

## DEAに基づく仮想DMU分析法 — 経営分析への適用 —

01206350 東京理科大学 \*杉山 学 SUGIYAMA Manabu  
01700910 東京理科大学 山田善靖 YAMADA Yoshiyasu

### 1. はじめに

DEA (Data Envelopment Analysis) では、過去の経験から効率的とは考えられない活動をする DMU (Decision Making Unit) が効率的と判定される場合がある。この問題点に対して、評価者のアприオリな情報を利用することが考えられ、既にいくつかの方法が提案されている。つまり、アприオリな情報を何らかの形で、入出力項目に対するウェイト付けの制限として導入した、領域限定法 [4]、コーンレシオ法 [1]、乗数制約アプローチ [3] が、その代表的な方法である。これに対し、本研究で提案する DEA/仮想 DMU 分析法では、アприオリな情報を仮想 DMU として具体化して利用する方法である。より詳しく述べるならば、「過去の経験から効率的とは考えられない活動をする DMU が効率的と判定される」ということは、評価者は既存の DMU より優れた DMU を過去の経験から仮想している。この評価者の感覚に合った評価を実行するために、評価者の抱く DMU を仮想に設定し、既存の DMU 群に加えることで、この問題点を解決しようとするものである。

この分析法では、DEA の分析過程において、ある効率的な活動水準を前もって設定し、その活動水準を越えるか、否かを DEA の中に持ち込んでいる。このように、評価の過程に基準（ここでは満足化基準を採用）を設定するやり方は、目標計画法の中でも見られるように、経営に対する意思決定問題で多用されている。特に本論文で扱う経営分析指標による経営分析の中でも、頻繁に用いられている。従って、本論文で提案する仮想 DMU 分析法は、従来からの経営分析指標を用いて、企業の経営分析を行っている人達に対して、積極的に DEA を用いるきっかけをつくると考える。これにより、従来の経営分析指標だけを用いた経営分析より、解釈がより広がることを期待できる。

### 2. 経営分析への適用

経営分析指標を用いた経営分析の利点として、物事を客観化でき、他社との比較が容易にできることがあげられる。そして、この指標は企業の様々な能力を評価できるように多種存在し、各個別の能力について分析が行える。また、この分析には歴史があるので、各指標について経営的な解釈が確立されている。従って、過去の経験から指標値が具体的にどのくらい達成していれば、経営効率の良い企業であるかの基準値が概ね存在する。これに対し、その問題点として経営指標は企業の様々な能力を、個別に評価できるが、総合的に評価する客観的な方法が存在しない点があげられる。そこで本論文では、総合的に評価する客観的な方法として、DEA を適用する。そのまま DEA を経営指標の総合化に適用すると、過去の経験から指標値が具体的にどのくらい達成していれば、経営効率の良い企業であるという基準を持ち込めず、その判断ができない。そこで、本論文で提案する仮想 DMU 分析法を用いる。

### 3. 仮想 DMU 分析法

#### 3.1 仮想 DMU 分析法の概念

基本的な DEA では、過去の経験から効率的とは考えられない活動をする DMU が効率的と判定される場合が

ある。その際、評価者は既存の DMU より優れた DMU を、過去の経験から仮想していると考えられる。この評価者の感覚に合った評価を実行するために、評価者の抱く DMU を仮想に設定し、既存の DMU 群に加えることで新たな効率的フロンティアを張り、ウェイト付けを制限することを行う。すなわち、その DMU の効率値を落とし、非効率的にすることが可能となる。

DEA では、非効率的な DMU の効率値は、その DMU の参照集合で張られるフロンティアに影響される。すなわち、非効率的な DMU のウェイトは、参照集合となる効率的な DMU のウェイト付けに支配される。この DEA で用いる入出力項目に対するウェイト  $(u_{ro}, v_{io})$  は、純粋な重要度  $(u_{ro}y_{ro}, v_{io}x_{io})$ 、すなわち仮想入出力と入出力値の単位の基準化  $(\frac{1}{y_{ro}}, \frac{1}{x_{io}})$  という二つの性質に分解できる。

$$(u_{ro}, v_{io}) = (u_{ro}y_{ro} \cdot \frac{1}{y_{ro}}, v_{io}x_{io} \cdot \frac{1}{x_{io}}).$$

この提案している仮想 DMU 分析法の場合は、後者の入出力単位の基準化の点を制限している。つまり本手法では、データ自体の値について制限している。

#### 3.2 生産活動領域

何らかの形でウェイト付けを制限する従来の方法や、本論文で提案する仮想 DMU 分析法では、アприオリな情報を利用することを前提としている。このアприオリな情報は、現在および過去において観測された DMU の活動状況によって形成されるものと考えられる。従って、現在および過去において DMU の活動が観測された領域を考える事から始める。本論文では、この領域を生産活動領域と呼び、図 1 では 1-2-3-4-5-9-8-7-6 で囲まれた領域である。この図で、DEA の生産可能領域は 0-1-2-3-4-5-0' で囲まれた領域で表される。また本論文では、効率的な DMU と非効率的な DMU の差は、各 DMU における経営努力の差と考える。つまり、非効率的であると評価された DMU は、経営努力を行うことによって効率的な DMU へと移行できるものとする。

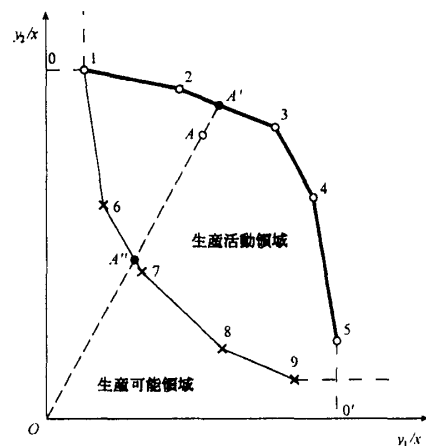


図 1: 生産活動領域

さて、点 A で表現された DMU の DEA 効率値は  $OA/OA'$  で表現され、この値は A が現在および過去において、最高レベルの経営努力をした結果、達成可能な上限を基準とした効率値を表していると考えて良い。

次に見方を逆にして、 $A$  を  $A''$  まで下げたとする。この  $A''$  は  $A$  が現在および過去において、最低レベルの経営努力を行った結果達成できるであろう下限を示していると考えることができる。この  $A''$  で表された点より業績が悪くなることは、過去のデータから考えられにくい。つまり、このような下限以下の経営活動を行うことは、過去最低レベルの業績よりも、さらに経営努力を怠ることである。従って、常に以前よりも経営努力を強いられるような競争状態において、この下限以下の業績は許されないものと考ええる。

これら  $A$ ,  $A'$  と  $A''$  を使って、DEA 効率値と IDEA 非効率値 [5, 6] を図の中で表現すると、

- a)  $\theta^* = OA/OA'$  : DEA 効率値,  
 b)  $\phi'^* = 1/\theta^* = OA''/OA$  : IDEA 非効率値,  
 のように表す事ができる。さらに、  
 c)  $z^* = OA''/OA' = (OA''/OA')(OA'/OA)$ ,  
 $= \theta^* \cdot \phi'^* = \theta^*/\theta'^*$ ,

を得る。ここでは  $z^*$  を“生産活動上の全体活動効率”と呼ぶ。この  $z^*$  は  $0 < z^* (= \theta^* \cdot \phi'^*) \leq 1$  である。記述的に表現すると、 $z^*$  効率はある生産活動形態において、過去最低レベルの経営活動の量を過去最高レベルの経営活動の量で割った比と考えて良い。

また、この生産活動領域の中で、

- d)  $s^* = A''A/A'A'$ ,  
 $= (OA/OA' - OA''/OA)/(1 - OA''/OA)$ ,  
 $= (\theta^* - z^*)/(1 - z^*)$ ,

を得ることができる。ここで  $s^*$  を“生産活動上の自己活動効率”と呼ぶ。この  $s^*$  は  $1 - z^* = 0$  である時  $s^* = 0$  とし、また、 $1 - z^* \neq 0$  である時  $0 \leq s^* \leq 1$  となる。記述的に表現すれば、 $s^*$  効率は最高レベルに達するための経営努力量と最低レベルに達するための経営努力量の比であり、経営努力のレベルを示すと考えられる。

### 3.3 仮想 DMU の構成

この仮想 DMU 分析法では、仮想の DMU をどのように構成するかが大変重要な問題である [2]。ここでは、仮想に DMU を構成するための方法の 1 つを提案する。

まず、評価者に対し過去の経験（過去最低レベルと最高レベルの経営活動）に基づき、基準として抱く DMU を提示してもらうことから始める。しかし、評価者に対しこの仮想に抱く DMU を複数設定してもらうことはかなり困難である。そこで提案する構成方法では、生産活動領域内で基準となる仮想 DMU を 1 つ設定し、DEA 効率的な DMU 群と IDEA 非効率的な DMU 群に基づいて、自動的に仮想 DMU を複数構成する。

ここで、仮想に設定された基準となる DMU を  $A$  とし、その DEA 効率値、IDEA 非効率値、全体活動効率値、自己活動効率値を  $\theta_A^*$ ,  $\phi_A'^*$ ,  $z_A^*$ ,  $s_A^*$  であるとする。また、DEA 効率的と判定された DMU の集合を“ $E$ ”と表現し、IDEA 非効率的と判定された DMU の集合を“ $I$ ”と表現する。この DMU の集合  $E$  と  $I$  別に以下に示す式に基づいて、それらの要素の数だけ仮想に DMU を複数構成する。

#### DEA 効率的な DMU の場合

$$\begin{aligned} \alpha_a^E &= 1 - (1 - z_a^*)(1 - s_a^*), & (a \in E), \\ \tilde{x}_{ia} &= x_{ia}, & (i = 1, \dots, m), \\ \tilde{y}_{ra} &= \alpha_a^E y_{ra}, & (r = 1, \dots, s), \end{aligned}$$

#### IDEA 非効率的な DMU の場合

$$\begin{aligned} \alpha_a^I &= 1 - (1 - z_a^*)(1 - s_a^*), & (a \in I), \\ \tilde{x}_{ia} &= \theta_a^* x_{ia} - s_{ia}^-, & (i = 1, \dots, m), \\ \tilde{y}_{ra} &= \alpha_a^I y_{ra} + s_{ra}^+, & (r = 1, \dots, s), \end{aligned}$$

仮想 DMU 群は、基準となる仮想 DMU<sub>A</sub> の自己活動効率値  $s_A^*$  と同じになるように構成される。言い替えるならば、それらは仮想 DMU<sub>A</sub> と同じレベルの経営努力 ( $s_A^*$ ) を行った結果達成される仮想の経営活動である。

次に、評価者に対して基準となる仮想 DMU<sub>A</sub> の入出力値を、具体的にどのような基準で設定してもらうかを考える必要がある。本論文では、この入出力値の設定において“満足化基準”を導入する。つまり、過去の経験に基づき、評価者が各入出力項目ごとにその内容を具体的に検討して「この入出力値の達成度がどの水準までいけば満足か」というレベルを明示することである。

### 4. 実事例

本研究では、日本の自動車会社に関する経営分析を例として、本論文で提案した DEA/仮想 DMU 分析法を用いて総合的に評価分析する。詳しい結果は、発表の時に示す。

### 5. おわりに

本論文では、評価者のアプリオリな情報を仮想 DMU として具体化し、評価者の感覚に合った評価を行う DEA/仮想 DMU 分析法を提案した。この分析法の特徴は、評価者が予め設定した活動水準を越えるか、否かを判定でき、それを DEA の効率値に反映できる点にある。またこの分析法では、仮想 DMU をどのように構成するかが大変重要な問題であった。そこで本論文では、生産活動領域内で基準となる仮想 DMU を 1 つ設定し、DEA 効率的な DMU 群と IDEA 非効率的な DMU 群に基づいて、自動的に仮想 DMU を複数構成する構成方法を提案した。その際に、新たな概念として生産活動領域を考え、全体活動効率値と自己活動効率値を定義した。更に本論文では、この提案した DEA/仮想 DMU 分析法を企業の経営分析に適用した。その結果、DEA と経営分析指標を組み合わせて、総合的に経営分析を行うための示唆が得られた。

### 参考文献

- [1] Charnes, A., Cooper, W.W., Wei, Q.L., and Huang, Z.M.: Cone ratio data envelopment analysis and multiobjective programming, *International Journal of Systems Science*, Vol.20 (1989), 1099-1118.
- [2] Golany, B. and Roll, Y.: Incorporating Standards Via DEA, Charnes, A., Cooper, W.W., Lewin, A.Y. and Seiford, L.M. (ed.), *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Application*, Kluwer Academic Publishers, 1994, 313-328.
- [3] Shang, J. and Sueyoshi, T.: A unified framework for the selection of a flexible manufacturing system, *European Journal of Operational Research*, Vol.85 (1995), 297-315.
- [4] Thompson, R.G., Singleton, F.D., Thrall, R.M. and Smith, B.A.: Comparative Site Evaluation for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas, *Interface*, Vol.16 (1986), 35-49.
- [5] Yamada, Y., Matsui, T. and Sugiyama, M.: An Inefficiency Measurement Method for Management Systems (in Japanese), *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.37 (1994), 158-168.
- [6] Yamada, Y., Sueyoshi, T., Sugiyama, M., Nukina, T. and Makino, T.: The DEA Method for Japanese Management: The Evaluation of local governmental investments to the Japanese economy (in Japanese), *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.38 (1995), 381-397.