

単一工程モデルによる利益最大化スケジューリングの提案

岡山大学 栢木紀哉 KAYAKI Noriya
01704125 岡山大学 柳川佳也 YANAGAWA Yoshinari
01602404 岡山大学 *宮崎茂次 MIYAZAKI Shigeji

1. はじめに

現在は、顧客の志向が多様化し、同じ完成品となるジョブであっても、ライフサイクルのどの時点にあるかによって売却価格が変動するため、各ジョブの経過時間による利益を考慮することが必要となっている。また、早期に高額の売掛金を回収することができれば、キャッシュ・フローが改善され、新たな資金とすることも可能となってくる。この場合、より利益率の高い製品を優先的に処理し、利益を最大化することが必要となってくる[1][2]。

本研究では、単一工程モデルにおける生産の利益部分をモデル化し、総滞留時間最小化問題と総実滞留時間最小化問題において、利益を最大化するためのスケジューリング法を提案する。

2. 前提条件

本研究で取り扱うモデルの前提条件を以下に示す。

- (1) 1台の生産設備を持つ単一工程とする。
- (2) n 個のジョブ J_i ($i=1, 2, \dots, n$) は、工程内で投入順に処理され、出荷される。
- (3) 各ジョブ到着時に各購入価格が発生し、出荷時に各売却価格が発生する。
- (4) 作業コストと在庫コストは、生産計画完了時刻に清算される。
- (5) 滞留時間に基づいたモデルの場合、各ジョブは生産計画開始時刻には到着しており、加工が終了し次第出荷される。加工開始時刻より早く到着したジョブは、加工開始時刻まで在庫される。
- (6) 実滞留時間に基づいたモデルの場合、各ジョブは加工開始時刻に到着し、すべてのジョブの加工が完了した後、出荷される。出荷以前に加工完了したジョブは、出荷まで在庫される。
- (7) 各ジョブの納期は、比較対象とするスケジューリング法と同条件とする。
- (8) 各費用は、計画完了時刻の将来価値に換算して考える。

3. 利益最大化モデルの定式化

3.1 滞留時間に基づいたモデル

滞留時間に基づいた単一工程モデルのスケジュールは、図1のように表すことができる。本研究では、スケジューリングによって変化する利益 M の定式化を行う。利益 M は、収入 R と支出 E によって得られる。収入 R は、 $J_{[i]}$ の売却価格 $S_{[i]}$ の総和として考える。したがって、

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} S_{[i]} \left(1 + r \sum_{j=i+1}^n T_{[j]} \right) + S_{[n]} \quad (1)$$

と表される。次に、支出 E は、 $J_{[i]}$ の購入価格 $P_{[i]}$ 、単位時間当たりの作業コスト mc 、スケジューリングにより発生する在庫コスト $C_{[i]}$ の総和として考える。ここで、最大滞留時間 F_{\max} を、

$$F_{\max} = \sum_{i=1}^n t_i \quad (2)$$

とおくと、収入 E は、

$$E = \sum_{i=1}^n P_{[i]} (1 + r F_{\max}) + mc F_{\max} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(C_{[i+1]} \sum_{j=1}^i T_{[j]} \right) \quad (3)$$

と表される。よって、(1)、(3)式より、滞留時間に基づいたモデルの場合の利益 M は、

$$M = R - E = \sum_{i=1}^{n-1} S_{[i]} \left(1 + r \sum_{j=i+1}^n T_{[j]} \right) + S_{[n]} - \left[\sum_{i=1}^n P_{[i]} (1 + r F_{\max}) + mc F_{\max} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(C_{[i+1]} \sum_{j=1}^i T_{[j]} \right) \right] \quad (4)$$

と表すことができる。

3.2 実滞留時間に基づいたモデル

実滞留時間に基づいた単一工程モデルのスケジュールは、図2のように表すことができる。収入 R は、売却価格の総和として考え、

$$R = \sum_{i=1}^n S_{[i]} \quad (5)$$

と表される。次に、支出 E は、購入価格、作業コスト、在庫コストの総和として考え、

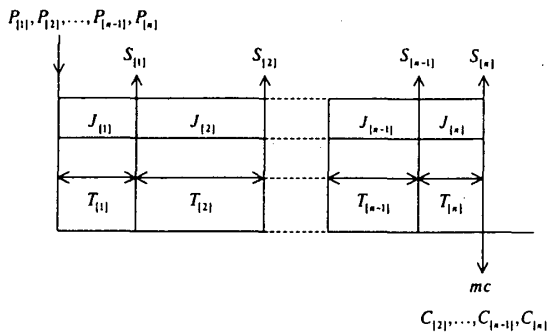


図1 滞留時間に基づいた単一工程モデル

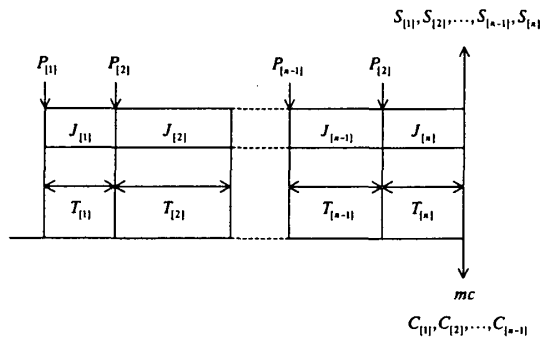


図2 実滞留時間に基づいた単一工程モデル

$$E = \sum_{i=1}^n P_{[i]} \left(1 + r \sum_{j=i}^n T_{[j]} \right) + mcF_{\max} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(C_{[i]} \sum_{j=i+1}^n T_{[j]} \right) \quad (6)$$

と表される。よって、(5)、(6)式より、滞留時間に基づいたモデルの場合の利益 M は、

$$M = R - E = \sum_{i=1}^n S_{[i]} - \left[\sum_{i=1}^n P_{[i]} \left(1 + r \sum_{j=i}^n T_{[j]} \right) + mcF_{\max} + \sum_{i=1}^{n-1} \left(C_{[i]} \sum_{j=i+1}^n T_{[j]} \right) \right] \quad (7)$$

と表すことができる。

4. 利益最大化の解法

4.1 滞留時間に基づいたモデル

滞留時間に基づいたモデルで、利益を最大化するスケジューリングに関する定理1を定義する。

【定理1】 滞留時間に基づいたモデルでは、

$$PM_i = \frac{S_i r + C_i}{t_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

とし、 PM_i の値が大きい順になるよう時間軸前方からジョブを割り付けて作成したスケジュールが利益を最大化する。(定理1終)

4.2 実滞留時間に基づいたモデル

実滞留時間に基づいたモデルで、利益を最大化する

表1 ジョブデータ

ジョブ数	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
機械作業時間 (分)	10	19	34	4	40
購入価格 (1,000円)	110	992	949	299	284
売却価格 (1,000円)	220	2059	1441	595	732
作業コスト (円/時間)	1910				
在庫コスト (円/時間)	510	940	600	870	970

表2 利益最大化スケジュールの最適解

ジョブ投入順序	$J_4 \rightarrow J_1 \rightarrow J_2 \rightarrow J_3 \rightarrow J_5$
総滞留時間 (時間)	334
総利益 (1,000円)	2,118.5

表3 滞留時間最小化スケジュールの最適解(SPT)

ジョブ投入順序	$J_4 \rightarrow J_1 \rightarrow J_2 \rightarrow J_3 \rightarrow J_5$
総滞留時間 (時間)	328
総利益 (1,000円)	2,109.5

スケジューリングに関する定理2を定義する。

【定理2】 実滞留時間に基づいたモデルでは、

$$PC_i = \frac{P_i r + C_i}{t_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

とし、 PC_i の値が小さい順になるよう時間軸前方からジョブを割り付けて作成したスケジュールが利益を最大化する。(定理2終)

5. 数値例

数値例として、表1に示す5個のジョブ ($J_1 \sim J_5$) を用い、金利を年間2.0(%)として、滞留時間に基づいたモデルに提案法を適用した結果を、表2、3に示す。両スケジュール間の利益差は899.5円であり、提案法によって利益を最大化することができた。

6. おわりに

利益の最大化という、企業にとって極めて重要な評価尺度での研究を行った。結果、単一工程モデルにおいて、総滞留時間、総実滞留時間の最小化という、従来一般的に行われてきた時間を基準とした評価尺度のスケジューリング法では、必ずしも利益が最大とはならない可能性があることを確認できた。

参考文献

- [1] アーサー・アンダーセン (著), 「e 生産革命」, 東洋経済新報社 (2000)
- [2] E. M. Goldratt, and J. Cox, The Goal: A Process of Ongoing Improvement, North River Press Inc. (1992)