

学習グループ構成問題

01602305 岡山理科大学 宮地 功 MIYAJI, Isao

1. はじめに

グラフ理論のグラフは有限個の点とそれらの間を結ぶ有向線を合わせたものである。点をクラスの一人一人の児童に対応させ、有向線で連結されている二人の間に友達関係があることを示すことができる⁽⁶⁾。ソシオメトリックテストの一種である間隔尺度法による友達調べ⁽³⁾⁽⁴⁾によって、弱い友達関係も含めて構成員全員による全員に対する情報が得られる。これから得られた選択する強さの度合をあいまいな選択関係と考えることができる。

小学校では仲間作り、仲の良いまとまりのある学級を作ることを目標にしている⁽⁵⁾。このような目的が到達できるために、日常の友達関係の基礎となる学習グループを適切に構成する必要がある。小学校では日常的にグループ学習をよく行っている。そのために、学級においてその学習の単位である学習グループは学習を進める上だけでなく、友達関係を作る上でも重要な位置を占める。学級経営において学習グループの構成は親密な友達関係を作るきっかけともなる重要なものである。その学習グループを決めた後、座席が決められる。

多くの学級では毎月のように席替えをしている。友達関係行列から児童をいくつかの学習グループに分ける作業は大変繁雑である。その案を提示できるシステムは開発は、多くの担任教師が待望しているところである。その目標として、各学習グループに孤立児や周辺児がいなくて、学習グループ内の児童の間の選択数が多く、その強さができるだけ大きくなるように構成することが望ましい。グラフ理論でいう強連結の関係にある児童は直接あるいは間接的に情報交換ができる関係にある。その意味において、どの学習グループも選択強さが大きく強く、強連結の関係が成り立つことが望まれる。本論文では、友達関係行列を用いて、そのような目標の下に学習グループを構成する問題を考える。その後、構成された学習グループを最適に配置して、座席を決定する。以下では友達関係行列を説明し、学習グループ構成問題を定式化する。事例を具体的に解いた解を示す。

2. 友達関係行列

人間関係を定量的に測定する方法として、信頼性と妥当性を向上させるために、学級の児童全員の名前を書いた5段階の間隔尺度で選択の程度を測定する友達調べ用紙を提案し⁽³⁾、その結果を分析するシステムを開発したことを報告した⁽⁴⁾。名前の右側に並びたい程度の該当する位置に○印を記入する。その左端は「どれでもない」であり、その値を0とし、その右端は「ものすごく並びたい」であり、その値を1とする。それらの値0~1は並びたい程度あるいは選択の程度を表している。その右側に選択の理由の番号を記入する欄を設けている。

ここでは、 n 人の児童からなる学級を考える。学級の児童の集合を $S = \{1, 2, \dots, n\}$ とする。0と1の間の離散的な値である選択の強さを要素とした友達関係行列 $R = [r_{ij}]$ を考える。この行列は行と列の同じ要素番号に同一の児童を配列する。その行は選択する児童が他の児童について好意を持っている程度を、その列は選択される児童が他の児童から好意を持たれている程度を表している。 r_{ij} は児童 x_i が児童 x_j を選択する強さを表す。 $r_{ij} = 1$ は選択の強さが最も高いときである。選択しないとき $r_{ij} = 0$ である。友達調べでは、自分自身については回答しないようにしているので、 $r_{ii} = 0$ とする。

3. 定式化と解法

ここでは友達関係をよくするために、友達関係行列を用いて、 n 人の児童から L 組の学習グループを構成する問題を考える。

児童 i がある学習グループ k に属するか属しないかにしたがって1または0の値をとる2値変数を x_{ik} で表す。

$$x_{ik} = 0 \text{ or } 1, \quad i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots, L \quad (1)$$

児童 i はいずれか1つの唯一の学習グループ k に属するという条件は次の式で表される。

$$\sum_{k=1}^L x_{ik} = 1, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

学級内の男女の集合を M と W とする。変数に男女の区

別をする必要がある場合、以下ではMとVの添え字を付ける。各学習グループkを構成する男女の数 c_{km} と c_{kw} はほぼ同数で、通常2, 3人に定まっている。その条件は次の式で表される。

$$\sum_{i \in M} x_{ik} = c_{km}, \quad k=1, 2, \dots, L \quad (3)$$

$$\sum_{i \in W} x_{ik} = c_{kw},$$

ただし、 $\sum_{k=1}^L c_{km} = n_m$, $\sum_{k=1}^L c_{kw} = n_w$, $\sum_{k=1}^L c_k = n_m$

+ $n_w = n$, $k=1, 2, \dots, L$ である。特に指導の必要な児童の集合をTとする。集合Tに属する児童が1つの学習グループに集中しないようにするという条件は次の式で表される。

$$\sum_{i \in T} x_{ik} \leq n_T, \quad k=1, 2, \dots, L \quad (4)$$

ただし、 n_T は $|T|/L$ の値の小数第1位を切り上げた整数値である。また、 $|T|$ は集合Tに属する児童数である。各学習グループ内の児童の間の選択強さをできるだけ大きくするという目標 z_1 は次のように表される。

$$\max z_1 = \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} x_{ik} x_{jk} \quad (5)$$

選択数は選択強さ r_{ij} が正であるかどうかによって決まるので、次のような0-1の値をとる2値変数 b_{ij} を導入する。

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & r_{ij} > 0 \\ 0, & r_{ij} \leq 0 \end{cases} \quad (i, j=1, 2, \dots, n)$$

各学習グループ内の児童の間の選択数をできるだけ多くするという目標 z_2 は次のように表される。

$$\max z_2 = \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} x_{ik} x_{jk} \quad (6)$$

学習グループ内に孤立児や周辺児をできるだけ0にするという目標 z_3 は次のように表される。

$$\min z_3 = \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (1 - b_{ij} b_{ji}) x_{ik} x_{jk} \quad (7)$$

以下では制約式(1)(2)(3)(4)の下で目標(5)(6)(7)を達成する学習グループの構成問題Pを考える。これは学級の構成員をいくつかのグループに分けるという意味で集合分割問題の一つである。構成員はどれか1つのグループに所属しなければならず、決定変数に0または1という制約が付くので、0-1整数計画問題である。目標関数が3つあるので多目的計画問題である。したがって、多目的0-1整数計画問題あるいは多目的集合分割問題ということになる(1)(7)。

問題Pは組合せ問題であるので、発見的方法によ

る解法を考えた。実際に、発見的方法で学習グループを構成し、座席を決定した。その発見的方法で求めた学習グループと座席の案を図1に示す。

調査時点の学習グループと求められた学習グループについて、グループごとの選択数とその強さの和の平均を比較すると、求められた解の目的関数の値は調査時点の座席に比べてかなり大きいことが分かった。多目的なので解として複数の案を提示し、その中から最適な案を担任に選んでもらうように支援システムを開発するのが良いと考えている。

参考文献

- (1) 伏見多美雄, 福川忠昭, 山口俊和: 経営の多目標計画, 森北出版, (1987).
- (2) 河井芳文: ソシオメトリ入門, みずうみ書房(1985).
- (3) 宮地功, 岸誠一: 新しいソシオメトリックテスト用紙と新しい指標の提案, 日本教育工学会研究報告集, JET92-6 (1992) 23-28.
- (4) 宮地功, 岸誠一, 小孫康平: 間隔尺度測定に基づくソシオメトリックテストの提案と分析システムの開発, 教育情報研究, Vol. 9, No. 2 (1993) 33-44.
- (5) 宮地功: 間隔尺度法の友達調べにおける学級のまとまり度を表す図の作成法, 日本オペレーションズリサーチ学会関西支部確率とシステム研究部会, 第4回研究集会 (1994).
- (6) 武藤真介: 小集団構造の数学的表現, 印東太郎編: 数理心理学, pp. 229-248, 東京大学出版会, (1972).
- (7) Steuer, R. E.: Multiple Criteria Optimization, (1986) John Wiley & Sons.

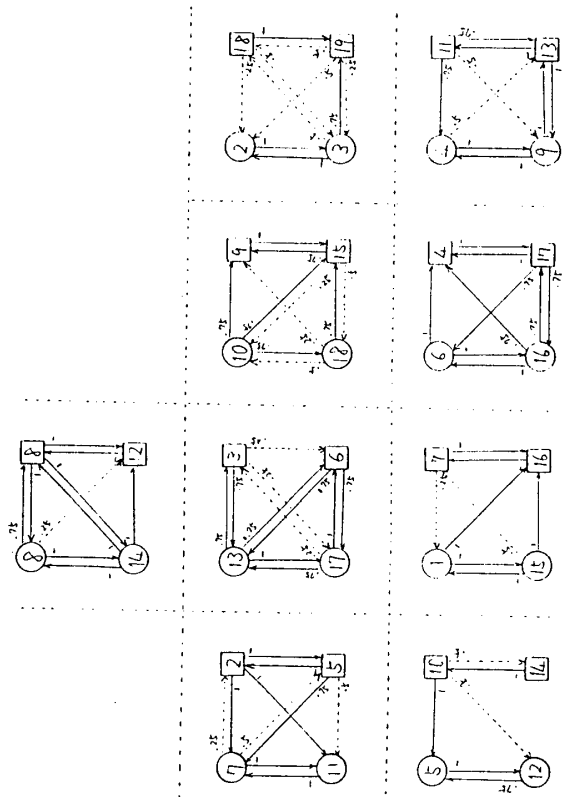


図1 学習グループと座席の案