

セメント原料計画への混合整数計画法の適用

秩父小野田(株) (申請中)
秩父小野田(株) No.01109150
秩父小野田(株) No.01008060

*河野高洋 KAWANO Takahiro
香月 毅 KATUKI Takeshi
相沢健実 AIZAWA Takemi

1. 緒言

セメント工場で使用される原料、燃料の最適な購入、使用計画は工場の原価管理上、最重要課題の一つである。このうち燃料の購入計画に関しては既に報告した。今回は原料の購入計画に関するMIPの適用事例を報告する。

2. 原料化学成分管理指標

セメント製造に必要な原料は大きく石灰石と粘土類に大別される。セメントに必要な主要化学成分はCa, Si, Al, Feであり、品質の優れた(水和活性の高く強度発現性の良い)セメント鉱物を生成するためには、原料の化学成分が所定の値になっていることが必要条件の一つとなる。日本では以下のような成分率比でコントロールされる。

水硬率 $HM = CaO / (SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3)$

硅酸率 $SM = SiO_2 / (Al_2O_3 + Fe_2O_3)$

鉄率 $IM = Al_2O_3 / Fe_2O_3$

3つの成分率比(SM/IM/HM)が決まれば、この3自由度により、上述の4つの化学成分率を管理できることになる。

また、上述主要成分以外に環境、運転、品質等の観点より使用量が制限されるS, Cl等の特性成分もある。

3. MIPによる原料計画の定式化

原料の購入計画においては、銘柄の定性的評価だけでなく、コストミニマムを追求しなければならない。そこで、線形計画法により「混合問題」として定式化し最適化を図る試みが古くから行なわれている。

教科書的な比較的小規模で簡単な問題に対しては、この定式化は有効ではあるが、しかし製造業における現実の生産、購買環境には、多数かつ複雑な制約条件があり、しかもこれが企業内合理化や、製造業を取り巻く環境の変化、国際化により、より複雑化する傾向にある。

生産、購買環境の変化としては

(1)最近のエコロジーの観点より産業廃棄物の積極的な代替原料としての利用が求められ、今迄になく原料の選択範囲が広がっている。

(2)産業廃棄物は、個別に組成、性状が大きく違い今までの天然原料の使用可否の経験を基に判断することは難しい。

(3)産業廃棄物の一部は可燃性成分を含み、使用すれば燃料使用量を減らせる効果もある。

運用上問題としては

(4)原料の調合に当たっては粘土置き場、混合ホッ

パー数などの設備的制約により、混合使用可能な粘土銘柄数の上限がある。

(5)工程の安定化や切り替え工数を少なくする目的で使用銘柄の頻繁な変更は避けたい。

(6)商取引の一般として、購入する以上は有る数量以上を引き取らなければならない。

(7)原料の購入単価に非線形性がある。所謂「規模の経済性」が存在する。

(8)検討の周期が著しく短くなり、種々の複雑なケースゲイを短期間に行う必要が出てきた。

等々が揚げられよう。

明らかに、これらの複雑な制約条件をLPで定式化するのは不可能であり、整数変数を加えた混合整数計画法(MIP: Mixed Integer Programming)が必要となる。そこで、MIPによる定式化の工夫を次節で紹介する前に、その基本となるLPによる原料計画の定式化を整理しておくことになる。

入力情報: 原料銘柄別主要成分及び微量成分の含有率、単価、購入量上下限等

目的関数: 原料購入費用 minimum

出力情報: 原料銘柄別使用計画

ところで、成分率比は前述の如く分数表現を取る為、そのまま定式化すると非線形となり、線形計画モデルにはそのままでは乗らない。しかし、目的成分率比を4成分の合計値が一定との仮定(一般にそう仮定して不都合は無い)して%値に変換した上で、これに総購入量を掛けて、各成分の実含有量がこれと等しくなるとおくことにより、線形化可能である。つまり、4成分の合計をT(%)とおくと

$T = CaO + SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3$

$CaO (G_{CaO}) = T \times (HM / (1+HM))$,

$SiO_2 (G_{SiO_2}) = (T - CaO) \times (SM / (1+SM))$

$Al_2O_3 (G_{Al_2O_3}) = (T - CaO - SiO_2) \times (IM / (1+IM))$

$Fe_2O_3 (G_{Fe_2O_3}) = T - CaO - SiO_2 - Al_2O_3$

このモデルを数式で表現すると次のようになる。

添字

i : 製品品種 (1: xx, 2:)

j : 原料成分 (1: CaO, 2:)

k : 原料銘柄 (1: xx石灰石, 2:)

m : 特定成分 (1: xx, 2:)

変数

x_{ik} : 原料使用(購入)量<kton>

定数

D_i : クリнка生産量<kton>

F_i : 原料 -> クリнка換算ファクタ

G_{ij} : 基本成分目標<%>
 TU_k, TL_k : 原料購入量上限, 下限<kton>
 P_k : 原料単価<kyen/kton>
 S_{jk} : 原料基本成分 (トライ) <%>
 H_k : 原料持ち込み熱量<kcal/kton>
 L_k : 原料持ち込み熱量単価 <kyen/kcal>
 M_k : 水分<%>
 水分補正係数 $M_k' = (100 - M_k)/100$
 V_{km} : 特定成分<%>
 V_{im}^u, V_{im}^l : 特定成分上限, 下限<%>

<目的関数>

$$Z = \sum_k (P_k \sum_i x_{ik}) - \sum_k (L_k H_k \sum_i x_{ik}) \rightarrow \min \quad (1)$$

<制約式>

1) クリムカ生産量制約

$$\sum_k F_i x_{ik} \geq D_i \quad (2)$$

2) 原料各銘柄の供給量上下限制約

$$TL_k \leq \sum_i x_{ik} \leq TU_k \quad (3)$$

3) 基本成分目標値制約

$$\sum_k (S_{jk} \times M_k' \times x_{ik}) = \sum_k (G_{ij} \times M_k' \times x_{ik}) \quad (4)$$

4) 特定成分上下限制約

$$\begin{aligned}
 &V_{im}^l \sum_k (M_k' \times x_{ik}) \\
 &\leq \sum_k (V_{km} \times M_k' \times x_{ik}) \\
 &\leq V_{im}^u \sum_k (M_k' \times x_{ik}) \quad (5)
 \end{aligned}$$

4. MIPによる定式化の工夫

前節のLPによるモデルに整数変数を加えたMIPによる定式化の工夫の幾つかを紹介する。他の同種の定式化には混合ホッパ数制約等がある。これにより、幾つかのケース毎にLPモデルを立てて計算し、最適解の中の最良値を見つけるといった煩雑な手順が不要となり、What-If分析も非常に楽になる。

4.1 最小購入ロットサイズの定式化

購入ロットサイズに制約が課せられる場合がある。つまり、「もし購入するとすればaトン以上購入しなければならない。但し、買わないこともできる。」という制約である。輸送船の積載量が最低購入単位となる場合もある。更に、購入量には、下限と上限が、これとは別に存在するのが普通である。以上を数式で表現すると、 y を0/1整数、 a を購入下限、 A を購入上限として次式となる。

$$ay \leq x \leq Ay \quad (6)$$

4.2 非線形費用関数の取り扱い

本問題では、幾つかの銘柄の粘土の単価が購入量により変化し、購入量が多いほど単価が安くなる。しかし、これは費用関数が非線形になることを意味するから、一般的にはLPでは解けない。しかし、最小化問題で考えると、費用関数の変化が凹型で有れば、変数域を個別の変数に分離してLPのままで最適

解を求めることができる。ところが、係数が凸型に変化する場合や、不規則に変化の場合は一般に定式化が困難である。そこで整数変数を導入し、区分線形問題として解決した。(図1)

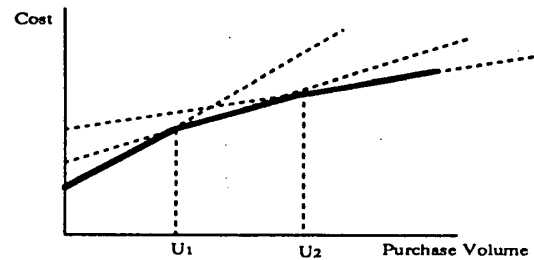


Fig.1 Piecewise Linear Cost Curve

これを数式で表現すると C_i をコスト、 U_i を区分点、 K_i を切片、 y_i を0/1変数として次式となる。

<目的関数>

$$Z = \sum_i K_i y_i + \sum_i C_i x_i \rightarrow \min \quad (7)$$

<制約式>

$$K_{i+1} = K_i + C_i U_i - C_{i+1} U_i \quad (8)$$

$$U_{i-1} y_i < x_i \leq U_i y_i \quad (9)$$

$$\sum y_i \leq 1 \quad (10)$$

$$x_i \geq 0 \quad (11)$$

$$y_i = \{0,1\} \quad (12)$$

5. 運用体制 (ORリテラシー)

原料計画運用上の問題点として、入手可能な産業廃棄物は各工場で異なり、従来の様な本社数理計画担当者による一定の方針だけで各工場の各種原料の使用可否判断をすることは難しくなっていることがある。

このため、本部は全工場に関連する方針レベルの検討を行い、工場独自の問題は工場で検討する二段階での運用を行っている。現在、工場原料計画をPC汎用ソフト上に作成し各工場への展開を進めており、各工場で担当者がきめの細かい原料購入可否判断を適宜、気楽に行える様にした。

6. 結言

現在、当社は数理計画法による購買、生産、物流にわたる全社最適化システムを構築している。今回、MIPによる原料購入総費用ミニマム化と、定式化の工夫、その運用体制をセメント製造業における適用の一端として紹介した。

参考文献

- [1] T.AIZAWA 「Fuel Purchase Planning with MIP and a Proposal of "Negotiation Price"」 1994, APORS94
- [2] 相沢健実, 「燃料購入計画への混合整数計画の適用」 日本経営工学会誌, 1995, pp460-466, Vol.46, NO.5
- [3] セメント協会編, 「セメントの常識」 1992[22] 永井彰一郎, 「セメント概論」、丸善出版