

AHPの対比較行列における 不整合個所の検出と修正の可能性

01602305 岡山理科大学 宮地 功 MIYAJI, Isao

1. はじめに

これまでに教育分野において、教育評価の定量化にAHPを用いてきた。事例として、毛筆書写の評価^[3]、児童画の評価^[4]、報告書の評価^[5]などにAHPを用いて教育評価を定量化することを報告した。教育の分野でも感性を大切にするように言われている。また、道徳意識の変化^[6, 11]、プログラミング評価^[7]、音色の適合度^[8, 9, 12]、課題の難易度^[10]などについて報告した。これら学習者が評価する場合、AHPの対比較が矛盾していることがある。対比較行列の修正を繰り返して、自動的に修正が可能かどうかを調べた。

以下では、調査内容、検出結果、修正結果を述べ、不整合個所の修正の可能性について考察する。

2. アンケートの内容

(a) FORTRANの課題の難易度

情報処理言語FORTRANの授業において、8項目①名前の印刷、②読み込み、計算、印刷、③判断と飛び越ループ、④配列とDOループ、⑤文関数、⑥関数副プログラム、⑦サブルーチン副プログラム、⑧処理結果の表形式印刷の難易度について、10段階評価とAHPによる対比較を行った。

(b) BASICの課題の難易度

情報処理言語BASICの授業において、9項目①名前の印刷、②読み込み、計算、印刷、③判断と飛び越ループ、④FOR~NEXTループ、⑤配列、⑥利用者定義関数、⑦サブルーチン、⑧図形課題、⑨アニメーション課題の難易度について、10段階評価とAHPによる対比較を行った。

(c) C言語の課題の難易度

情報処理言語C言語の授業において、7項目①名前の出力、②数値の入力、計算、出力③if文による多分岐、④配列を用いたプログラム、⑤ポインタと配列、⑥複数のデータを授受する関数、⑦選択課題の難易度について、10段階評価とAHPによる対比較を行った。

(d) 楽器の音色の良さについて

小学4年生を対象に、①バイオリン、②チェロ、③フルート、④オーボエ、⑤トランペット、⑥グロッケン奏の楽器の音色が「白鳥がゆったりと泳いでいる」感じにどの程度合っているかを、5段階評価とAHPによる対比較を行った。

(e) 積分法の難易度

解析学基礎演習Ⅱの授業において、①置換積分、②部分積分、③有理関数の積分、④三角関数の積分、⑤無理関数の積分、⑥広義積分の積分法の難易度について10段階評価とAHPによる対比較を行った。

(f) 成績の重み

解析学基礎演習Ⅱの授業において、①出席点、②小テストの得点、③演習の得点、④解説付き演習の得点、⑤予習したレポート得点、⑥定期試験の得点の重みについて、10段階評価とAHPによる対比較を行った。

(a)~(f)のアンケートにおける対象者、回答者数、整合度C.I. ≥ 0.1 の対比較行列の人数およびその割合を表1に示す。回答した人数は合計288人である。修正しなければならない対比較行列は全体で146人であり、51%だった。

3. 不整合個所の検出方法

2節で説明した146人の対比較行列の整合度C.I. は0.1以上のために、いずれかの対比較を修正しなければならない。その要素を検出する方法として、次の4つの方法を比較した。

- (1) Saaty法^[14]
- (2) Harker法1 (不整合個所を1個所)^[13]
- (3) Harker法2 (不整合個所を2個所)
- (4) Harker法3 (不整合個所を3個所)

Saaty法ではまず、算出した各項目の重要度 w_1, \dots, w_n から (i, j) 要素を w_i/w_j とする行列 $W=(w_i/w_j)$ を作成する。行列 W と対比較行列 $A=(a_{ij})$ の各要素を比較して、最も差 $|a_{ij}-w_i/w_j|$ の大きい要素を不整合個所と判定する。

Harker法ではまず、不完全対比較行列を作成する。対比較の一部に解答がない不完全な対比較行列があるとして、対比較の解答のない箇所はブランクのままにしておく。対角要素もブランクにしておく。各行でブランクの個数を数え、その数を各対角要素の値とする。ブランクの箇所を0とした対比較行列を作る。例えば次のような下線部が解答のない不完全な対比較行列 A' があるとすると。対角要素には(1)を示すがブランクと考える。

$$A' = \begin{pmatrix} (1) & & a_{13} & a_{14} \\ & (1) & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & (1) & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & (1) \end{pmatrix}$$

各行のブランクの個数を数えるとそれぞれ2, 2, 1, 1となるので次の対比較行列 A が得られる。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a_{13} & a_{14} \\ 0 & 2 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & 1 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{pmatrix}$$

得られた行列 A の固有ベクトルと最大固有値を求める。固有ベクトルの要素の値が評価項目の重要度となる。その中の最大固有値を用いて整合度を求める。

不整合個所が1個所の場合の検出方法は、対比較の値の1つを順次0として対比較行列を作成し、整合度C.I.を求める。もとの完全な対比較行列から求めた整合度で割った改善率を求める。たとえば (i, j) 要素を0とした対比較行列から求めた整合度を $C.I._{ij}$ とし、もとの対比較行列の整合度を $C.I.$ とすると改善率 R_{ij} は次のように求まる。

$$R_{ij} = C.I._{ij} / C.I.$$

対比較行列の上三角行列すべての (i, j) 要素のい

表1 アンケート種類別整合度の大きい対比較行列の割合

種類	アンケート内容	対象者	回答者数	人数	割合 (%)
a	FORTRANの課題	農学部1年次	30	9	30
	FORTRANの課題	理学部1年次	17	8	47
b	BASICの課題	歯学部1年次	34	16	47
	BASICの課題	法学部1年次	7	2	29
	BASICの課題	工学部1年次	14	7	50
c	C言語の課題	理学部2年次	38	20	53
d	楽器の音色良さ	小学校4年生	32	24	75
e	積分法	理学部1年次	58	28	48
f	成績の重み	理学部1年次	58	32	55
合計			288	146	51

ずれか1つを0とした行列を作る。行列の数は上三角形の要素数だけ作られる。これらの行列の整合度と改善率を求める。改善率が最小となる行列を求め、その行列の中で0である要素を不整合要素とする。不整合要素に対応する一対比較が不整合箇所である。不整合箇所が2～3個所の場合の検出も同様に行う。10段階評価と一対比較では10段階評価の方がかなり簡単に評価でき、一対比較に比べて実際の意志をそのまま反映しているように思われる。ここでは10段階評価の値を基準にし、10段階評価とかけ離れた一対比較を行っている個所を不整合箇所と考える。Saaty法とHarker法1, 2, 3で検出した結果が、仮定した不整合箇所とどの程度適合しているかを調べた。どの方法が最も仮定した不整合箇所と適合しているかについて以下の手順①～④で調べる。

① n項目の10段階評価 x_1, \dots, x_n から10段階評価の全評定値の和に対する比率 h_1, \dots, h_n を求める。

$$h_i = x_i / \sum_{j=1}^n x_j$$

② (i, j) 要素を h_i/h_j とする行列Hを求める。

$$H = \begin{pmatrix} 1 & h_1/h_2 & \dots & h_1/h_n \\ h_2/h_1 & 1 & \dots & h_2/h_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_n/h_1 & h_n/h_2 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

③ もとの一対比較行列Aと行列Hの差を求める。

$$A-H = \begin{pmatrix} 0 & a_{12}-h_1/h_2 & \dots & a_{1n}-h_1/h_n \\ a_{21}-h_2/h_1 & 0 & \dots & a_{2n}-h_2/h_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}-h_n/h_1 & a_{n2}-h_n/h_2 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

④ もとの一対比較行列Aと行列Hの差の絶対値 |A-H| において、1, 2, 3番目に値の大きい要素 s_1, s_2, s_3 を求める。 s_1, s_2, s_3 の3要素が10段階評価とかけ離れた一対比較を行っている要素である。これらの要素を不整合箇所であると仮定する。整合度C.I. ≥ 0.1 の一対比較行列を分析の対象とした。Saaty法とHarker法1によって検出する要素は1つなので、分析の対象となる一対比較行列のうち、検出した要素が s_1, s_2, s_3 要素を指摘した数を求めた。

検出結果を表2にまとめて示す。表2からSaaty法によって39%と最も高い割合で検出された。Saaty法では10段階評価とかけ離れた一対比較を行っている要素を約4割指摘することができたことになる。他の3種類の方法と比べると検出できた割合が高い。

表2 不整合個所の検出結果の比較

方法	Saaty法	Harker法		
		1	2	3
1つ指摘 (%)	57 39.0	28 19.2	34 23.3	50 34.2
2つ指摘 (%)	—	—	5 3.4	23 15.8
3つ指摘 (%)	—	—	—	2 1.4

4. 不整合個所の修正方法

不整合個所を修正する方法として、Saatyの提案する方法^[14]を用いた。その方法は、検出した不整合個所 (i, j) 要素を項目 i の重要度 w_i を項目 j の重要度 w_j で割った値 w_i/w_j で置き換える方法である。この方法を用いて次の分析(1)と(2)を行った。

(1) 実際に検出した不整合個所を値 w_i/w_j で置き換えて整合度C.I.の値が改善できるか。

- 分析(1)について次の3種類の方法①～③によって修正を行い、方法の良さを比較した。
- ① w_i/w_j の値で変換する。
 - ② w_i/w_j の値が一対比較値の最大を越える場合、一対比較値の最大で不整合個所を変換する。越えない場合、 w_i/w_j の値で変換する。
 - ③ w_i/w_j の値が一対比較値の最大値を越える場合、 w_i/w_j を一対比較値の最大に近づけた値で変換する。越えない場合、 w_i/w_j の値で修正する。

(2) w_i/w_j の値で修正を繰り返して、一対比較行列Aは行列Hに近づくか。

分析(2)では、修正するに従って一対比較行列Aと行列Hの各要素の差の2乗和によって、近似度の変化を調べた。

10段階評価とAHPにおける一対比較行列から次の①～⑧の値を求めた。①10段階評価の全評定値の和に対する比率、②行列H、③一対比較行列Aと行列Hの各要素の差の大きい s_1, s_2, s_3 要素とその差、④重要度、⑤整合度C.I.、⑥Saaty法で検出した不整合個所、⑦不整合個所 a_{ij} を修正する値、⑧行列W。不整合個所を修正した一対比較行列を求め、その行列についても④～⑧を求める。このことを整合度C.I.が0.1未満になるまで行う。また、不整合個所を修正するにつれて、一対比較行列が行列Hとの近似度として、一対比較行列と行列Hの各要素の差の2乗和を求めて調べた。

(a)～(f)の一対比較行列について、修正した結果をまとめて表3に示す。分析(1)については、すべての一対比較行列について修正を繰り返すことによって整合度が改善できた。

分析(2)については、方法②を用いると86.3%の高い割合で行列Hに近づいた。表3から修正方法②によって、平均修正回数が最も少なくして整合度を改善できることが分かった。また、行列Hと一対比較行列の各要素の差の2乗和が小さくなる割合が最も大きいのも修正方法②であった。

表3 一対比較行列の修正結果の比較

		方法①	方法②	方法③
人数 (%)	人数	116	126	123
	(%)	79.5	86.3	84.2
修正回数	最小	1	1	1
	最大	26	22	22
	全体	912	810	824
	平均	6.33	5.63	5.72

分析に協力した高橋亮司君に感謝する。

参考文献

- [1] 菊川治監修：小学校新学習指導要領改善の要点 (1989) 文溪堂。
- [2] 増田達也：AHPの感度解析, BASIC数学, Vol. 25, No. 2 (1992) 52-57.
- [3] 宮地功, 他：階層化意思決定法による書写の評価法, C A I学会誌, Vol. 8, No. 4 (1991) 163-170.
- [4] 宮地功, 他：AHPによる児童画の評価についての定量的分析, 教育情報研究, Vol. 8, No. 2 (1992) 3-17.
- [5] 宮地功：AHPによるコンピュータ実習の報告書の定量的評価と分析, 教育情報研究, Vol. 9, No. 1 (1993) 15-22.
- [6] 宮地功, 他：道徳授業の学習効果の測定, 日本科学教育学会研究報告, Vol. 8, No. 3 (1993) 57-62.
- [7] 宮地功：プログラミング教育の評価, 電気・情報関連学会中国支部連合大会講演論文集 (1994) 9-9.
- [8] 宮地功, 他：音楽の鑑賞教育における児童による音色の感じ方, 教育工学関連学協会連合第4回全国大会論文集 (1994) 503-504.
- [9] 宮地功：5段階評定とAHPによる音楽の感性の測定の試み, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集 (1995) 20-21.
- [10] 宮地功：課題の難易度に対する感性の測定の試み, 科学教育学会研究報告, Vol. 10, No. 2 (1995) 45-50.
- [11] 宮地功：道徳授業における道徳意識変化の定量的測定とその分析, 教育情報研究, Vol. 12, No. 4 (1997) 16-22.
- [12] 宮地功, 岸誠一：音楽の鑑賞教育における感性の定量的測定とその学習効果, 教育情報研究, Vol. 13, No. 2 (1997) 15-22.
- [13] 中島信之：AHPの整合性の尺度をめぐりいくつかの話, BASIC数学, Vol. 25, No. 2 (1992) 47-51.
- [14] 刀根薫：ゲーム感覚意思決定法 (1986) 日科技連。