

リアルタイム冗長ソフトウェアシステムの性能評価モデルに関する考察

02101865 鳥取大学 *木村光宏 KIMURA Mitsuhiro
01702425 鳥取大学 山田茂 YAMADA Shigeru

1 まえがき

本研究では従来より盛んに議論されている TMSR (Triple Modular Software Redundancy) システムの動作規則に新たにリアルタイム性 [1] を付加した場合の、システムの性能評価モデルの構築といくつかの性能評価尺度の導出を行う。すなわち、TMSR システムに入力がなされてから出力が得られるまでの時間 (処理時間) に制限を設けることにより、ソフトウェアシステムのリスポンス [2] などを評価するモデルについて考察する [3, 4, 5]。

2 動作規則の定義と評価モデルの記述

本研究で議論する冗長ソフトウェアシステムは、入力データを並列かつ独立に処理する三つのソフトウェアモジュール $M_i (i = 1, 2, 3)$ および、 $M_i (i = 1, 2, 3)$ の出力結果に基づいて多数決決定を行うソフトウェアモジュール V からなる。また、ハードウェアの故障は考慮しないものと仮定する。まず、次の諸量を定義する。

T_i = M_i が入力を受け取り処理を終了するまでの時間を表す互いに独立な確率変数 ($i = 1, 2, 3$)

T_r = 出力制限時間

$F_i(t) = \Pr\{T_i \leq t\} (i = 1, 2, 3)$

$f_i(t) = dF_i(t)/dt (i = 1, 2, 3)$

s = 正しい出力

\bar{s} = 誤った出力

undecided = “結果が得られない” という出力

O_i = M_i の出力であり 2 値をとる確率変数 ($i = 1, 2, 3$)。ここで、標本空間 Ω は $\Omega = \{s, \bar{s}\}$ であり、 $\Pr\{O_i = s\} = p_i$, $\Pr\{O_i = \bar{s}\} = q_i = 1 - p_i$ とする。

p_i = M_i の信頼度

$O_{s,y,s}$ = V の出力であり 2 値をとる確率変数。ここで、標本空間 Ω は $\Omega = \{s, undecided\}$ である。

$M_i (i = 1, 2, 3)$ および V は以下に掲げる動作規則にしたがって動作するものとする。

- 各モジュール $M_i (i = 1, 2, 3)$ は時刻 $t = 0$ で入力 I を受け取り、時間 $T_i (i = 1, 2, 3)$ 後にそれぞれ出力 $O_i (i = 1, 2, 3)$ を V に渡す。
- $O_i (i = 1, 2, 3)$ は、確率 p_i で正しい出力 s であり、確率 q_i で正しくない出力 \bar{s} である。
- 各モジュールの正しい出力 s は必ず一致するが、 \bar{s} は一致しない。すなわち、正しくない出力どうしは一致しない。
- V は遅くとも $t = T_r$ の時点で出力 $O_{s,y,s}$ を返し、ソフトウェア故障は引き起こさない。また、 V の処理時間は $M_i (i = 1, 2, 3)$ の処理に要する時間に比べて無視できるほど小さいとする。

- V は T_i の小さい順に O_i を受け取り ($i = 1, 2, 3$)、多数決が成立するかあるいは $t = T_r$ の時点で出力 $O_{s,y,s}$ を返す。すなわち、 V は入力 $O_i (i = 1, 2, 3)$ の一致性を調べ、多数決論理により $O_{s,y,s}$ を返す。以下に V の動作規則を示す。

Case 1: $T_i \leq T_j \leq T_k \leq T_r (i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k)$ の場合

O_i, O_j, O_k のうちの少なくとも 2 つが s で一致した時点で V は $O_{s,y,s} = s$ を返す。

それ以外は $t = T_k$ で $O_{s,y,s} = undecided$ を返す。

Case 2: $T_i \leq T_j \leq T_r \leq T_k (i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k)$ の場合

$O_i = s$ かつ $O_j = s$ が成立した時点で V は $O_{s,y,s} = s$ を返す。

それ以外は $t = T_r$ で $O_{s,y,s} = undecided$ を返す。

Case 3: $T_i \leq T_r, T_j > T_r, T_k > T_r$

($i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k$) の場合

$t = T_r$ で $O_{s,y,s} = O_i$ を返す。

Case 4: $T_r < T_i, T_r < T_j, T_r < T_k$

($i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k$) の場合

$t = T_r$ で $O_{s,y,s} = undecided$ を返す。

3 性能評価尺度の導出

前節の定義と仮定により、出力制限時間 T_r が与えられたとき、システムが正しい出力 $O_{s,y,s} = s$ を返す確率を求めることができる。ここでは、この確率をリスポンスネス (responsiveness [2]) と同一であるとみなし、 $R_{s,y,s}(T_r)$ と表す。本研究の目的の 1 つは、出力制限時間 T_r を設けることによるリスポンスネス $R_{s,y,s}(T_r)$ の振舞いを調べることにある。また、入力 I が与えられてから、出力 $O_{s,y,s}$ が得られるまでの時間、すなわち平均処理時間についても考察する。

3.1 リスポンスネス

前章の場合分けに従って $R_{s,y,s}(T_r)$ を求めることができるが、ここでは最も簡単な場合の結果のみを示す。すなわち、各モジュール $M_i (i = 1, 2, 3)$ の処理時間の分布が同一で $F(t)$ であるとし、モジュールの信頼度も $p_i = p (i = 1, 2, 3)$ とする。このとき、リスポンスネス $R_{s,y,s}(T_r)$ は

$$R_{s,y,s}(T_r) = (1 - qF(T_r))^3 - (1 - F(T_r))^3 + 3qp^2F(T_r)^3, \quad (1)$$

となる。また、 $T_r \rightarrow \infty$ とすれば、処理時間制約の無い TMSR システムの信頼度を与える。式 (1) に適用すれば

$$R_{s,y,s}(\infty) = 3p^2 - 2p^3, \quad (2)$$

となり、よく知られた TMR システムの信頼度に一致する。

3.2 平均処理時間

2で述べた動作規則により、システムに入力 I が与えられてから出力 O_{sys} が得られるまでの平均時間を求めることができる。ここでは、前節と同様に各モジュール $M_i (i = 1, 2, 3)$ の処理時間の分布が同一で $F(t)$ であるとし、モジュールの信頼度も $p_i = p (i = 1, 2, 3)$ とする。さらに、 $T_r \rightarrow \infty$ とした場合のシステムの平均処理時間 $Exe_{sys}(\infty)$ は

$$Exe_{sys}(\infty) = \sum_{\substack{i,j,k=1,2,3 \\ i \neq j \neq k}} p^2 E[T_j | T_i \leq T_j \leq T_k] + (1 - p^2) E[T_k | T_i \leq T_j \leq T_k], \quad (3)$$

となる。

4 数値例と考察

本章では、数値例により、前節で導出した評価尺度の振舞いについて考察する。まず、処理時間の分布関数 $F_i(t)$ について調べる。一般に、処理時間の分布は知られていないので、 $F_i(t)$ に指数分布およびレイリー (Rayleigh) 分布を仮定する。まず、指数分布の場合は以下のようにパラメータを設定する。

$$\left. \begin{aligned} F_i(t) &= 1 - e^{-10t} \\ p_i &= 0.99 \end{aligned} \right\} (i = 1, 2, 3). \quad (4)$$

また、レイリー分布の場合はパラメータを以下のように設定する。

$$\left. \begin{aligned} F_i(t) &= 1 - e^{-\pi/0.04t^2} \\ p_i &= 0.99 \end{aligned} \right\} (i = 1, 2, 3). \quad (5)$$

ここで、それぞれのパラメータの値は分布の平均値が等しくなるように ($E[T_i] = 0.1; i = 1, 2, 3$) 設定している。図1および図2にリスポンシブネス $R_{sys}(T_r)$ および平均処理時間 $Exe_{sys}(T_r)$ をそれぞれ示す。図1より、リスポンシブネスの変化は指数分布の場合は指数形曲線となり、レイリー分布の場合はS字形曲線となる。これはそれぞれの分布関数の形状が反映された形となっていると言える。また、図2では、それぞれの曲線が T_r の増加に関して異なった値に収束することを示している。式(3)より、これらの収束値の値はそれぞれ指数分布の場合は0.083、レイリー分布の場合は0.097となる。これらの値はモジュール $M_i (i = 1, 2, 3)$ の処理時間分布の平均値 ($E[T_i] = 0.1; i = 1, 2, 3$) よりも僅かながら小さい値をとる。これはモジュールの信頼度が非常に高いときは、先に述べた動作規則により、2番目に得られたモジュールの出力でシステムの出力がほぼ決定されるからである。さらに、ここで設定した2種類の確率分布の2次以上のモーメント量の差異がこれらの収束値の差異に影響していると思われる。そこで、システムの処理時間分布の分散を導出し、図3に示す。処理時間に指数分布を仮定した場合の方が大きな値を取り、出力制限時間を増加させるとそれぞれ一定値に漸近する。

さらに、本研究では3つのモジュールの処理時間分布や信頼度のパラメータを変化させた場合の各評価尺度の振舞いについて考察しているが、紙面の制約上ここでは割愛する。

参考文献

[1] Muppala J. K., Woolst S. P. and Trivedi K.: "Real-Time-Systems Performance in the Presence of Failures", IEEE Computer Magazine, 24, 5, pp. 37-47 (May 1991).

[2] 角田良明, 菊野亨: "リスポンシブシステム: リアルタイムシステムとフォールトトレラントシステムの統合", 情報処理学会誌, 35, 1, pp. 48-54 (1994-01).

[3] Avizienis A.: "The N-Version Approach to Fault-Tolerant Software", IEEE Trans. Software Eng., SE-11,12, pp. 1491-1501 (Dec. 1985).

[4] Tai A. T., Meyer J. F. and Avizienis A.: "Performability Enhancement of Fault-Tolerant Software", IEEE Trans. Reliab., 42, 2, pp. 227-237 (June 1993).

[5] Vouk M. A., Paradkar A. M. and McAllister D. F.: "Modeling Execution Time of Multi-Stage N-Version Fault-Tolerant Software", in Fault-Tolerant Software Systems: Techniques and Applications, H. Pham ed., IEEE Computer Society Press, pp. 55-61, Los Alamitos (1992).

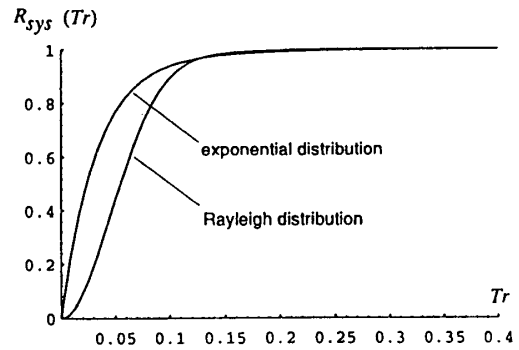


図1: 処理時間分布による比較 (リスポンシブネス)

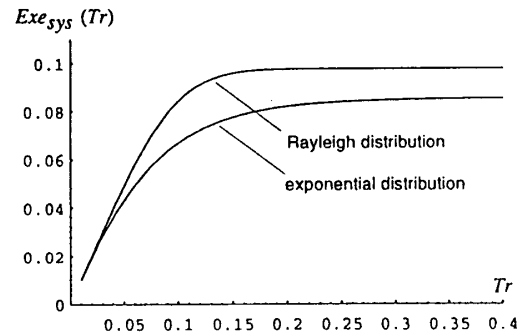


図2: 処理時間分布による比較 (処理時間の平均)

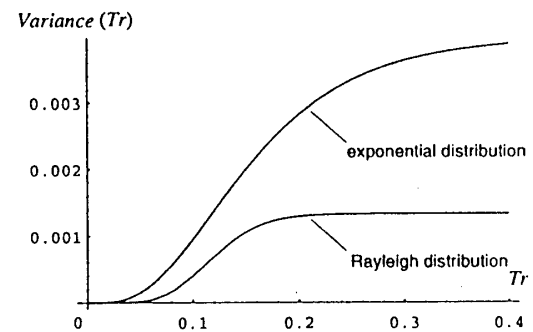


図3: 処理時間分布による比較 (分散値)