

確率的電気事業計画モデル

01205890 (財)電力中央研究所 情報研究所 情報科学部 椎名 孝之 SHIINA Takayuki

1 確率的数理計画問題に対する機会制約条件

様々の分野で発生する現実の数理計画問題には、目的関数および制約条件に不確実要素を伴う場合が多い。Charnes and Cooper [2] は確率的線形計画問題を導入したが、Prékopa [5] は、以下のように機会制約条件問題として定式化した。

$$\begin{aligned} \min \quad & h(x) \\ \text{subject to} \quad & h_0(x) = \text{Prob}(g_1(x, \xi) \geq 0, \dots, g_r(x, \xi) \geq 0) \geq p \\ & h_1(x) \geq p_1, \dots, h_m(x) \geq p_m \\ & x \in \mathcal{R}^n, \xi \in \mathcal{R}^q \end{aligned}$$

x は変数、 ξ は既知の確率分布に従う確率変数である。機会制約条件は、 $g_1, \dots, g_m > 0$ が成立する確率が p 以上であることを意味する。本稿では g が線形の場合、すなわち、

$$g_i(x, \xi) = T_i x - \xi_i, i = 1, \dots, r$$

となる場合を取り扱う。ここで T_i は $r \times n$ 行列の行ベクトルを表す。従って、この機会制約条件は以下の形に書き直される。

$$\text{Prob}(Tx \geq \xi) \geq p$$

そのとき、確率変数ベクトル ξ の同時確率分布関数を $F(z) = P(\xi \leq z)$ とすれば、以下ようになる。

$$F(Tx) \geq p$$

2 電気事業計画モデル

電気事業計画モデルにおいては、これまで、年間の各時間における負荷の大きさの順に配列して得られる負荷持続曲線が用いられてきた。大山 [4] における電気事業計画モデルでは、電力需要が負荷持続曲線と与えられた場合、その需要を満たすための発電設備の建設計画および運転計画を求めている。そこでは瞬間ピーク時の需要制約条件に、設備の供給予備率を考慮して、目的関数に供給不足コスト関数を加えている。

但し本稿では、電力負荷を、負荷持続曲線ではなく、近似的に階段型曲線として与えられる近似負荷曲線として与える。

近似負荷曲線 1日において刻々と変動する電力需要を示したものが負荷曲線であり、その1年分、1カ月分、1日分はそれぞれ、年間、月間、日電力量を表す。近似負荷曲線では、1日を複数の時間帯に分割し、それらの時間帯における負荷を、各時間帯の平均値で代表させる。

この近似負荷曲線で将来の電力需要が与えられるとき、電力システム全体における資本費(固定費)と運転費(変動費)の総和を最小化する。本稿では年間の負荷曲線を各季節毎の近似負荷曲線で代表させる。

以下、電気事業計画モデルで用いられる記号を定義する。

- $I = \{ \text{新設設備のユニットの集合} \}$
- $J = \{ \text{既設設備の発電方式の集合} \}$

- $K = \{ \text{対象とする期の集合} \}$
- $S = \{ \text{季節の集合} \}$
- $T = \{ \text{近似負荷曲線の時間帯の集合} \}$
- $M = \{ \text{燃料の集合} \}$

変数は以下の通りである。

- $z_{jkst}, j \in J, k \in K, s \in S, t \in T$: 既設設備の運転出力 (MWh)
- $y_{ikst}, i \in I, k \in K, s \in S, t \in T$: 新設設備の運転出力 (MWh)
- $w_{jkst}, j \in J, k \in K, s \in S, t \in T$: 既設設備の稼働可能容量 (MWh)
- $v_{ikst}, i \in I, k \in K, s \in S, t \in T$: 新設設備の稼働可能容量 (MWh)
- $x_{ik}, i \in I, k \in K$: 新設設備容量 (MW)
- $g_{jkmst}, j \in J, k \in K, m \in M, s \in S$: 既設設備の燃料消費量 (MMBTU)
- $f_{ikms}, i \in I, k \in K, m \in M, s \in S$: 新設設備の燃料消費量 (MMBTU)

パラメータは以下のように定義する。

- $C_j, j \in J, k \in K$: 既設設備容量 (MW)
- $\bar{K}_j, j \in J$: 既設設備燃料消費率 (MMBTU/MWh)
- $K_i, i \in I$: 新設設備燃料消費率 (MMBTU/MWh)
- $\Gamma_{kms}, k \in K, m \in M, s \in S$: 燃料の使用可能量の上限値 (MMBTU)
- $A_{ik}, i \in I, k \in K$: 新設設備の資本費 (\$/MW)
- $B_{km}, k \in K, m \in M$: 燃料の単位あたりコスト (\$/MMBTU)
- $V_{ik}, i \in I, k \in K$: 新設設備の単位発電量あたりのコスト (\$/MWh)
- $\hat{V}_j, j \in J, k \in K$: 既設設備の単位発電量あたりのコスト (\$/MWh)
- $U_{ik}, i \in I, k \in K$: 新設設備の稼働可能容量あたりのコスト (\$/MWh)
- $\hat{U}_j, j \in J, k \in K$: 既設設備の稼働可能容量あたりのコスト (\$/MWh)
- $W_{ik}, i \in I, k \in K$: 新設設備の容量あたりのコスト (\$/MW)
- $\hat{W}_j, j \in J, k \in K$: 既設設備の容量あたりのコスト (\$/MW)

- $d_t, t \in T$: 時間帯の長さ (h)
- $p_{kst}, k \in K, s \in S, t \in T$: 電力需要量の平均値 (MWh)
- $\sigma_{kst}, k \in K, s \in S, t \in T$: 電力需要量の標準偏差

制約条件は次のようになる。

(a) 設備稼働可能容量

設備稼働可能容量が電力需要を上回るという条件は以下のようになる。

$$\sum_{i \in I} v_{ikst} + \sum_{j \in J} w_{jkst} \geq P_{kst} \quad k \in K, s \in S, t \in T$$

ここで、 P_{kst} を確率変数とし、前記の機会制約条件の考え方を適用する。特定の期 k 、季節 s において、 P_{kst} の時間帯 t に関する同時確率分布関数を $F_{ks}(P_{kst}, t \in T)$ とする。電力需要を上回る稼働可能容量を保持する確率が α_{ks} 以上であるという条件は以下のようになる。

$$F_{ks}\left(\sum_{i \in I} v_{ikst} + \sum_{j \in J} w_{jkst}, t \in T\right) \geq \alpha_{ks} \quad k \in K, s \in S$$

(b) 時間帯別の需要充足

確率変数 P_{kst} の平均値を p_{kst} とする。

$$\sum_{i \in I} y_{ikst} + \sum_{j \in J} z_{jkst} = p_{kst} \quad k \in K, s \in S, t \in T$$

(c) 運転出力に関する制約

$$w_{jkst} \leq d_t C_{jk} \quad j \in J, k \in K, s \in S, t \in T$$

$$v_{ikst} \leq d_t x_{ik} \quad i \in I, k \in K, s \in S, t \in T$$

$$z_{jkst} \leq w_{jkst} \quad j \in J, k \in K, s \in S, t \in T$$

$$y_{ikst} \leq v_{ikst} \quad i \in I, k \in K, s \in S, t \in T$$

(d) 燃料消費と発電電力量

$$\sum_{t \in T} K_j z_{jkst} \leq \sum_{m \in M} g_{jkms} \quad j \in J, k \in K, s \in S$$

$$\sum_{t \in T} K_i y_{ikst} \leq \sum_{m \in M} f_{ikms} \quad i \in I, k \in K, s \in S$$

(e) 燃料消費量

$$\sum_{i \in I} f_{ikms} + \sum_{j \in J} g_{jkms} \leq \Gamma_{kms} \quad k \in K, m \in M, s \in S$$

以上の制約条件の下、目的関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} A_{ik} x_{ik} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} W_{ik} x_{ik} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} W_{jk} C_{jk} \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{s \in S} B_{km} f_{ikms} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \sum_{s \in S} B_{km} g_{jkms} \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} V_{ik} y_{ikst} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} V_{jk} z_{jkst} \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} U_{ik} v_{ikst} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} U_{jk} w_{jkst} \end{aligned}$$

3 需要変動確率分布

[3] では、景気などによる長期的な需要変動や、気象条件などの変化による短期的な需要変動を想定しているが、それに対して供給の支障を起こすことを防ぐために、供給予備力の保有を必要としている。

その需要変動確率分布の与え方は次の通りである。

- 毎日の運転計画における翌日需要予測の偏差を確率変数とする
- 昭和 39 年度における需要予測誤差実績に基づき、累積確率が 0.99 となる誤差変動が、最大 3 日平均電力の 6% となる誤差正規曲線を仮定

本稿で考えているモデルでは、前にも述べたとおり、供給予備力を用いることなく、需要変動に対して、機会制約条件という形で制約を与えることで対処している。誤差の変動の分布に正規分布を用いることは、機会制約条件問題として定式化したとき、分布関数が陽に表現できないため、確率分布の近似式を用いる。Williams-山下(1964)[6]の近似式において $k=0$ とおくと、標準正規分布の確率分布関数 $\Phi(u)$ は以下の式で近似できる。

$$\Phi(u) \approx \tilde{\Phi}(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \exp\left(\frac{-2u^2}{\pi}\right)}, u \geq 0$$

実際に電気事業計画モデルに分布関数を与えると、設備稼働可能出力の需要充足条件は次のようになる。近似的に、電力需要 P_{kst} は $t \in T$ に関して独立であるとみなすことにする。すると、各確率分布関数は、各時間帯における周辺分布関数の積となる。また、 $\frac{P_{kst} - p_{kst}}{\sigma_{kst}}$ は平均 0、分散 1^2 の正規分布に従うので、制約条件は以下のようになる。

$$\prod_{t \in T} \tilde{\Phi}\left(\frac{\sum_{i \in I} y_{ikst} + \sum_{j \in J} z_{jkst} - p_{kst}}{\sigma_{kst}}\right) \geq \alpha_{ks} \quad k \in K, s \in S$$

4 数値実験

北陸電力より提供して頂いた 1987 年の需要データをもとに、近似負荷曲線の 1 日における時間帯を 4 分割、既設設備個数 18 個、新設設備個数 7 個、として最適計画を求める。なお、非線形最適化には ASNOP [1] による逐次二次計画法を用いた。実験結果は発表当日報告する予定である。

参考文献

- [1] ASNOP 研究会編, 非線形最適化プログラミング, 日刊工業新聞社, 1991
- [2] A.Charnes and W.W.Cooper, Chance constrained programming, *Management Science*, 6, 73-79, 1959
- [3] 日本電力調査委員会, 日本電力調査報告書における電力需要想定および電力供給計画算定方式の解説, 日本電力調査委員会, 1982
- [4] 大山達雄, 最適化モデル分析, 日科技連出版社, 1993
- [5] A.Prékopa, Numerical solution of probabilistic constrained problems, in *Numerical Techniques for Stochastic Optimization* (Springer Series in Computational Mathematics 10), Springer-Verlag, 1988
- [6] 山内二郎編, 統計数値表, 日本規格協会, 1972