2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

大規模移動体通信網における通話完了率の評価法

02302860 東京工業大学 髙橋成晃 TAKAHASHI Nariaki
01009830 駒澤大学 小沢利久 OZAWA Toshihisa
01302440 東京工業大学 髙橋幸雄 TAKAHASHI Yukio

1. はじめに

市街地や幹線道路を含む地域に配置された移動体基地局では，各基地局がカバーする領域によって発呼率や移動速度などが異なると考えられる．よって，移動体通信網の性能評価にはそのような領域特性の不均一性を取り込んだモデル化が必要となる．しかし，従来提案されてきた評価法は，領域特性の均一性を前提として評価対象の基地局のみを抜き出し，モデル化したものが主であった．

このような問題に対処するひとつの直接的な方法としては，性能評価の対象となる基地局（または基地局群）を含む広範囲な地域の基地局を全てモデルに取り込み評価することが挙げられる．しかし，この方法はモデル規模が大きくなり過ぎるという難点を持つ．筆者らは，文献[1]において，全ての基地局を含む大規模なマルコフモデルから，特定の基地局群に注目した小規模なモデルを構成し，そのモデルを解析することで求めたい評価量の上限と下限を得る方法を示した．この方法は，数値計算にもまたシミュレーションにも応用でき，上限と下限の精度は，注目する基地局の数に依存する．ただし，文献[1]で示した評価量は，定常状態確率の線形結合で表されるもののみであった．今回の報告では，この方法が通話完了率にも適用できることを示すと共に，この方法をベースに，計算がより簡単な通話完了率の近似評価法を示す．

2. モデル

基地局数を N とし，基地局 k がカバーする領域をゾーン k と呼ぶ．ゾーン k は，基地局 k が単独でカバーする領域であるエリア k と，隣接するゾーン ℓ との重複領域であるエリア (k,ℓ) に区分される．簡単化のために，3つ以上のゾーンが重複した領域はないものとする．$\mathcal{A}$ をゾーンの集合（基地局の集合でもあり，非重複エリアの集合でもある），$\mathcal{B}$ を重複エリアの集合とし，$\mathcal{C}^{(k)}$ をゾーン k と重複エリアを持つゾーンの集合とする．

呼はエリア毎に独立なポアソン過程に従って発生する．エリア k $(k \in \mathcal{A})$ の到着率を λ_k，エリア (k,ℓ) $((k,\ell) \in \mathcal{B})$ のそれを $\lambda_{(k,\ell)}$ とする．基地局 k のチャネル数を c_k とする．エリア k で発生した呼は，基地局 k に空きチャネルがあればそれに接続され，そうでなければ呼損となる．エリア (k,ℓ) で発生した呼は，まず，確率 $\frac{1}{2}$ で基地局 k または基地局 ℓ に割り振られ，そこに空きチャネルがなければもう一方の基地局に割り振られる．そこでも空きチャネルがなければ呼損となる．サービス時間はサービス率 μ の指数分布に従うものとする．

基地局 k での呼の滞在時間は平均 $1/\gamma_k$ の指数分布に従うものとする．滞在時間を超えて通話が継続した場合，その呼は確率 $p_{k,\ell}$ $(\ell \in \mathcal{C}^{(k)})$ で隣接するゾーン ℓ の基地局へ移動するものとする．移動した呼は，移動先に空きチャネルがあればそれを捕捉し（ハンドオーバー），なければその時点で強制切断となる．$\gamma_{k,\ell} = p_{k,\ell}\gamma_k$ とおく．

以上の設定の下，$X_k(t)$ を時点 t での基地局 k の使用中チャネル数，$\mathbb{X}(t) = (X_k(t), k \in \mathcal{A})$ とすると，$\{\mathbb{X}(t)\}$ はマルコフ連鎖となる．以下では，このモデルをモデル0と呼ぶことにする．

3. 通話完了率の上限と下限

モデル0において，エリア k で発生した呼が基地局 k で通話を開始できたという条件の下，最終的に通話を完了できる確率（定常状態での確率）を θ_k とする．目標はこの θ_k の上限と下限を示すことであるが，まずは，モデル0において，エリア k で発生した呼が通話を開始でき，かつ，最終的に完了となる確率 β_k について考える．

文献[1]と同様に，注目するゾーンの集合を $\mathcal{A}_0 \subset \mathcal{A}$，それ以外のゾーンの集合を $\bar{\mathcal{A}}_0$ とする．モデル0について，$\bar{\mathcal{A}}_0$ の基地局の全てのチャネルが常に使用中としたモデルをモデル1，常に空きとしたモ

デルをモデル 2 とする．モデル 1 とモデル 2 では，$\mathcal{A}_0$ の基地局の使用中チャネル数のみを状態として持てばよいため，モデル 0 より状態空間を小さくとれる．$\mathcal{A}_0$ の基地局から $\bar{\mathcal{A}}_0$ の基地局へハンドオーバーしようとした呼は，モデル 1 ではその時点で強制切断となり，モデル 2 では通話完了になるものとする．モデル 1 において，β_k に相当する量を $\beta_k^{(1)}$，モデル 2 でのそれを $\beta_k^{(2)}$ とする．この時，次の定理が成り立つ．

Lemma 1

$$\beta_k^{(1)} \le \beta_k \le \beta_k^{(2)} \tag{1}$$

証明は省略するが，文献 [1] で用いたのと同様なサンプルパスの比較を行うことでこの結果が得られる．

ところで，p_k をモデル 0 においてエリア k で発生した呼の呼損率とすると，$\theta_k = \beta_k/(1-p_k)$ の関係が成り立つ．これより，p_k の上限と下限を $p_k^{(1)}$，$p_k^{(2)}$ とすると，lemma 1 より θ_k の上限と下限が次のように与えられる．

$$\frac{\beta_k^{(1)}}{1-p_k^{(2)}} \le \theta_k \le \frac{\beta_k^{(2)}}{1-p_k^{(1)}} \tag{2}$$

ここで，$\beta_k^{(1)}$ と $\beta_k^{(2)}$ は lemma 1 を基にしたシミュレーションで求めてもよいし，$\mathcal{A}_0$ に含まれる基地局の状態数が少なければ吸収マルコフ連鎖の吸収確率として計算することもできる．$p_k^{(1)}$ と $p_k^{(2)}$ は文献 [1] で示した方法により，それぞれモデル 1，モデル 2 を用いて求めることができる．

4. 通話完了率の近似式

近似式は，各基地局の使用中チャネル数が互いに独立であるという仮定の下で導かれる．以下では，システムは定常状態にあるものとし，$\tilde{\pi}_{k,j}$ を基地局 k の使用中チャネル数が j である定常状態確率とする．

モデル 0 において $\bar{\mathcal{A}}_0$ に含まれる基地局を aggregate したモデル（モデル 3）を考え（詳しくは文献 [1] を参照），$\mathcal{C}_0^{(k)} = \mathcal{A}_0 \cap \mathcal{C}^{(k)}$, $\bar{\mathcal{C}}_0^{(k)} = \bar{\mathcal{A}}_0 \cap \mathcal{C}^{(k)}$ とおく．モデル 3 の表現には，$\bar{\mathcal{C}}_0^{(k)}$ に含まれる基地局の条件付き定常状態確率が未知パラメータとして含まれるが，独立性の仮定より，この条件付き定常状態確率は条件なしの定常状態確率となる．

モデル 3 において，基地局 k ($k \in \mathcal{A}_0$) で通話を開始した呼が最終的に通話を完了できる確率を $\tilde{\theta}_k$ とする．$\bar{\mathcal{C}}_0^{(k)}$ に含まれる基地局へハンドオーバーしようとした呼はその時点で強制切断になるものと仮定する（安全側の近似）．独立性の仮定より，基地局 k へハンドオーバーしようとした呼が強制切断となる確率を $\tilde{\pi}_{k,c_k}$ で与える．ハンドオーバーが成功した場合の通話完了率はマルコフ性より $\tilde{\theta}_k$ となる．よって，$\tilde{\theta}_k$ を求めるには次の連立方程式を解けばよい．

$$\tilde{\theta}_k = \frac{\mu}{\mu+\gamma_k} + \sum_{\ell \in \mathcal{C}_0^{(k)}} \frac{\gamma_{k,\ell}}{\mu+\gamma_k}(1-\tilde{\pi}_{\ell,c_k})\tilde{\theta}_\ell,\ k \in \mathcal{A}_0 \tag{3}$$

ただし，$\tilde{\pi}_{k,c_k}$ は文献 [2] で示した反復アルゴリズムを用いて求める必要があり，$\tilde{\theta}_k$ に対しても同様の反復アルゴリズムを用いる．文献 [2] の反復アルゴリズムでは，独立性の仮定より，基地局 k ($k \in \mathcal{A}_0$) を $M/M/c_k/c_k$ モデルとして表し，そのモデルの到着率 $\tilde{\lambda}_k$ を次で与えた．

$$\begin{aligned}\tilde{\lambda}_k = \lambda_k &+ \sum_{\ell \in \mathcal{C}_0^{(k)}} \left(\frac{1}{2}\lambda_{(k,\ell)}(1+\tilde{\pi}_{\ell,c_\ell}) + \gamma_{\ell,k}\mathrm{E}[X_\ell]\right) \\ &+ \sum_{\ell \in \bar{\mathcal{C}}_0^{(k)}} \left(\frac{1}{2}\lambda_{(k,\ell)}(1+\tilde{\pi}_{\ell,c_\ell}) + \gamma_{\ell,k}\mathrm{E}[X_\ell]\right)\end{aligned} \tag{4}$$

証明は省略するが，この時，次が成り立つ．

Lemma 2 n 回目の反復によって得られた $\tilde{\theta}_k$ の値を $\tilde{\theta}_k(n)$ とする．反復の初期値を，$k \in \mathcal{A}_0$ に対して $\tilde{\pi}_{k,0} = 1$, $\tilde{\pi}_{k,j} = 0$, $1 \le j \le c_k$ と設定すると，数列 $\tilde{\theta}_k(n)$ は収束する．

未知パラメータ $\tilde{\pi}_{\ell,j}$, $0 \le j \le c_\ell$, $\ell \in \bar{\mathcal{C}}_0^{(k)}$, $k \in \mathcal{A}_0$ については，モデル 1 またはモデル 2 を基に設定すればよい．ここで，モデル 1 をもとにした場合，$\tilde{\theta}_k$ は最小となり，モデル 2 を基にした場合は最大となることが導かれる．

5. おわりに

近似精度の検証を含めた数値例については，発表時に示す予定である．

参考文献

[1] T. Takahashi, T. Ozawa, and Y. Takahashi, Bounds of Performance Measures in Large-Scale Mobile Communication Networks, submitted (2001).

[2] 髙橋成晃, 小沢利久, 髙橋幸雄, 大規模移動体通信網における呼損率の計算と Decomposition 法による近似精度について, 待ち行列シンポジウム予稿集, 掛川 (2003).