

■ ■ 編集者への手紙 ■ ■

問題 1. 私は次のような問題にしばしばぶつかるのですが、どなたか実際の解き方をお教え下されれば幸いと存じます。必ずしも厳密な意味で最適でなくても、現実にある程度簡単に使える方法で、しかもかなりよい結果が得られるようなものがあれば幸いなのですが。

たとえとして次のような場合を考える。今 n 個の引越し荷物を 1 トン積みのトラックで運ぶとする。そのとき、最も少い台数のトラックで運ぶには、荷物をどのように組み合わせて積んだらよいか。

n 個の荷物の重さを x_1, \dots, x_n トンとすると、まず全部がとにかく運べるためには、 $x_i \leq 1$ でなければならないことは明らか。次に $\sum x_i = X$ とし、 $[X]$ を X の整数部分として、 $m = [X]$ とおく。また必要なトラックの台数を N とすれば、

$$1^\circ \quad m \leq N \leq 2m + 1$$

が成り立つ。

(証明) $n \leq N$ であることは明らか。次に N 台のトラックのおのおの積荷の重さを y_1, \dots, y_N とするともし $y_i + y_j \leq 1$ となるようなものがあれば、 i と j の積荷を一緒にすることによって 1 台へらすことができる。そこで、 $q_{ij} = y_i + y_j$ とおくと、あらゆる q_{ij} の和は、

$$\sum_{i < j} q_{ij} = (N-1) \sum_{j=1}^N y_j = (N-1) \sum_{i=1}^N x_i = (N-1)X$$

従って

$$\min q_{ij} \leq \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i < j} q_{ij} = \frac{2X}{N} \leq \frac{2m+2}{N}$$

故にもし $N \geq 2m+2$ ならば、 $\min q_{ij} \leq 1$ となるから、少なくとも 1 台はへらすことができる(証終)。

この二つの限界に N が実際一致することがあり得ることも確かである。例えば、すべての x_i が 1 に等しければ、当然 $N=n=m$ となるし、また、 n が奇数で、かつすべて x_i が $\frac{1}{2}$ よりほんのわずかだけ大きい場合には、 $N=n$ 、かつ $n=2m+1$ となる。しかし一般にはすべての荷物がほとんど同じ重さということはあり得ないから、 N は二つの限界の中間、それもたいていは m に近い方に来るだろうと思われる。このような場合に最小の N およびそうなるような積み荷の組み合わせ方をどうして見つけるかが問題である。

ところでこの問題を完全に解くことは、 n が大きくなると非常に困難で、まず不可能ではないかと思われる。そこでいくつかの方法を考えて次のような最も簡単な方法、すなわち「荷物を順に積んで行って、積みなくなったらやめる。つまり、 $x_1, x_1+x_2, x_1+x_2+x_3, \dots$ を順に計算して、もし $x_1+x_2+\dots+x_k \leq 1$ となったら、最初の k 個を最初のトラックに積む、以下同様にして順に積んで行く。」という場合とくらべてみて、比較的よい方法があればそれを採用することにしたらどうであろうか。そうして更に議論を簡単にするために x_1, x_2, \dots, x_n は互いに独立に一定の分布にしたがう確率変数と考えると、 $n \rightarrow \infty$ のときの N/m の期待値の極限を比較するという方法が考えられるが、まだ筆者にはそれからどのように計算を進めたらよいかかわからない。

更にトラックに積む上の制限として重量だけでなく、体積も考えねばならないかもしれない。つまり n 個

の荷物の体積がそれぞれ u_1, u_2, \dots, u_n であるとき、一台のトラックに積む荷物の体積 u の和は一定の値 c を越えてはならないという条件がつけ加えられることがあり得る。その場合には必要なトラックの台数は重量だけ考えた場合よりも当然多くなるだろう。簡単のために $c=1$ としておこう。そうすると、 $\sum u_i = U$ $[U]=l$ とおくと、

$$2^\circ \quad \max(m, l) \leq N \leq 2(m+l+1)$$

が成り立つ。証明は、まず $\max(m, l) \leq N$ は明らかである。上限については、個々の荷物についてスコア $P_i = \frac{1}{2}(x_i + u_i)$ を定義すると、もしある荷物の組のスコアの和が 1 を越えないならば、その荷物は全部 1 台のトラックに積み込むことができる。従って P_i だけを考えると問題は制限条件が 1 つの場合と同じになる。従って $\sum p_i = P$ とすると、 $N \leq 2[P] + 1$ となる。 $[p] \leq \frac{m+l+1}{2}$ だから N の上限についての式が成り立つ。

(T)

質問 1. *待ち合わせ理論を勉強するのに是非読まなければならない文献などをお知らせ下さい。(I)

*待ち合わせ理論の数表や図表にはどんなものがありますか。(X)

第 1 のお問合わせについては、理論そのものの研究に進まれる場合と、実際問題に適用される場合とで若干基本文献にも差が出てくると思います。元来待ち合せ理論は数学としてはまだ曖昧な残された点もあり、しかもその説明は一般には困難なものが多いようです。ですから確率論や解析学のいろいろなテーマについての勉強にまで立ち返るときりがありませんから、そういう点は無視しますと、一応次の 2 冊が挙げられると思います。

[1] Morse, P. M.; *Queues, inventories and maintenance*, J. Wiley, 1958.

[2] ヒンチン; 待ち合わせ理論入門, 広川書店.

[1] はアメリカの OR 学会の出版第 1 号で、OR 的に書かれており、すぐれた本ではありますが、細かい点では曖昧な箇所や誤りも若干あるようです。もちろん、ほんのちょっとした入門としては

[3] サシーニ他; *オペレーションズ・リサーチ手法と例題*, 紀伊國屋書店.

や、チャーチマン他の「入門」等でもよいでしょうが、少し進んだ理論を望まれる方には、是非とも [1] をおすすめいたします。数学的な議論のある程度厳密に学ぶためには、[2] が適当です。原本はロシア語でステクロフ研究所報告の第 49 号です。最近英訳が出版しました。もう 1 つの成書としては書評欄に紹介された Pollaczek の本がありますがこれは完全な専門書で、初めの方にはおすすめできません。

数学的な意味でもある程度しっかり勉強するためには、論文を読む必要があります。中でも、

[4] Kendall, D. G; *Some problems in the theory of queues*, J. R. S. S. (B) 13 (1951) p. 151.

[5] Lindley; *The theory of queues with a single server*, Proc. Cambridge Phil. Soc. 48(1952), p. 277.

などは忘れられないものでしょう。しかし待ち合わせ関係の論文は数百あるといわれているので、ある程度まとまった解説が欲しいところです。現在のところ、

[6] サーティー; *オペレーションズ・リサーチの数学的方法*, 下巻, 紀伊國屋書店.

しか成書としては見当りません。数理科学総合研究班の第 6 班(東京工大・河田研究室内)ではテーマ別の総合報告をいくつか出していますが、同じメンバーによって、それらを補筆拡充した総合報告集が企てられています(1 年以内には完成すると思われます)。なお、1957 年初期までの文献は

[7] Doig, A; A bibliography on the theory of queues, *Biometrika* (1957) にほとんどまとめられており、簡単な分類とともに基本的なものには*印がついていますから大いに参考になります。

第2のお問合わせの点については、前記数理学総合研究班第6班で出した第1号(待ち合せ理論の数表について)、第17号(待ち行列の数表図表の使い方)に詳しくまとめられておりますので詳細はそれらを御参照いただきたいと思います。この理論が電話事業に関して発展して来た歴史上からいっても、既存の数表には電話関係のものが多く、第1号は主としてそれらについて解説しています。第17号は使用例を含めて書いたもので、機械保守の問題などに多くのページがさかれています。(森村)

今号から「編集者への手紙」の欄を設けました。皆さんが日頃応用上、あるいは理論上直面しておられる問題について、「ここがわからなくて困っているがどうしたらよいか」「こんなように考えてみたがどうだろうか」あるいは「どんな本あるいは論文を勉強したらよいだらうか」というような御意見、あるいは御質問をどしどしお寄せ下さるようお願いいたします。

* * *

▶ ニュース ◀

Prof. P. M. Morse 一行の歓迎晩餐会

8月26日 17.⁰⁰~21.⁰⁰ 第1ホテルで山口英治理事の司会により開いたがハワード夫人も出席し総数30名で盛会であった。学会からは会長代理として名誉会員、前会長大西定彦君(日立)が出席し記念品を贈呈した。Prof. Morse "Management and OR"(経営とOR——東芝・海辺不二雄君)という講演のほか質疑応答もあり時のたつのを忘れる程であった。

なお、開会直前3氏はRadio Japan(NHK 海外放送)の"Visitors from abroad"のインタビューを行なった。

図書寄贈について

P. M. Morse: *Queues, Inventories and Maintenance*

さる8月26日第1ホテルにおける歓迎晩餐会の席上、Prof. P.M. Morse より名誉会員大西定彦君にサイン入りの上記の書物が謝辞と共に贈られました。なお同君はこの本を学会の図書に寄贈されました。ここにこのことを会員の皆さんに御報告致し、この本を来日記念として末永く学会で保存・利用させて戴くと共に改めて御両人の御好意を深謝するものです。