

AHP ウェイト推定時の整合度指標の比較評価

02602260	日本大学生産工学部 Nihon University	† 三宅 千香子 Miyake Chikako
01404360	日本大学生産工学部 Nihon University	西澤 一友 Nishizawa Kazutomo
01205220	日本大学生産工学部 Nihon University	篠原 正明 Shinohara Masaaki

1 はじめに

AHP の一対比較における結果の妥当性を表わす指標の一つとして整合度 (Consistency Index: C.I.) の概念がある。一対比較が完全な整合性をもつ場合は、この値は 0 であり、それが大きくなるほど、不整合性は高いとみる。本シミュレーション比較研究では、AHP の整合度 C.I. と、回帰モデルの整合度指標である決定係数 (Contribution: R^2), 残差平方和 Q そして要素の対数をとった残差平方和 Q' と、情報量基準 (Akaike's Information Criterion: AIC), C.I. 距離 (D_{CI}), そして今までは固有ベクトル法からしか C.I. を求められなかったが、各ウェイト推定法で推定されたウェイトベクトルを主固有ベクトルとみなし、最大固有値相等の λ を逆算し、これを用いて計算した C.I. (λCI) との関係と比較検証する。

2 C.I. 以外の整合度尺度

☆ 残差平方和: Q, Q'

$$Q = \sum_{i \neq j} (a_{ij} - \frac{w_i}{w_j})^2 \quad (1)$$

$$Q' = \sum_{i \neq j} (\log a_{ij} - \log w_i + \log w_j)^2 \quad (2)$$

☆ 決定係数: R^2

$$R^2 = \frac{Q}{sV(a)} \quad (3)$$

☆ 情報量基準: AIC

$$AIC = s \log(Q/s) + 2 \times (n+1) \quad (4)$$

☆ C.I. 距離: D_{CI}

$$D_{CI} = \frac{1}{s} \sum_{i \neq j} a_{ij} \frac{x_j}{x_i} \quad (5)$$

☆ λ を用いた C.I.: λCI

$$\lambda CI = (\lambda - n)/(n - 1) \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{x^T A x}{x^T x} \quad (7)$$

ここで、 $x_{ij} = x_i/x_j$ の x_i は項目 i の推定ウェイト、 $s (= n(n-1))$ はサンプル数、 $V(a)$ は a_{ij} の分散である。

3 シミュレーション実験

3.1 概略

本シミュレーション比較研究では、AHP の整合度 C.I. と回帰モデルの整合度指標である決定係数 (Contribution: R^2), 残差平方和 Q そしてこの残差平方和の個々の要素に対数をとった Q' と、情報量基準 (AIC), C.I. 距離 (D_{CI}), λCI をそれぞれ定義し C.I. との関係と比較検証していく。

3.2 実験条件

☆ 対象となる次元数: n

一対比較行列ならびにウェイトベクトルの次元数であり、Focus ノードの場合は、Criterion の数で、Criterion ノードの場合は代替案の数に相等する。本実験においては、 $n = 4, 8, 12$ について行う。

☆ 真のウェイトベクトル w の仮定

実験で用いる真のウェイトベクトル w を次式

$$w = [n, n-1, \dots, 1]^T / n(n-1)$$

で与える。

☆ 摂動の仕方

一対比較行列の測定値を $A = a_{ij}$, 整合行列を $W = w_{ij} (w_{ij} = w_i/w_j)$, 誤差行列部分を $E = e_{ij}$ とすると、

$$A = W * E \quad (8)$$

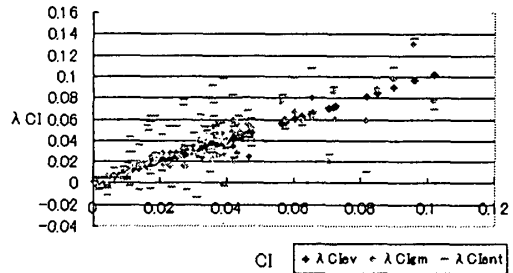
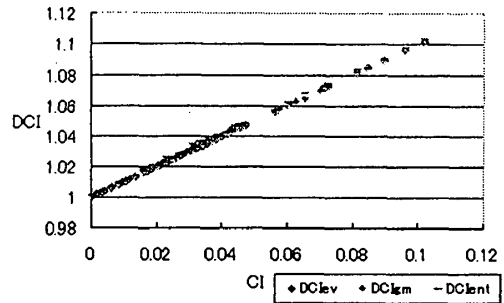
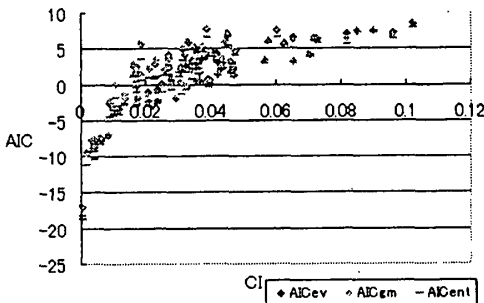
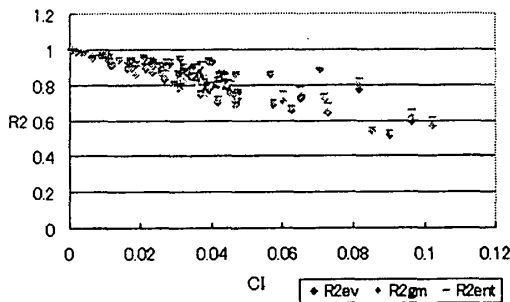
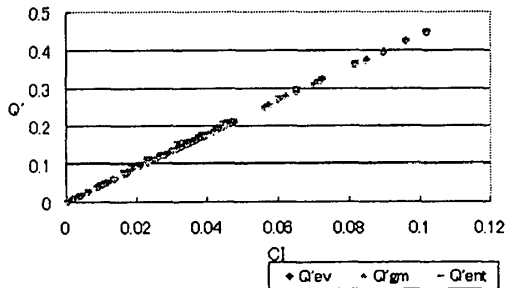
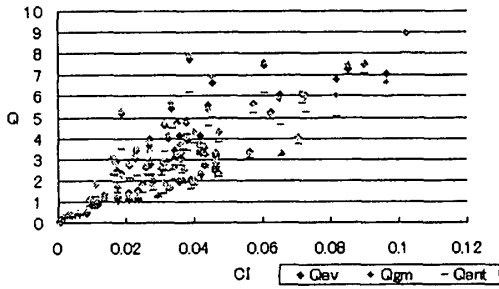
で表せる。ここで (8) 式は、要素毎の積 (elementwise product) を表す行列演算であり、 $D = B * C$ において $d_{ij} = b_{ij} \times c_{ij}$ となる。本研究では、 E が区間 $[0.5, 1.5]$ 上の一様分布にしたがう場合を想定して、シミュレーション実験を行なった。

☆ データの収集法

母集団から抽出した標本数を m とし、 $m=100$ 場合について計算し、各々の定義された整合度指標をグラフ化して比較評価する。

3.3 実験結果と考察

実験条件に基づいた C.I とその他の各種整合度の関係を以下に示す。 ($n = 4$)



- Q では正比例しているがバラつきが大きい。一方、 Q' ではほぼ相関 1 の正比例をしている。
- λCI では固有ベクトル法のみが $C.I.$ に等しいが「 $DCI - 1$ 」では固有ベクトル法以外でも $C.I.$ に等しい。
- 固有ベクトル法以外の推定ベクトルでは DCI 値 (あるいは $DCI - 1$) を $C.I$ 値相等として使うことを推奨する。

4 おわりに

本研究において、様々な整合度指標を用いて $C.I$ との比較評価を行なうことで上述のような結果が得られた。今回は様々な整合度指標と $C.I$ との比較であったが、今後は他の整合度指標同志の比較、他の摂動の仕方の下での実験さらに $C.I.$ の示す整合度が本当に妥当性が正しいかを検証していきたいと思う。

参考文献

[1] 城埜 正道, 「各種整合度指標のシミュレーションによる比較評価」, 平成 12 年度 日本大学生産工学部数理工学科 卒業研究論文, (2001.3).