

DEAにおける資源再配分を伴う改善案の導出法

申請中 東京理科大学 成岡 大輔* NARUOKA Daisuke
02401460 東京理科大学 生田目 崇 NAMATAME Takashi
01701440 東京理科大学 山口 俊和 YAMAGUCHI Toshikazu

1. はじめに

DEA(Data Envelopment Analysis) [2] は、多入力多出力体 (DMU:Decision Making Unit) における相対的な効率評価手法である。DEA では効率を一つの指標として表すことができるとともに、非効率的な DMU が効率的となるためには入力をどの程度削減すれば良いのか、または出力をどの程度増加させればよいのか、といった改善目標も提示することができる。CCR モデルや BCC モデルでは、入力削減型モデルであれば現在の出力値を維持したままで、出力増加型モデルであれば現在の入力値を維持したままでといった、制約付きの改善案となってしまう。しかし、実際には各 DMU にとって、現在の出力を維持したまま入力を削減する、または現状の入力のままでより大きな出力を産出するという改善案は受け入れ難い。

一方で、入力削減型モデルの場合、改善目標を提示された時に、DMU 全体で削減された入力をどうするのか？実際に人や設備といった入力は簡単に削減できるものであろうか？余分な人材を簡単に首にできるのか？改善目標が現状から大きな変更を伴う場合に、現実に実行可能なのか？といった問題が生じる。

本研究では、DEA の加法モデルをもとに DMU 間での入力の移動（資源の再配分）を伴った、改善案の導出法の提案を行う。

2. 既存のモデル

DEA を用いた資源配分を扱った既存のモデルとしては、Golany らによる DEA-RAM(Resource Allocation Model) [4] や伊藤によるモデル [3] がある。

DEA-RAM では、Efficiency・Effectiveness・Equality という三つの基準を定義し、これらのトレード・オフの関係を考慮した定式化を行っている。特に Mandell らの Gini 係数 [5] を用いて Equality の基準を取

り入れており、これが資源配分の仕方に大きく影響を与えたモデルになっている。しかし、彼らのモデルには多出力の場合のウェイトの与え方、資源の変化量の定義などに問題があり、評価者が決めなければならないパラメータが多く、扱いにくいという問題点がある。

伊藤のモデルは、DEA で定義された生産可能集合内で、まず出力の最大化を目指し、次に入力の移動量を最小にする多目標計画問題として定式化されている。しかし、このモデルは資源の配分に関する制約がないために、このモデルによって得られる改善案は MPSS(Most Productive Scale Size) に近づくという問題がある。

本発表では、これら 2 つのモデルの特徴を利用したモデルを提案する。

3. 提案するモデル

本発表で提案するモデルについて以下の記号を使用する。

【記号の定義】

X_{ij}	:	DMU _j の入力 i の値
Y_{ra}	:	DMU _j の出力 r の値
x_{ij}	:	DMU _j の入力 i の改善案
y_{rj}	:	DMU _j の出力 r の改善目標
P_i	:	付順係数 ($P_i \gg P_{i+1}$)
B_i	:	入力 i の総量
d_{ijk}^+, d_{ijk}^-	:	DMU _j と DMU _k の入力 i の差
Q_k	:	DMU _k の基準化のための重み
δ	:	任意パラメータ
C	:	制御可能項目の添字集合
E	:	D 効率的な DMU の添字集合

以上の記号を用いて定式化を行う。

¹ 東京理科大学大学院工学研究科経営工学専攻
〒162 東京都新宿区神楽坂 1-3
E-mail: daisuke@ms.kagu.sut.ac.jp

【提案するモデル】

最小化

$$-P_1 \cdot \sum_{r=1}^s \frac{\sum_{j=1}^n y_{rj}}{n} + P_2 \cdot \xi + P_3 \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \rho_{ij} \quad (1)$$

制約条件

$$\sum_{k \in E} X_{ik} \lambda_{kj} \leq x_{ij} \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n) \quad (2)$$

$$\sum_{k \in E} Y_{rk} \lambda_{kj} \geq y_{rj} \quad (r = 1, \dots, s; j = 1, \dots, n) \quad (3)$$

$$\sum_{k \in E} \lambda_{kj} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq B_i \quad (i \in C) \quad (5)$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k>j}^n (d_{ijk}^+ + d_{ijk}^-)}{\sum_{j=1}^n X_{ij}} \leq \delta \quad (i \in C) \quad (6)$$

$$Q_j x_{ik} - Q_k x_{ij} = d_{ijk}^+ - d_{ijk}^- \quad (j = 1, \dots, n-1; k > j) \quad (7)$$

$$X_{ij} - x_{ij} = s_{ij}^- - s_{ij}^+ \quad (i \in C; j = 1, \dots, n) \quad (8)$$

$$\frac{s_{ij}^- + s_{ij}^+}{X_{ij}} = \rho_{ij} \quad (i \in C; j = 1, \dots, n) \quad (9)$$

$$\rho_{ij} \leq \xi \quad (i \in C; j = 1, \dots, n) \quad (10)$$

$$\lambda_{kj}, x_{ij}, y_{rj}, d_{ijk}^+, d_{ijk}^-, s_{ij}^+, s_{ij}^-, \rho_{ij}, \xi \geq 0 \quad (11)$$

$(i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n; r = 1, \dots, s)$

(1) 式は第一目標で生産可能領域内で効率的になるような出力の改善目標値を決定し、第二目標で入力の変動量を各 DMU 単位で最小化し、第三目標で入力の変動量の総和を最小化するような目的関数である。

(2), (3), (4) 式では DEA の生産可能領域を定義しており、(5) 式で各入力項目について使用可能な資源の量を制限している。(6), (7) 式では各入力項目の配分についての制限を行っている。なお、(13) 式の δ は前述の Gini 係数を参考にする。(8), (9), (10) 式は各入力項目の変動量に関する式、(11) 式は非負条件である。なお、Gini 係数は次の式で求められる。

$$G = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k>j}^n |Q_k x_j - Q_j x_k|}{\sum_{j=1}^n x_j} \quad (12)$$

4. おわりに

本発表では、DEA の加法モデルをもとに DMU 間での入力の移動（資源の再配分）を伴った改善案の導出法を提案した。本発表で提案したモデルにより得られる改善案は、現在 DMU 全体で保有している経営資源をより有効に使い、また実際に実行しやすいように資源の移動量を少なく抑えるものとなっている。

また、通常の DEA による改善案で得られる出力の目標値よりも、DMU 全体としてより大きな出力値が得ることができる。

参考文献

- [1] A.Charnes et. al. : “Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions”, Journal of Econometrics, Vol.30, pp.91-107(1985).
- [2] A.Charnes et. al. : *Data Envelopment Analysis, Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers(1994).
- [3] 伊藤竜一 : “DEA にもとづく資源再配分問題”, 東京理科大学大学院工学研究科経営工学専攻修士論文 (1995).
- [4] B. Golany and E. Tamir : “Evaluating Efficiency-Effectiveness-Equality Trade-offs: A Data Envelopment Analysis Approach”, Management Science, Vol.41, No.7, pp.1172-1184 (1995).
- [5] M. B. Mandell et. al. : “Modelling Effectiveness-Equity Trade-off in Public Service Delivery Systems”, Management Science, Vol.37, No.4 , pp.467-482(1991).