1998年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ナース・スケジューリング・モデルの補足

01009840　成蹊大学　○池上敦子　IKEGAMI Atsuko
01402020　成蹊大学　丹羽　明　NIWA Akira

1．はじめに

ナース・スケジューリング問題に対して提案されているモデル[1] の妥当性を評価するため，１９９７年２〜３月全国にわたる医学大学附属の２３病院に対して「勤務表作成における拘束条件」の調査をおこなった[2]．３１５部署（３０７名の婦長または主任）の回答から明らかになったどの条件も，モデルのパラメータの与え方を工夫することで表現することが可能であり，その枠組みの中で扱えることがわかった．

本発表では，これらの条件を効率よく表現するために考えられる「工夫点」について述べる．そして，ほとんどの部署で考慮されている「各看護婦に土日連休を１回以上確定する」条件について式を与える．

2．ナース・スケジューリング・モデル

１９９６年に提案されたモデル[1] の定式化の拘束条件部分を以下に示す．

《記号説明》

$M=\{i \mid i$ はスケジューリング対象看護婦$\}$

$N=\{j \mid j$ はスケジューリング対象日$\}$

$W=\{k \mid k$ は勤務の種類$\}$

$R=\{r \mid r$ は看護婦のグループ$\}$

$G_r=\{i \mid i$ は r 所属の看護婦$\}$，$r \in R$

$F_0=\{(i,j,k) \mid$ 看護婦 i の日 j の勤務 k が禁止されている$\}$

$F_1=\{(i,j,k) \mid$ 看護婦 i の日 j の勤務が k に決定されている$\}$

$P_h=\{(k_1,\cdots,k_h),\ k_1,\cdots,k_h \in W \mid$ 勤務 $k_1,\cdots,k_h$ の連続勤務が禁止されている$\}$，$h \in \{2,3,\cdots,\}$

$Q_h=\{(k,u,v),\ k \in W,\ v \in \{0,1,\cdots\} \mid$ 勤務 k は連続する h 日間に u 回以上 v 回以下$\}$，$h \in \{2,3,\cdots,\}$

d_{jk}：j 日の勤務 k に必要な人数

a_{rjk}, b_{rjk}：j 日の勤務 k に対するグループ r からの人数の下限，上限

c_{ik}, e_{ik}：看護婦 i の勤務 k の数の下限，上限

x_{ijk}：看護婦 i の j 日を勤務 k にするとき１，そうでないとき０をとなる０－１変数

《拘束条件》

(1) $\displaystyle\sum_{k \in W} x_{ijk}=1 \qquad i \in M,\ j \in N$

(2) $\displaystyle\sum_{i \in M} x_{ijk} \geqq d_{jk} \qquad j \in N,\ k \in W$

(3) $\displaystyle a_{rjk} \leqq \sum_{i \in G_h} x_{ijk} \leqq b_{rjk} \qquad r \in R,\ j \in N,\ k \in W$

(4) $\displaystyle c_{ik} \leqq \sum_{j \in N} x_{ijk} \leqq e_{ik} \qquad i \in M,\ k \in K$

(5) $x_{ijk}=\tau \qquad (i,j,k) \in F_\tau,\ \tau \in \{0,1\}$

(6) $\displaystyle\sum_{a=1}^{h} x_{i \cdot j+a-1 \cdot k_a} \leqq h-1 \qquad i \in M,\ j \in \{1,\cdots,n-h+1\},\ (k_1,k_2,\cdots,k_h) \in P_h,\ h \in \{2,3,\cdots\}$

(7) $\displaystyle u \leqq \sum_{a=1}^{h} x_{ijk} \leqq v \qquad i \in M,\ j \in \{1,\cdots,n-h+1\},\ (k,u,v) \in Q_h,\ h \in \{2,3,\cdots\}$

(8) $x_{ijk}=0 \text{ or } 1 \qquad i \in M,\ j \in N,\ k \in W$

このモデルでは「達成したい目標」との差を表す関数を設定して，これを最小化することを考えている．しかし，多くの場合，達成したい目標が「拘束条件満たさない度合いの最小化」であることから，ナース・スケジューリングは，何かを最適化したいというより「拘束条件を満たす解を１つでも得たい」という問題といえる．

また，モデルのバリエーションとしては以下に２式の追加が挙げられている[1]．

$A=\{(i,J_1,J_2,k_1,k_2,g),\ i \in M,\ J_1,J_2 \subset N,\ k_1,k_2 \in W \mid$ 看護婦 i の J_1 での k_1 の回数と J_2 での k_2 の回数の差は g 以下$\}$

$B=\{(r_1,r_2,j,k,g),\ r_1,r_2 \in R,\ j \in N,\ k \in W \mid$ 日 j 勤務 k におけるグループ r_1 からの人数と r_2 からの人数の差は g 以下$\}$

(9) $\displaystyle\sum_{j \in J1} x_{ijk1}-\sum_{j \in J2} x_{ijk2} \leqq g \qquad (i,J_1,J_2,k_1,k_2,g) \in A$

(10) $\displaystyle\sum_{i \in G_{r1}} x_{ijk}-\sum_{i \in G_{r2}} x_{ijk} \leqq g \qquad (r_1,r_2,j,k,g) \in B$

3．調査結果とモデルとの対応

アンケート調査で明らかになった条件を以下に挙げる．●印は2節モデルの拘束条件式(2)～(5)(10)の意味そのままのものであり，▲印は拘束条件式(6)(7)に対応する条件を具体的に整理したものである．また◆印は目的関数での対応を考えられていたものである．

《縦の条件》　各日各勤務に与えられる条件

●必要人数を満たす

⇒　拘束条件(2)に対応

補足ポイント：夜勤など，他の日の不足を考慮し，人数の上限を設定している場合がある

●業務内容やスキル等から看護婦のグループ分けがあり，各グループからの各勤務に対する人数の上下限　⇒　拘束条件(3)に対応

●新人教育過程における指導者組合せ

⇒　拘束条件(10)に対応

《横の条件》　各看護婦に与えられる条件

●勤務や休日の希望日，セミナー等を確定する

⇒　拘束条件(5)に対応

●勤務の回数の上下限

⇒　拘束条件(4)に対応

▲同一勤務連続回数の上下限

「下限条件」⇒　拘束条件(6)で対応*

「上限条件」⇒　拘束条件(7)で対応

▲同一勤務の勤務間隔日数の上下限

「下限条件」⇒　拘束条件(6)で対応*

「上限条件」⇒　拘束条件(7)で対応

▲異種勤務の並び方についての禁止

⇒　拘束条件(6)で対応*

補足ポイント*（拘束条件(6)について）：

これらの条件を効率よく表現するには，以下の2つの工夫が考えられる

①連続でない日の集合にも対応可能にする

②式の中で「勤務k」x_{ijk} と「勤務k以外」$\Sigma_{k' \in W,\, k \neq k'} x_{ijk'}$ を扱えるようにする

◆土曜日曜にあたる2連休を最低1回確定する

補足ポイント：「看護婦間における土曜日曜にあたる2連休の数の偏り」は31％の部署で「絶対に許されない」とされ，「好ましくない」とする部署とあわせると88％に上ることから，この条件を表す式を考えておくことは有効であると考える．ここでは，2種類の拘束条件式を考えた．1つは2次の式であり，もう1つは，この式を複数の1次式に置き換えたものである．これらの拘束条件式を次節に示す．

4．土日(祭)2連休をt_i回以上確定する式

連休対象がH回あるとし，その対象日を

j_{11}, j_{12}　　j_{21}, j_{22}　　…　　j_{H1}, j_{H2},

確定回数をt_i（$0 < t_i \leqq H$），$i \in M$ とする．

$$(11)\ \sum_{h=1}^{H} X_{ij_{h1}休} \cdot X_{ijk_{h2}休} \geqq t_i \qquad i \in M$$

この式で連休をt_i回以上確定できることは自明であるので，これを複数の1次式に変換した(12)を示し，この式で「連休がt_i回以上確定」できることを証明する．

$$(12)\ \sum_{h=1}^{H} X_{ij_{hz(h)}休} \geqq t_i \qquad i \in M,\ (z_{(1)}, \cdots, z_{(H)}) \in Z$$

ここで，$Z = \{ (z_{(1)}, \cdots, z_{(H)}) \mid z_{(h)} = 1 \text{ or } 2,\ h=1, \cdots, H \}$．集合Zの要素の数は$2^H$．

【証明】

(12)の2^Hの拘束条件すべてを満たした任意の解に対し，左辺の値が最小になった拘束条件式を任意に1つ選ぶ．この式の$z_{(h)}$, $h=1, \cdots, H$の値を（$z^*_{(1)}, \cdots, z^*_{(H)}$）とする．そして，この式のH個の項の中で「休み」に対応する項，つまり，$h \in \{ h \mid X_{ij_{hz^*(h)}休} = 1 \}$を選ぶ．これに対し，$j_{hz^*(h)}$ のかわりに $j_{h \cdot 3-z^*(h)}$を項にもつ（$z^*_{(1)}, \cdots, 3 - z^*_{(h)}, \cdots, z^*_{(H)}$）に対応する拘束条件式を考える．その左辺の値は最小値より小さくならないので

$$X_{ij_{h \cdot 3-z^*(h)}休} = 1$$

となり $j_{h \cdot 3-z^*(h)}$は休みであることがわかる．このような項hはt_i以上存在するので，対象となる連休が最低t_i回は与えられている．

また，対象となる連休がt_i回以上確定した下で(12)が成り立つことは自明である．　■

5．おわりに

ナース・スケジューリングの拘束条件を整理し，拘束条件式の表し方に対して補足を加えた．問題を一般整数計画問題として直接扱うことは困難だが「看護婦毎の勤務パターン作成」といった部分問題を解く際にこれらの式を利用したい．

参考文献

[1] 池上，丹羽，大倉：我が国におけるナース・スケジューリング問題，オペレーションズ・リサーチ，Vol.41,No.8,pp.436-442,1996.

[2] 池上，越河：看護婦勤務表作成におけるアンケート調査，私立医科大学病院看護部長会（総婦長会）調査報告資料，1997.12.