

## DEA における DMU の順位付け問題の一解法

01303394 大阪大学 田村 坦之 TAMURA Hiroyuki

02103114 大阪大学 \*川島 義隆 KAWASHIMA Yoshitaka

01307864 大阪大学 富山 伸司 TOMIYAMA Shinji

01307154 大阪大学 田地 宏一 TAJI Kouichi

## 1. はじめに

DEA(Data Envelopment Analysis) は、各 DMU (Decision Making Unit) の効率性を一つの値 (D 効率値: DEA Efficiency) で表し、それらを効率的・非効率的に区別する手法である。

近年、多属性意思決定問題のためのツールとして DEA を用いる研究がいくつか行われている [1] (DMU を代替案に、入力を最小化基準、出力を最大化基準によってそれぞれ置き換える)。このとき DMU の D 効率値を代替案の評価値として用いて順位付けを行う方法が考えられている。本報告では、D 効率値を DMU の順位付けに用いることができるのは、限られた場合であることを示し、[3] の方法を用いて、より一般的な順位付け方法について検討する。

## 2. D 効率値を用いた順位付け問題

DEA では、効率値を材料として、DMU が効率的であるか否かを判定する。CCR モデルや BCC モデルでは、効率値が 1 であれば効率的であり、それ以外であれば非効率的である。この値を用いて、ある 2 つのユニットの効率性を比較する際には、次の 2 つの点に注意すべきであると考えられる。

## (1) スラック変数の存在

CCR モデルや BCC モデルの主問題から、効率値、参照係数、そしてスラック変数が解として得られる。例えば、ある 2 つの非効率的な DMU が、DEA によって同じ効率値を得たとして、一方は、スラック変数の値がすべて 0 であり、他方はそうでないとする。スラック変数は、効率値ではカバーしきれない改善の余地を表している。したがって、一般には前者の方が効率的であると考えられる。ある入出力項目に関するスラック変数の最適解が 0 でないとき、線形計画問題の相補性条件から、双対問題における、対応する最適ウェイトの値は 0

となる。これは、その入力もしくは出力を、全く無視して評価していることを表している。普通の DEA では、重み付けに何の制約もないので、こういった評価方法も許容されていることになる。したがって、いくつかの入出力項目を無視した効率性測定が許されるならば、D 効率値のみを DMU の効率性指標として、順位付け問題に利用できる。しかし、現実問題として、そうでない場合も多く存在するであろう。そのようなときは、重み付けに意思決定者の選好を反映した、何らかの制限が必要であると考えられる。

## (2) 効率値は最大評価の値であること

DEA においてウェイトのフレキシビリティは、意思決定者の入出力項目に対する選好の曖昧さを表していると考ええると、取りうるウェイトの範囲内で様々な入出力に関する重み付けと、それに対する効率値を得ることができる。DEA では、各 DMU に対して、このような重み付けの中で、効率値が最大となるウェイトの組を解として与えている。一般に最大評価値を DMU の効率性の指標とした場合、意思決定者の価値判断によりウェイトのとり得る範囲の制限を設けた場合は特に、ウェイトの変動に対して大きく評価値が変わる場合が多く、正確な範囲指定が必要である。

この 2 点から、順位付けには、意思決定者の選好情報を取り入れることと、評価の最大値以外をランキングスコアとして用いること<sup>1</sup>が必要と考えられる。

## 3. 選好情報の取り込み

これまで、意思決定者の選好情報を DEA に取り込む様々な研究がなされている。それは、大半は直接ウェイトに制限を加える方法であるが、同定が煩雑である。

<sup>1</sup>ここでは、生産可能集合が線形または凸結合で表されることを前提としている。

そこで本報告では、選好最適解 (Most Preferred Solution; 以下 MPS) を意思決定者の選好情報として採用する。この求め方は [2] に従う。MPS は、既存の DMU でも仮想的な DMU でも構わない。意思決定者は、一つ以上の MPS を選択する。それらの MPS が DEA において効率的であるように、ウェイトの取りうる範囲を決定する。この方法は、入力間、出力間の限界代替率やウェイトの上限・下限を直接決定する方法よりも直観的である。

#### 4. 曖昧さの表現

DEA に限らず、重み付き和によって複数の値を統合する場合、その重みの正確さが要求される。しかし現実問題として、重みは人間の価値判断である場合が多く曖昧なものである。一般に不確実なパラメータの値は、確率分布によって表現される。

[3] では、取りうるウェイトに関する十分な情報が得られない場合、一様分布によってその曖昧さを表現しており、本報告でもこれにならう。

#### 5. 選好とその曖昧さを考慮したモデル

以下に示すアルゴリズムを用いて、効率値を繰り返し計算する。

**Step. 1** MPS を決定する。

**Step. 2** MPS が DEA において効率的と判定されるウェイトの範囲を求める。MPS が複数個あるときは、それらの和をとる。

**Step. 3** 一様分布に従い、**Step. 2** で求めた範囲内でウェイトを生成する。

**Step. 4** **Step. 3** のウェイトを用いて、各 DMU の仮想入力と仮想出力を求め、モデルに従って効率値を計算する。

**Step. 5** 所定回数だけ **Step. 3** ~ **4** を繰り返す。

DMU の順位付けのためには、各 DMU に対してある 1 つの評価値が必要であり、得られた分布において何を代表値とするかが問題となる。一般に、分布の代表値として用いられるのは、平均、中央値、最頻値などである。本研究では、順序統計量をもとに代表値を決定する。データ全体を昇順に並べ、

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

となるとき、小さい方から  $\alpha\%$  の値を、分布の代表値とする。この特殊な場合が最大値 (100%)、中央値 (50%)、最小値 (0%) である。DEA の本来の目的のように、「自分にとって最も都合良く評価したい」ならば、最大値を用いればよく、逆に、最も不利な見方をされたときにどれだけの評価を得ることができるかという目的では最小値を用いるとよい。その中間で評価する場合は中央値を用いることが考えられる。このように、意思決定者の目的に応じた効率性指標を提供できるのがメリットであると考えられる。

#### 6. おわりに

本稿では、DEA における DMU の順位付け問題に関して、D 効率値を用いる際の注意点を明らかにし、より一般化した効率性指標について提案し検討した。なお、数値例は当日示す。本手法の問題点は、計算時間がかかることである。今後、解析的手法で代用できないかどうか検討する必要があると思われる。

#### 参考文献

- [1] BOUYSSOU, D.: DEA as a tool for MCDM: some remarks, *Proc. Int. Conf. on Methods and Applications of Multicriteria Decision Making*, Mons, Belgium, pp. 57-60, May 14-16, 1997.
- [2] HALME, M., JORO, T., KORHONEN, P., SALO, S. and WALLENIUS, J.: Value Efficiency Analysis for Incorporating Preference Information in Data Envelopment Analysis, *International Institute for Applied Systems Analysis*, IR-98-054, August 1998.
- [3] STEWART, T. J.: Relationships between Data Envelopment Analysis and Multicriteria Decision Analysis, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 47, No. 5, pp. 654-665, 1996.