

ゆとりの数量的表現に関する一考察(II)

01204194 流通科学大学情報学部

三道 弘明 SANDOH Hiroaki

4. 処理時間をランダムにする要因

前述したように、現実には処理時間がランダムな振る舞いを示すことが容易に理解可能である。ここでは、この要因について考察する。最も大きな要因は、ゆとりの定義にも述べたように、仕事の円滑な処理を妨げる予期せぬ事象の発生である。生産の現場においては、加工機械の故障により、処理を継続することができなくなることがある。あるいは、緊急を要するジョブが発生し、この対応のために当初の仕事が処理できないという事態に陥ることも少なくない。一般事務においても同様な事象の発生が存在する。

一方、予期せぬ事象が発生するのではなく、処理能力の大きさ自身が時間に関してランダムな振る舞いを示す場合も存在する。人間が仕事を処理する場合に「気分が乗る(乗らない)」、「やる気が起きる(起きない)」、「締め切り前なので急いでいる」などの表現をよく耳にする。これは、処理能力が時間に関してランダムであることを意味している。また、仕事の内容自身が確固たるものではなく、途中で変更が加えられる場合も少なくない。このような場合には仕事量自身がランダムな振る舞いを示す。

個々の問題に対して、上のようにして定義したゆとりを求めるには、単に処理時間のみに注目し、処理時間のみをランダムとして捉えてしまうという方法もあれば、仕事の処理を中断させる事象のランダムな発生を可能な限り忠実に表現したり、さらにはこうした事象による仕事の中断時間をランダムとして把握することで、処理時間のランダム性を表現したりするという方法もある。あるいは、処理能力が仕事量が時間に関してランダムであることを表現することで、処理時間を求めるというも考えられる。但し、対象とする問題に応じて、どのようなアプローチが最善かは明確ではなく、難易度も様々である。

5. 例

ここでは、ゆとりの数量的表現に関する問題の一例として、処理能力 C 、仕事量 W は時間に関して

一定であり、 $C = c$ 、 $W = w$ である場合を考える。さらに仕事 $J(c, w, d)$ の円滑な処理を妨げるような外乱がランダムに発生し、この外乱のために処理時間がランダムな振る舞いを示す場合について考察する。但し、外乱が発生すると仕事 $J(c, w, d)$ を中断し (preemptive[2])、外乱の処理を優先的に行うこととする。なお、ここでの外乱は、本来の仕事 $J(c, w, d)$ を処理している時間帯にのみ発生するものと考えており、外乱に対応している間に新たな外乱が生起することはないものとする¹。また、外乱を処理した後に、外乱により中断された仕事を再開するものとする (interrupt-resume[3])。このような外乱としては、例えば生産システムの加工機械の故障があげられる。

1台の加工機械に注目したとき、これは本来のジョブやタスクを処理しているときにのみ故障が発生し、故障した機械の修理中(外乱の処理中)に同じ機械が故障するというようなことはない。この上で、連続の確率変数 $Y_i (i = 1, 2, \dots)$ により各外乱の発生時間間隔を表し、 Y_i は互いに独立であり、分布関数 G をもつものとする。また、外乱の処理時間を連続の確率変数 $Z_i (i = 1, 2, \dots)$ で表し、 Z_i も互いに独立であり、その分布関数を H と書く。

処理能力および仕事量が一定であるので、外乱が発生しなければ仕事 $J(c, w, d)$ の完了時刻は

$$T = \frac{w}{c}$$

で確定値をとることとなる。しかし、外乱の発生を考慮するとき、 $J(c, w, d)$ の達成確率は

$$P_t(d) = \sum_{i=0}^{\infty} H^{(i)}(d-T)[G^{(i)}(T) - G^{(i+1)}(T)] \quad (8)$$

で与えられる。ここに、 $H^{(i)}(t)$ は H の i 重の畳み込みであり、 $H^{(0)}(t) = 1$ である。 $G^{(i)}(t)$ も同様に、 G の i 重の畳み込みであり、 $G^{(0)}(t) = 1$ である。よって、ゆとりの臨界確率を p_0 とすると $P_t(d) > p_0$ な

¹外乱に対応している間にも、新たな外乱が発生するような場合も存在する。このような場合を対象に達成確率を一般形で導出することは、待ち行列理論における $G/G/1$ にある条件を付加した上で過渡解を求めることに等しく、別の機会に譲る。

らば、 $J(c, w, d)$ はゆとりある仕事である。しかし、 $P_i(d) \leq p_0$ の場合には、 $J(c, w, d)$ はゆとりのない仕事であり、 $P_1(d) > p_0$ となるよう納期を大きくすることで時間に関するゆとりを確保することができる。このときの時間に関するゆとりの大きさは

$$A_i(d) = P_i(d) - p_0$$

である。

仕事量や処理能力に関するゆとり対しても、以上と同様な議論が展開可能である。

6. ゆとり教育とその他のゆとり

ここでは、以上に展開したゆとりの数量的表現方法を用いてゆとり教育とその他のゆとりについて考察する。

はじめにゆとり教育について考察する。小学校、あるいは中学校での教育内容を仕事量 w に対応させる。次に、小学校であれば6年間、中学校であれば3年間という期間が納期 d までの期間に対応する。最後に、時点 x における生徒の能力を処理能力 $c(x)$ に対応させる。このとき、生徒が納期 d までに修得可能な教育内容は

$$W(d) = \int_0^d c(x) dx$$

である。しかし、生徒一人一人の能力にはばらつきがある関係で、任意の生徒 $i (i = 1, 2, \dots)$ をランダムに抽出し、その処理能力を $c_i(x)$ と表すと、 $c_i(x)$ は x よりも i に関してランダムな振る舞いを示すこととなる。つまり、予期せぬ事象や5に述べたような外乱を考慮しなくとも、処理能力 $c(x)$ 自身がランダムである関係で、 $W(d)$ が文部科学省の提示した教育範囲である w 以上であるかどうかは確率的になる。

以上のような対応付けの下、ゆとり教育の導入は、 $W(d) \geq w$ なる確率を大きくする目的で、 w をそれより小さな w' に変更することに等しい。なお、処理能力 c を平均的な生徒の能力、あるいは上位何パーセントかに位置づけされる生徒のそれを表すと考えると、こうした生徒が期間内に教育範囲を修得する確率を臨界確率 p_0 に対応させることが可能となる。これにより、任意に選んだ生徒のゆとりの大きさを求めることができる。

次に、経済的ゆとりの一例として、月々の生活における経済的ゆとりに焦点を絞ることとする。処理能

力 $c(x)$ は、第 x 日目の予算額を表しており、仕事量 w は1ヶ月間に必要な生活費を、また納期 d が翌月の給料日前日を表している。よって $W(d) \geq w$ であれば月々の収入で1ヶ月間の生活費を十分に賄えることを意味している。この上で、月々の残額 $W(d) - w$ で、慶弔費や医療費のような予期せぬ出費や、毎月の残額に応じた預貯金に対応できる確率が十分に大きければ、すなわちこの確率が個人の主観である臨界確率 p_0 を超えていれば、ゆとりが存在することとなる。このようなゆとりが経済的ゆとりであると考えることが可能である。これは、月々の生活に経済的ゆとりがあるかどうかという問題を、仕事量 w 、納期 d 、処理能力 $c(x)$ あるいは c が与えられたときに、仕事 $J(c, w, d)$ を納期までに完了できるかどうか（達成できるかどうか）という問題に対応させたに等しい。

最後に、精神的ゆとりについて考察する。同じ仕事であっても臨界確率 p_0 の値には個人差が存在することは前にも述べたとおりである。つまり、 $p_0 = 0.6$ であるような個人が存在すれば、 $p_0 = 0.95$ でないと安心できないような個人も存在する。このように、臨界確率 p_0 の大きさには個人差が存在することを認めると、精神的ゆとりを次のように説明することができる。

これまでに展開した時間に関するゆとり、仕事量に関するゆとり、あるいは処理能力に関するゆとりのいずれか一つでも存在すれば、残りのゆとりも存在することは明らかであり、このときに精神的にゆとりがあるということが出来る。さらに、時間に関するゆとり、仕事量に関するゆとり、処理能力に関するゆとりの大きさが大きいときに、精神的ゆとりも大きいと表現できる。

参考文献

- [1] T. Demarco, Slack, Uni Agency Inc., 2001. (伊豆原弓 訳, ゆとりの法則-誰も書かなかったプロジェクト管理の誤解, 日経 BP, 2001).
- [2] M. Pinedo, *Scheduling: Theory, algorithms, and systems*, 2nd ed., Prentice Hall, New Jersey, (2002).
- [3] B. J. Abumaizar and J. A. Svestka, Rescheduling job shops under random disruptions, *IJPR*, 35 (1997), pp. 2065.