能領域から攻め」、解を実行可能にするように制約（カット）を追加する、いわば dual 型のアプローチを採用している。図1に示すフローチャートは制約追加型の解法の基本的なフレームワークである。

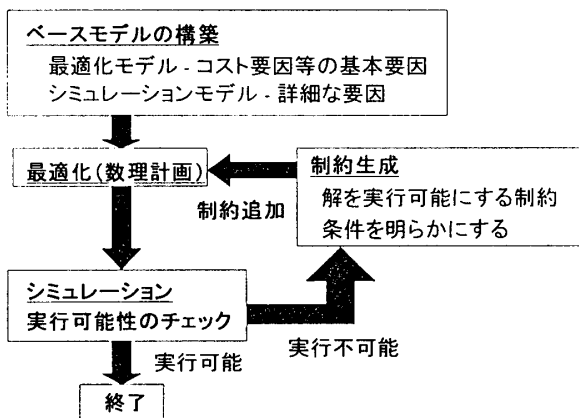


図1 制約追加型解法のフレームワーク

3. 2 制約追加による最適化/シミュレーション併用アプローチ：郵便区分機の最適配置

筆者ら(Morito et al.[WSC99])は、冒頭のシナリオ1に示した一種の施設配置問題に対して、数理計画による最適化とシミュレーションによる性能評価を併用し、上図のようにシミュレーションの結果が受け入れ可能でない場合は、解を実行可能にする制約（より正確には、受け入れられない解を実行不可能とする制約）を付加して数理計画を解きなおす、という解法を提案・評価している。シナリオ1における「ハブ局」、「ノンハブ局」はそれぞれ、地域区分局、一般局と呼ばれており、問題は郵便の引受、区分処理や輸送に関する時間的制約や局舎スペースの制約を考慮した上で、費用最小な区分機の配置を求める問題である。

(1) 数理計画モデルの前提条件

数理計画モデルの主な前提条件は以下の通り：

1. 特定の1日に引き受けられた郵便物の区分を考える。
2. 引き受けた郵便物は自局が区分局の場合は自局ですべて区分し、区分局でない場合は自局より地域区分局に近い1つの区分局（地域区分局を含む）で区分。
3. 配達先が他の地域区分局、他の郵便線路の場合は一旦地域区分局を通過し、他の地域区分局から届けら

れた郵便物は地域区分局で区分されてから一般局に配送される。

(2) 数理計画モデルの定式化

変数 m_i : 局 i での区分機の台数（非負整数）

x_{ij} : 局 i で引き受けた郵便物を局 j で区分する場合1、そうでない場合0

定数 a : 区分機1日1台あたりの設備費

c_{ij} : 局 i 、局 j 間の距離

q_{ij} : 局 i から局 j への郵便 OD 量

r : 地域区分局での引受通数

d : 区分機1台あたりの処理能力

t : 区分機1台あたりの占有面積

u_i : 局 i の作業面積

s : 郵便1通当たりの単位距離当たり輸送費用

評価尺度 地域区分局と一般局の設備費、および延送距離の総和を最小化すべき評価関数とする

定式化 (局1は地域区分局)

$$\text{Min} \quad \sum_i (am_i + bn_i) + s \sum_i \sum_j \sum_k x_{ij} (c_{ij} \sum_l q_{il} + c_{jk} q_{jk})$$

$$\text{subject to} \quad \sum_j x_{ij} = 1$$

(j は i が属する線路上の自局より地域区分局に近い局)

$$x_{ji} - x_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{i \neq j} (\sum_j q_{ij}) x_{ij} - dm_i \leq 0$$

$$\sum_{i \neq j} (\sum_j q_{ij}) x_{ij} + r - dm_i \leq 0$$

$$tm_i - u_i \leq 0$$

(3) シミュレーションモデルの前提条件

シミュレーションでは、数理計画モデルで求めた区分輸送形態（各局の区分機台数とある局の引受郵便物をどの局で区分するか）、（現状の）郵便ダイヤ、および、時間帯ごとの引受通数を入力情報とし、区分機の処理能力が所与のとき、各局で発生したすべての郵便物がいつまでに区分されているかを確認する。モデルの主な前提条件は以下の通り：

1. 郵便線路は既存の線路とし、1日3便とする。
2. 郵便物の引受は1時間ごとにまとめて行われるものとする。地域区分局においては、他の地域区分局から届けられた郵便物を考慮する必要がある、これについても自局の郵便物の引受と同様に1時間ごとにまとめて引受が行われるものとする。
3. 郵便物が引き受けられてから区分が開始されるまでの前処理に30分の時間がかかる。
4. 区分機および人員は、ある時間帯（AM6-AM9）の間、道順組立に使用されるため、差立区分は行えない。一般局ではPM10-AM6の間も区分できない。
5. **送達基準**： 区分局においては、0時から15時までに引き受けた郵便物は、その日の最終便までに区分する必要がある、それ以降に引き受けられた郵便

物は翌日の1便までに区分することとする。一方、区分を行わない局では1, 2便の出発時まで引き受けた郵便物を、区分局において最終便までに区分する必要がある。

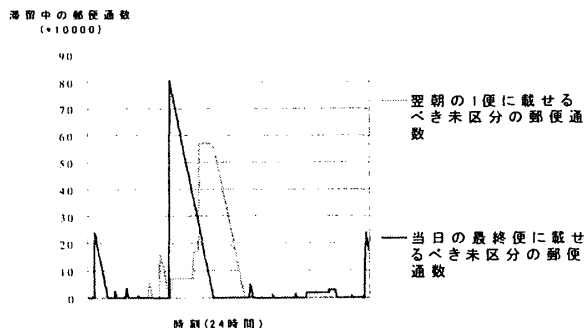


図2 シミュレーション結果

(4) シミュレーション結果に基づく制約の追加

シミュレーションの結果、すべての局で規定のトラック便の出発時刻までに区分が完了していれば最適な解が得られたことになるので解法は終了する。一方、いずれかの局で区分が完了しなかった場合は、区分をしている局の処理能力が十分でなかったことになる。たとえば、局*i*と局*j*の郵便物が局*j*で区分され、局*j*での区分が出発時刻までに完了しなかった場合には、局*j*の処理能力が足りなかったことになる。

この場合、局*j*が時間内に処理を完了するために局*j*が持つべき処理能力*c*をシミュレーション結果から求めることができる。これをもとに、「もし、局*i*と局*j*の郵便物が局*j*で区分処理されるとしたら、局*j*の処理能力は少なくとも*c*以上でなければならない」という論理条件、すなわち、

$$cx_j - em_j \leq 0$$

を設けることによって、必要な処理能力を確保することが可能となる。論理条件は、区分局が何局分の区分をまかされている場合にも設定できる。

このような制約条件を、区分を完了しなかったすべての局に対して設定し、数理計画モデルに加え、数理計画モデルを解きなおす。表1は、局数30の例に対して、この解法を適用した計算実験の結果を示しており、3回目の反復で時間内での区分処理を完了できる設備配置計画が求められている。

表1 計算実験の結果

反復回数	トラックの出発時刻までに区分を完了しなかった局の数	目的関数値(相対値)
1	3	1
2	1	1.006
3	0	1.009

4. シミュレーション/最適化併用：プラクティカルビュー

ここまでは、本来は最適化の問題であるものの決定要因が評価尺度や制約条件に及ぼす影響が明示的に示すことができずシミュレーションに頼らざるを得ない問題に対するアルゴリズム戦略を論じてきた。以上の議論の大前提は、最適化(数理計画)モデルおよびシミュレーションモデル両者が明確に定義され、シミュレーションモデルから得られる情報が最適化モデルにどう反映されるかがはっきりしていることである。

しかし、モデル分析の現場においてモデルは時々刻々変化/進化していくのが普通である。実際、代表的なシミュレーションソフトウェアの開発者達は以下のようなコメントをしている：

All non-trivial models yield surprises and unanticipated insights. If one had these insights to begin with, building a model would be unnecessary. In the process of solving a problem, one learns what the problem really is. (Henriksen[WSC91])

The secret to being a good modeler is recognizing the need and having the ability to remodel. The modeling process is evolutionary because the act of modeling reveals important information piecemeal. (Pritsker[WSC91])

これらのコメントはモデルに基づく分析技術ではモデル化のプロセスが重要であることを強調している。3節までに述べた、最適化とシミュレーションをフォーマルな形で統合するアプローチとは別に、インフォーマルではあっても実践に役立つOR技法の使い方、使い分け方についての検討も重要である。元々、自由にとって壊せるのがモデルであり、そこから有用な情報が得られればよい。

参考文献 (本文中、[WSCxx]、19xx年のWinter Simulation ConferenceのProceedingsを示す；なお、1997-1999のWSCの論文は、WSCのホームページ <http://www.wintersim.org/>からダウンロード可能)

[MRP] A. J. Mason, D. M. Ryan, and D. M. Pantou, Integrated Simulation, Heuristic and Optimisation Approaches to Staff Scheduling, *Operations Research*, Vol. 46, No.2, pp.161-175, 1998.

[O] 大沢義明、「待ち行列を用いた行政サービス割当問題について」、昭和60年度第20回日本都市計画学会学術論文集、pp.109-114.

[Y] 山口裕人、「物流拠点最適配置シミュレーション」、森戸晋、中野一夫、相澤りえ子、『SLAM IIによるシステム・シミュレーション入門』、9章D、pp.457-467、1993.