

下方向最大変動幅を考慮したファジィ作付計画問題について

02302914	大阪大学大学院	*豊永 亮	TOYONAGA Tasuku
01013704	流通科学大学	伊藤 健	ITOH Takeshi
01005194	大阪大学大学院	石井 博昭	ISHII Hiroaki

1. はじめに

近年、農業分野においても経営の効率化、情報化が盛んに進められている。農業経営においては、作物の選定、肥培管理、収穫時期の決定、市場の選定等、様々な問題があり、有効な意思決定を行うための数理計画モデルも多く提案されている。しかし農業分野での問題には将来の天候や市場価格といった不確実、不確定な要素が含まれる場合が多く、問題を複雑なものとする。この不確実性に対処するための1つの手法として、確率的計画法がよく用いられるが、農業分野では天候や市場価格といった、一般に1年毎に得られるデータが多く、確率的計画で重要となる統計データの数が不足しがちであり、さらに生産技術や周辺環境の変化が急速であることから過去のデータの信頼性も問題となっている。そのため意思決定を経営者(熟練者)の知識や経験を頼りに行う必要があることも現状であり、ファジィ理論を利用した熟練者によるあいまいな推測値を取り扱うモデルも提案されている。

経営者が所有する限られた農地にどの作物をどれだけの割合で栽培するかは、その年の収益を左右する重要な問題であり、作付計画問題と呼ばれている。作付計画問題は金融分野でのポートフォリオ戦略と類似点が多く、将来の各作物から得られる利益(利益係数)が未確定であるため、高収益の追求だけでなく、リスク回避を考慮した計画が求められる。本研究では、この作付計画問題に関して、従来のファジィ理論を利用した手法及び確率的な手法、双方の特性を生かしたモデルの提案を目的とし、利益係数をファジィ数とした作付計画問題において、過去の実データをもとに想定される収益の変動を抑えることを考慮した問題の定式化を行った。さらに、この問題に対する解法を示し、数値例等を用いて結果についての考察を行った。

2. 作付計画問題

ある年に栽培する作物の選定を行う作付計画問題は、一般的に土地や労働に関する制約のもとで総収益の最大化を目的とするLP問題として定式化することができ、次のように示される。

<P1>

Maximize $Y = c_1x_1 + \dots + c_nx_n$ (総収益)

s.t.

$r_{k1}x_1 + \dots + r_{kn}x_n \leq R_k$ (土地制約)

$w_{k1}x_1 + \dots + w_{kn}x_n \leq W_k$ (労働制約)

[共にすべての k に関して]

$x_i \geq 0$ [すべての i に関して]

R_k はある旬 k に農業経営者が提供可能な土地の面積、 W_k は旬 k に提供可能な総労働時間であり、また x_i は決定変数で作物 i ($i = 1, 2, \dots, n$) の作付面積、 c_i は作物 i の単位面積あたりの利益(利益係数)、 r_{ki} ($= 0$ or 1) は旬 k が作物 i の栽培時期であることを示す係数、 w_{ki} は作物 i を単位面積栽培するために旬 k に必要な労働時間(労働係数)である。ここで旬 k とは、各作物ごとの栽培時期の違いや、時期ごとに必要となる労働時間の違いを考慮するための単位期間である。(旬の単位としては、例えば4月初旬、中旬、下旬等が用いられることが多い。)

3. ファジィ作付計画問題

P1では各係数は確定値で与えられているが、現実には不確定な場合が多い。特に重要な要素である作物の利益係数は作付期においては事実上未確定であり、出荷時にはじめて明らかになるため、利益係数を定数として扱う従来の方法は現実味に欠ける。作付計画を行う年ごとに冷夏や暖冬である、多雨年または少雨年であるといったような情報をもとに、経営者、熟練者がある程度その年の推測を行い、利益係数をあいまいな値として取り扱う方が現実的である。そこで利益係数をファジィ数としたファジィ作付計画問題が提案されている[1][2]。本モデルでは、作物 i の利益係数を単峰型メンバシップ関数をもつファジィ数 C_i とし、利益係数ベクトル $C' = (C_1, \dots, C_n)$ は $\mu_c(c) = L((c-d)'/U(c-d))$ のようなメンバシップ関数をもつファジィ集合として定義している。ただし、 $d' = (d_1, \dots, d_n)$ は中心を示し、 U は $n \times n$ の非負成分をもつ対角行列で C_i の広がりに対応し、 L は $L: [0, +\infty) \rightarrow [0, 1]; L(0) = 1$ を満たす連続減少関数である。このとき、 C がファジィ集合であることから、P1における総収益 Y もファジィ数となり、そのメンバシップ関数 $\mu_Y(y)$ は $x' = (x_1, \dots, x_n)$ とすると次のように与えられる。

$$\mu_Y(y) = L\left(\frac{(y - d'x)^2}{x'U^{-1}x}\right)$$

ここで、“ Y はだいたい θ より大きい” というファジィ目標 G を設定し、そのメンバシップ関数を

$$\mu_G(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < \theta_1) \\ \frac{t - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} & (\theta_1 \leq t < \theta_2) \\ 1 & (\theta_2 \leq t) \end{cases}$$

とすると、このファジィ目標 G を実現する可能性測度は次のように与えられる。

$$\prod_Y(G) = \sup_Y \min \{ \mu_Y(y), \mu_G(y) \}$$

本モデルでは、この可能性測度の最大化により最適性を定義することで、以下のように問題の変換を行い、問題に対する解法を提案している。

<P2>

$$\text{Maximize } \prod_Y(G) = \sup_Y \min \{ \mu_Y(y), \mu_G(y) \}$$

s.t.

$$r_{k1}x_1 + \dots + r_{kn}x_n \leq R_k \quad (\text{土地制約})$$

$$w_{k1}x_1 + \dots + w_{kn}x_n \leq W_k \quad (\text{労働制約})$$

[共にすべての k に関して]

$$x_i \geq 0 \quad [\text{すべての } i \text{ に関して}]$$

4. 下方向最大変動幅最小化問題

一方、作付計画問題においては利益係数の不確実性に対する他の手法として、過去数年(数期)のデータをもとにした、離散的確率計画法がよく用いられ、離散的確率データの変動や分散等を考慮することにより、リスクの回避、軽減ができる。その1つの指標として、収益が期待収益(平均値)を下回る下方向偏差の絶対値のうちで最大のもの(下方向最大変動幅)に関する問題がある[3][4][5]。この問題は、離散的なデータ数が m 年分あり、各データを j ($= 1, 2, \dots, m$) 年目のものとする、次の条件:

$$\begin{cases} e_{11}x_1 + \dots + e_{1n}x_n \geq -D \\ \vdots \\ e_{m1}x_1 + \dots + e_{mn}x_n \geq -D \end{cases} \quad \dots \quad (1)$$

を満たすような D 値(下方向最大変動幅: 正值)の最小化が目的となる。ここで e_{ji} は作物 i の j 年目のデータの期待収益からの偏差である(上方向偏差: 正值, 下方向偏差: 負値)。本問題は最低収益最大化問題と同値であり、特にリスク嫌悪傾向の強いモデルと言える。

5. 下方向最大変動幅を考慮したファジィ作付計画問題の定式化と解法

P2 では利益係数をファジィ数とすることで、経営者によるあいまいな推測値に対するリスク回避を図っている。このモデルでは、熟練者の知識や経験を生かすことができるが、単純に経営者による推測値だけを考慮したのでは、過去の数値データのような有用な情報を見逃してしまうことになる。また農業経営者は毎年、生活に必要な最低限の収益は確保したいと考える場合が多く、リスク嫌悪の傾向が強いため、最低収益の保証や収益変動の軽減を行うことが望ましいと考えられる。一方、4節の下方向最大変動幅最小化の問題では、

熟練者の知識や経験を取り扱うことはできない。そこで本研究では、ファジィ作付計画問題において、下方向最大変動幅を考慮したモデルを提案する。P2 において最低収益を保障するために、過去 m 年分のデータをもとに条件式(1)を制約に加え、次のように問題の定式化を行った。ここで、制約となる下方向最大変動幅 D (正值)は、意思決定者によって与えられる。

<P3>

$$\text{Maximize } \prod_Y(G) = \sup_Y \min \{ \mu_Y(y), \mu_G(y) \}$$

s.t.

$$r_{k1}x_1 + \dots + r_{kn}x_n \leq R_k \quad (\text{土地制約})$$

$$w_{k1}x_1 + \dots + w_{kn}x_n \leq W_k \quad (\text{労働制約})$$

[共にすべての k に関して]

$$\begin{cases} e_{11}x_1 + \dots + e_{1n}x_n \geq -D \\ \vdots \\ e_{m1}x_1 + \dots + e_{mn}x_n \geq -D \end{cases} \quad (\text{下方向変動幅制約})$$

$$x_i \geq 0 \quad [\text{すべての } i \text{ に関して}]$$

この問題は複数の線形制約をもつ、非線形な目的関数の最大化問題となっている。本研究ではこの問題の解法として、問題の構造や関数の凸性等の特徴を利用することで、線形制約である土地、労働、下方向変動幅、非負制約により作られる実行可能領域の端点のいずれかにおいて最適解が存在することを示した。さらに最適解の候補である端点の集合から効率的に最適解を選出する解法手順を提案した。ここで実際の作付計画では、作付する作物の候補数や制約条件の数には限りがあり、また作付する作物の組み合わせ数は、現実的に栽培を行うためにはある程度限られた数に制限しなければならないため、組み合わせ数の多い解を最適解の候補から除外する必要がある。この作付計画独自の特性も本解法の効率化の助けとなる。 D 値は意思決定者により与えられる値であるが、本計画問題を実用する場合には D 値をパラメータとしたパレート解を得ることができ、このパレート解をもとに意思決定者のリスク選好の度合に従って、意思決定を行うこともできる。

References

- [1] 豊永亮, 伊藤健, 石井博昭 [2002] 「ファジィランダム作付計画問題について」日本オペレーションズ・リサーチ学会秋期研究発表会アブストラクト集, p. 126-127.
- [2] T. Itoh and H. Ishii [2001] " Fuzzy Crop Planning Problem Based on Possibility Measure" Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Vol. 2.
- [3] 南石晃明 [1991] 「不確実性と地域農業計画」大明堂.
- [4] 南石晃明 [1995] 「確率的計画法 -不確実性に挑む知恵と技術-」現代数学社.
- [5] 林清忠 [2000] 「農業の意思決定分析 -多基準と多主体のマネジメント-」養賢堂.