

n 人囚人のジレンマにおける先見的安定性

02202422 東北大学経済学部
01602970 東京都立大学経済学部*鈴木 明宏 AKIHIRO Suzuki
武藤 滋夫 SHIGEO Muto

1 はじめに

本論文の目的は n 人囚人のジレンマの 1 形態である「湖の汚染」(Shapley and Shubik[1969])に Chwe[1994]で提案された間接支配の下での安定集合を適用し、その結果について考察することである。

2 モデル

「湖の汚染」は以下のようなストーリーである。湖の周りで操業している n 個の工場を考える。工場は生産のため湖から取水し使用後汚染された水を排出する。各工場は汚水を浄化して排出するかどうかを決定する。浄化してから排出するには b のコストがかかる。また、生産にはきれいな水を用いねばならず、汚染している工場数が k の場合取水時に浄化するために kc のコストがかかる。これをモデル化すると以下ようになる。

プレイヤーの集合は $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 、プレイヤー i の戦略集合は $S_i = \{C, D\}$ 。ここで C と D はそれぞれ上のストーリーでの「浄化してから排出」と「浄化せず排出」に対応する。すると戦略の組は $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \prod_{i \in N} S_i$ で表される。ここで、全ての $i \in N$ について $x_i = C$ または D である。次に、 x において D をとるプレイヤー数を $ND(x)$ 、 C をとるプレイヤー数を $NC(x) \equiv n - ND(x)$ で表すとプレイヤー i の利得は以下ようになる。

$$u_i(x) = \begin{cases} -b - cND(x) & \text{if } x_i = C \\ -cND(x) & \text{if } x_i = D \end{cases}$$

3 間接支配と安定集合

n 人戦略形ゲームを考える。戦略の組 y から提携 T のメンバーだけが動くことで x が達成されるとき $y \xrightarrow{T} x$ で表す。 $|T| \geq 2$ のときには特に、共同して動くという。このとき間接支配と間接支配に関する安定集合を以下のように定義する。

定義 1 : 以下の条件が成り立つとき x は y を間接支配するといひ $x \text{ indom } y$ で表す。

戦略の組の列 $(y =) x^0, x^1, \dots, x^m (= x)$ と提携の列 $T(1), T(2), \dots, T(m)$ で $x^{j-1} \xrightarrow{T(j)} x^j, u_i(x) > u_i(x^{j-1}) \quad \forall i \in T(j) \quad (j = 1, 2, \dots, m)$ となるものが存在。

定義 2 : 戦略の組の集合 $V \subset \prod S_i$ が安定集合であるとは以下の 2 条件が成り立つことである。

- (1) 内部安定性 : $x \text{ dom } x'$ となるような $x, x' \in V$ は存在しない。
- (2) 外部安定性 : 任意の $x'' \notin V$ に対して $x \text{ dom } x''$ となるような $x \in V$ が存在する。

また、間接支配の定義において $m=1$ のとき、 x は y を（直接）支配するといひ $x \text{ dom } y$ で表す。

4 「湖の汚染」における安定集合

この節では湖の汚染ゲームに第3節で定義した安定集合を適用したときの結果を述べる。そのために $(k_1 - 1)c < b < k_1c$ または $b = k_1c$ となるような自然数 k_1 を考える。

(1) 共同した動きなし

$\{x \in \Pi S_i | NC(x) = k_1 a, a = 0, 1, 2, \dots\}$ が唯一の安定集合となる（図1参照）。

(2) 共同した動きあり

提携可能なプレイヤー数が k_2 に制限されるとする。ここではさらに2つの場合に分かれる。

・ $(k_1 - 1)c < b < k_1c$ の場合

$k_1 > k_2$ ならば $\{x \in \Pi S_i | NC(x) = k_1 a, a = 0, 1, 2, \dots\}$ が唯一の安定集合となる。

$k_1 \leq k_2$ ならば $NC(x) \geq \max\{k_1, n - k_1 + 1\}$ となるような x 1点のみからなる集合が安定集合で、それ以外には存在しない（図2参照）。

・ $b = k_1c$ の場合

$k_1 + 1 > k_2$ ならば $\{x \in \Pi S_i | NC(x) = k_1 a, a = 0, 1, 2, \dots\}$ が安定集合となる。

$k_1 + 1 \leq k_2$ ならば $NC(x) \geq \max\{k_1 + 1, n - k_1 + 1\}$ となるような x 1点のみからなる集合が安定集合となる。ただし、この場合にはそれ以外にも安定集合が存在する可能性がある。

5 終わりに

この分析の結果、以下のことが導かれる。各プレイヤーがそれぞれ独立に行動する、といった状況では全ての工場が湖を汚染するというパレート非効率な状態が起こる可能性を避けられない。また、直接支配（これは各プレイヤーが近視眼的に行動する場合に対応する）に関する安定集合についても同様の結果が得られることが確かめられる。一方、ある程度先を見て行動する可能性（間接支配）と提携を組んで行動する可能性（共同した動きの導入）を導入することで湖の汚染がかなり解消されるという結果が得られた。

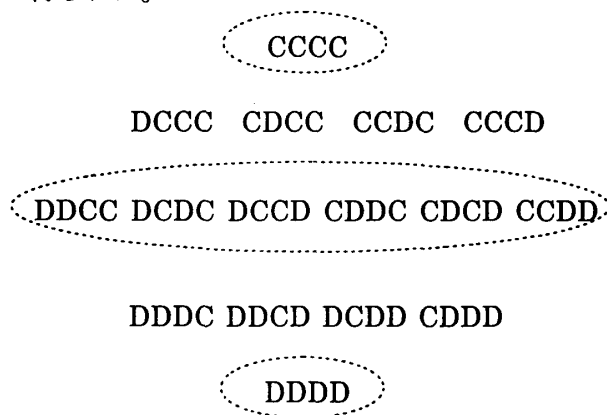


図1：共同した動きがない場合の安定集合 ($n=4, k_1=2$)

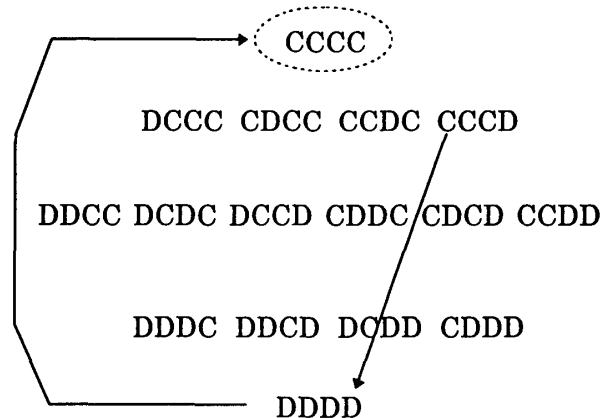


図2：共同した動きがある場合の安定集合 ($n=k_2=4$)