

横断交通路の数理モデル

01606150 明海大学 三浦英俊 Hidetoshi Miura

1. はじめに

既存の交通網に迂回を改善する新しい交通路を追加した場合の効果の地理分布を図示する方法について論じる。東京湾横断道路のように、大きく迂回をせざるを得ない道のを大幅に改善する横断交通路は、規模が大きいほど周辺に与える効果も大きいであろう。本研究では横断交通路の移動距離短縮効果の及ぶ範囲と効果の大きさを簡単に図示することを目的とした単純な数理モデルを提案する。さらに数理モデルをユーラシア・アジアの鉄道網に適用して、1990年に開通したウルムチ(中国)とアクトガイ(カザフスタン)を結ぶ鉄道路線の効果の及ぶ範囲と大きさを図示する。

2. ユーラシア・アジア鉄道網

ロシア、中央アジア CIS 諸国から中国にわたるユーラシア大陸北部各国の主たる鉄道路線は図1に示すとおりである。中国のウルムチからカザフスタンのアクトガイを結ぶ814kmの鉄道は1990年に開通した新路線である。新路線の完成により中国から中央アジアおよびヨーロッパ方面への鉄道輸送は蘭州-アクトガイを經由することによって、シベリア鉄道経由よりも大幅に距離が短縮されることが期待される。

図1の地域のうち、ゴビ砂漠からヒマラヤ山脈にかけての地域は鉄道が少なく、中央を唯一東西に蘭州からアクトガイに路線が敷設されている事を利用して、図1の平面上にクラスノヤルスクを端点とし蘭州を通る線分、同じくクラスノヤルスクを端点としアクトガイを通る線分を描き、2線分に挟まれた地域を通行不能領域とする横断交通路モデルを考える(図2)。クラスノヤルスクの位置を Q 、アクトガイ、蘭州の位置をそれぞれ H_1 、 H_2 とする。 H_1 、 H_2 のクラスノヤルスクからの距離を h_1 および h_2 、横断交通路の長さを $H_1H_2 = h$ とする。通行不能領域の外では直線距離によって移動が可能であるが、通行不能領域内部は H_1 から H_2 に至る横断交通路のみ通行可能とする。通行不能領域の両側の2点間の経路のうち、 Q を經由する条件で最短の経路を R_A とし、これを H_1H_2 間を經由する条件で最短の経路 R_B と比較して、新路線利用による短縮の大きさを調べる。鉄道網上の経路に限定した同条件の最短経路を \hat{R}_A 、 \hat{R}_B とすると、 R_A および R_B は \hat{R}_A お

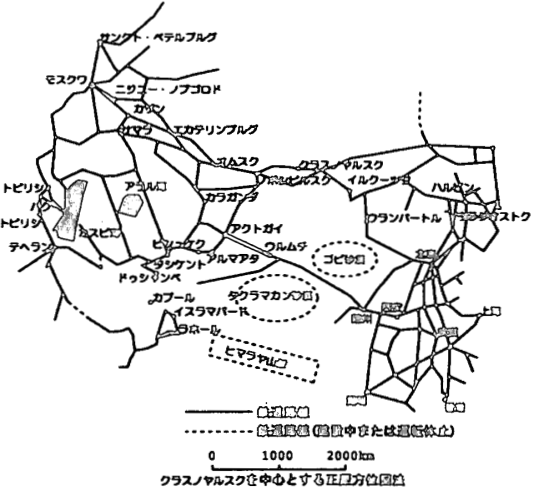


図1: ユーラシア・アジア鉄道網 ([1] をもとに描いた)

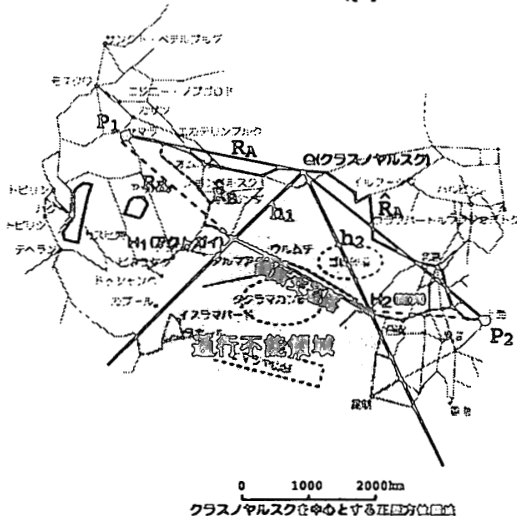


図2: 横断交通路モデル

よび \hat{R}_B を近似しているものと考え。

3. 距離短縮効果の図示

距離短縮の大きさを測る方法として、2経路の距離の差を用いる場合と比を用いる場合がある。輸送費や時間の節約の大きさを調べたい場合には、2つの距離の差から短縮距離の大きさを計算することが必要となる。地点 P_1, P_2 間の短縮効果を別の地点 P'_1, P'_2 間の短縮効果と比較する場合には、2地点ペア同士の距離の差を考慮すると、短縮された距離のもとの経路距離に対する比率を用いて比較すべきであろう。以下では差と比それぞれに関して図示の方法について述べる。任

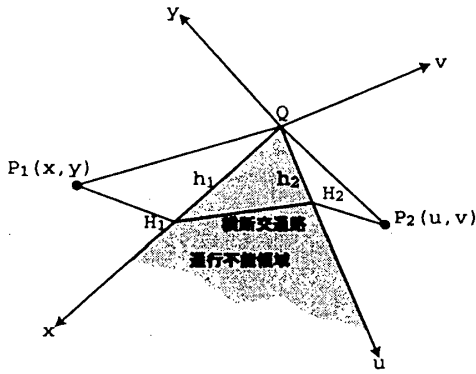


図 3: 2点 P_1, P_2 を表す座標系

意の 2 点のうち、 H_2 と比べて H_1 までの移動距離が短いほうの点を P_1 、そうでない点を P_2 とする。図 3 のように Q を原点として線分 QH_1 と平行および垂直になる xy 直交座標系を用いて P_1 の位置を表し、線分 QH_2 と平衡および垂直な uv 直交座標系を用いて P_2 の位置を表す。また、鉄道網上の経路 \hat{R}_A と \hat{R}_B の距離 \hat{d}_A と \hat{d}_B は、それぞれ横断道路モデル上の経路 R_a および R_B の距離 d_A, d_B の k_A 倍、 k_B 倍で近似できるとする。すなわち $\hat{d}_A \simeq k_A d_A, \hat{d}_B \simeq k_B d_B$ であるとする。実際の値は図 1 の主要都市間の経路を調べたところ $k_A = 1.27, k_B = 1.17$ であった。 \hat{d}_A に対する \hat{d}_B の短縮距離が r となる条件は

$$k_A(P_1Q + QP_2) - r = k_B(P_1H_1 + h + H_2P_2) \quad (1)$$

である。 P_1 を固定すると上の条件を満たす P_2 の位置 (u, v) は以下の式で表される。

$$u^2 + v^2 = f^2 \quad (u \leq 0, v \leq 0). \quad (2)$$

ただし f は u の関数で、

$$k = \frac{k_A}{k_B},$$

$$t_1 = P_1H_1 + h - \frac{k_A}{k_B}P_1Q + \frac{r}{k_B},$$

$$f = \frac{-kt_1 \pm \sqrt{t_1^2 + (1-k^2)(2h_2u - h_2^2)}}{(1-k^2)}$$

とする。同様に経路距離比を $\hat{d}_B/\hat{d}_A = \alpha$ とすると α が一定となる条件は

$$\alpha \cdot k_A(P_1Q + QP_2) = k_B(P_1H_1 + h + H_2P_2) \quad (3)$$

である。 P_1 を固定すると P_1Q, P_1H_1, h は定数であるから、

$$s_1 = P_1H_1 + h - k\alpha P_1Q \quad (4)$$

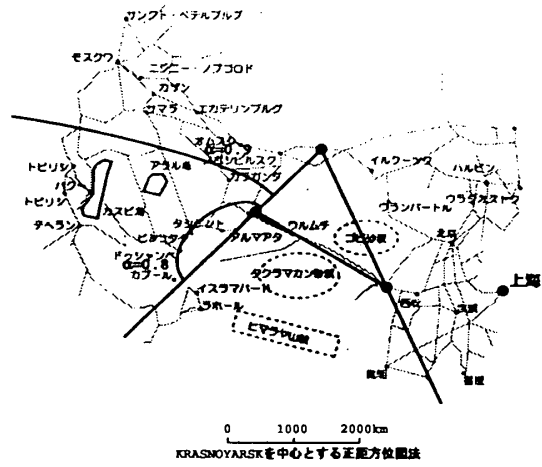


図 4: 上海を起点とした距離比が一定となる等高線

と置いて条件を満たす $P_2(u, v)$ の軌跡の方程式を求めると、

$$u^2 + v^2 = F^2 \quad (u \leq 0, v \leq 0), \quad (5)$$

となる。ただし F は u の関数で

$$F = \frac{-kas_1 \pm \sqrt{s_1^2 + (1-k^2\alpha^2)(2h_2u - h_2^2)}}{(1-k^2\alpha^2)}$$

とする。図 4 は上海を起点とした距離短縮比等高線を示す。比等高線は楕円と似た形状をしており、通行不能領域の境界線に近い地域ほど短縮距離比が小さくなる。キルギスタン、タジキスタンへの短縮効果が最も大きく、比率にして 20% 以上短縮できる地域がある。一方で、シベリア鉄道沿線の都市については新路線による短縮効果は小さいことが明らかとなった。

7. おわりに

本研究では、新路線を含む鉄道網を簡単な数理モデルで表し、出発点を固定した場合の短縮効果を表す曲線の方程式を示した。このような図を用いて新しい交通路の効果の及ぶ範囲を推測することは、新路線の位置の比較検討や建設費用の地域ごとの費用分担を検討するにあたっての材料となりうるであろう。

参考文献

- [1] Overseas Timetable, May - June 2001, Thomas Cook.
- [2] 大澤義明 (1986) : 橋の本数と迂回の関係について. 日本都市計画学会論文集. No.21, pp.241-246.
- [3] 田中健一, 栗田 治 (2001) : 扇形都市における横断道路の最適配置モデル. 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, pp.112-113.