

日本国債市場における金利リスクプレミアムの推定

第一生命保険(相)運用開発室 *小守林 克哉 KOMORIBAYASHI Katsuya
 星野 元伸 HOSHINO Motomobu
 原田 貴巳久 HARADA Kimihisa
 飯田 貴史 IIDA Takashi

1 はじめに

確率過程モデルに基づく金利変動についての理論研究は国内外において盛んに行われるようになってきており、実務上はこれらの理論に基づいた実証研究の成果に大きな期待が寄せられている。

本研究では、金利プロセスの確率過程モデルのうちスポットレートモデルの代表的なものである Vasicek モデル、CIR (Cox, Ingersoll and Ross) モデル、Extended Vasicek モデルにより日本国債データを用いた「リスクの市場価格 (Market Price of Risk)」 λ の推計を試みている。具体的には、最初に実際の債券データを使ってスポットレートを推計する。次に計算されたスポットレートを用いて各金利モデルのパラメータを推計し、最後に推定されたパラメータと実際の債券価格より λ を求めている。さらに求めた λ の挙動から λ を時系列モデルを用いて予測することも試みる。

2 債券データからのスポットレート推定

本研究では、スポットレートの推定には Vasicek and Fong (1982) による方法を用いている。この方法はディスカウント・ファンクション $D(t)$ を指数スプラインで近似する方法で、我々は $D(t)$ を次のような指数関数と仮定して推計を行っている。

$$D(t) = a_1 e^{-\alpha t} + a_2 e^{-2\alpha t} + a_3 e^{-3\alpha t}.$$

このモデルは、推定値の安定性、ディスカウント・ファンクションの単調減少性、極限値の収束性に関する性質を満たしているといった点で優れている。また瞬時的スポットレートは次式のようなスポットレートとディスカウント・ファンクションの関係式から $t \rightarrow 0$ の極限を取ることによって求めている。

$$r = \lim_{t \rightarrow 0} \left(-\frac{\log D(t)}{t} \right).$$

なお、データは1988年4月から1994年3月週次の日本国債データを使用している。図1に推定されたスポットレートの推移を示す。

3 スポットレートからのパラメータ推定

一般的に平均回帰性を持たせたスポットレートの変動を確率微分方程式で表現すると次のようになる。

$$dr(t) = c(t)(m(t) - r(t))dt + \sigma(r(t), t)dB(t).$$

右辺第一項の中心回帰性や第二項のボラティリティを時間や金利にどのように依存させるかにより、様々なモデルが考えられている。本研究でとりあげたモデルはこの一般型に対して

$$\text{Vasicek : } dr(t) = (\alpha + \beta r(t))dt + \sigma dB(t),$$

$$\text{CIR : } dr(t) = (\alpha + \beta r(t))dt + \sigma \sqrt{r(t)}dB(t),$$

$$\text{Extended Vasicek : } dr(t) = (\phi(t) + \beta r(t))dt + \sigma dB(t),$$

と表現できる。ここで、 α 、 β 、 σ は各々定数である。各モデルにおけるパラメータを2.で推計したスポットレートから GMM (Generalized Method of Moments) を用いて推計した。推計期間はスポットレートと同様に1988年4月から1994年3月である。推計した結果を表1に示す。

表1: パラメータの推定結果

モデル	α	β	σ^2
Vasicek	0.001091 (0.09092)	-0.0584 (-0.24269)	0.000119 (10.48429)
CIR	0.00179 (0.14911)	-0.04186 (-0.17381)	0.022151 (9.46615)

4 「リスクの市場価格」 λ の推定

3. で求めたパラメータおよび実際の債券価格データを用いて「リスクの市場価格」 λ の推定を行った。本来的には、Vasicek モデルは λ が満期と状態に依存せず一定、CIR モデルは λ が満期に依存しないモデルであるが、本研究では満期ごとに λ を推定している。これは、例えば、債券の満期ごとの流動性等から発生するプレミアムも λ に反映させていることになる。推定された Extended Vasicek モデルによる λ の推定結果を図2に示す。

なお、 λ の予測については学会において報告する予定である。

5 今後の課題

本研究では「リスクの市場価格」 λ について3つのモデルを用いて推計を行っているが、推計された λ の精度、安定性等の検証については今後さらに検討が必要である。しかし、この λ を正確に推定することができれば金利派生証券等の理論価格の計算も可能になるため、 λ を推計することには大きな意味があると考えられる。

謝辞

本研究を進めるにあたって、貴重なコメントを頂いた筑波大学 木島正明助教授、吉田敏弘講師に謝意を表します。

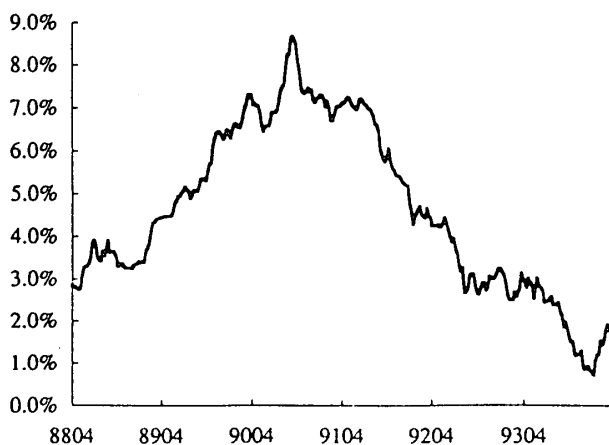


図1: 推定されたスポットレート

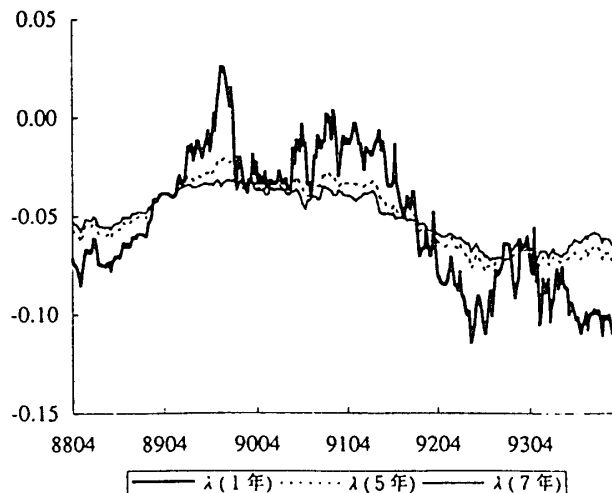


図2: Extended Vasicek による λ

参考文献

- [1] Kijima, M. and Nagayama, I. (1994) "Efficient Numerical Procedures for the Hull-White Extended Vasicek Model," *Research Report No.94-2*, Tsukuba University.
- [2] 木島 正明(1994)、「ファイナンス工学入門」I、II 日科技連.
- [3] Chan K.S., Karolyi G.A., Longstaff, F.A. and Sanders, A.B. (1992), "An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate," *The Journal of Finance*, Vol. XLVII, No.3, 1209-1227.
- [4] Vasicek, O.A. and Fong, G. (1982), "Term Structure Modeling Using Exponential Splines," *The Journal of Finance*, Vol. XXXVII, No.2, 339-348.