最近の決定理論

宮 沢 光 一*

オペレーションズ・リサーチとは一体なんであろうか，ということにつきまして，いろいろと議論があるようです．しかしいずれにしてもORは，窮極的にはなんらかの決定を問題にしていることは間違いないようです．そうした場合に，何が最適な決定でありましようか，最適決定なるものをどのように規定すればよいのでしょうか，いろいろと問題があります．最近こうした問題に対する研究がとみに盛になってきたように思われます．それで今日はこうした問題に対する私の考えを述べまして皆様の御批判を仰ぎたいと思います．要するに，不確実性に直面して，どのように決定していくことが最適であるか，という問題を考えるわけであります．

このような問題を数学的に最初に定式化したのはやはりA. Waldの"Statistical Decision Functions(1950)"でありましょう．勿論，von Neumann & Morgensternの"Theory of Games and Economic Behavior(1944, 47)"がこの理論の思想的背景になっていたことはいうまでもありません．Waldはゲーム理論における最適戦略の考えを，統計の問題にもちこむことを提案しました．すなわち統計の問題を対人ではなく対自然のゲームと考えて，最適決定の基準をゲーム理論に求めようとするわけです．

それでまず，Waldの決定函数に関する極めて単純な例を取り上げ，それをいろいろと批判しながら問題を展開して参りたいと思います．数学的な展開が主題ではありませんから，考えの筋道を明らかにする限りで問題をできるだけ単純化して考えたいと思います．

いまある生産過程からロットとして生産されてくるN個の製品があり，その不良率――これを生産過程不良率とよび．θで表わすことにします――が問題になっているとします．生産責任者は諸般の事情から判断して次のように考えています．すなわち，θのある特定の値θ_0――例えば，1％――がありまして，もし生産過程不良率θがθ_0よりも大きいときには，生産をストップしてでも，生産工程をチェックしてみることが望ましい．この生産工程をチェックするという行動をb_1で表わすことにします．これに反して，もし生産過程不良率θがθ_0よりも大きくないならば，そのまま生産を続行することが望ましいと考えています．この生産をそのまま続行するという行動をb_2で表わすことにします．生産責任者にとって，不良率θは勿論未知なものとします．すなわち生産責任者は，行動b_1，b_2の中で，どれに決定すべきかという典型的な不確実性の下での決定問題に直面しているわけです．このような場合に生産責任者として，不良率θに関して，なんらかの方法で情報を得ようと努力するのが自然なことでありましょう．そのためには勿論，いろいろと費用もかかることでしょうから，情報を得るための費用と，その情報がも

* 東京大学経済学部 昭和37年7月30日受理　経営科学第6巻第1号

たらす効果との間のバランスが大事な問題になります．さっぱり効果のない——その意味がまた大変ですが——情報を得るのに，多くのお金を投じても無駄なことです．情報というものにはいろいろのタイプのものが考えられるのですが，特に標本という形で情報を求める，というところに統計的とよばれる決定理論の特徴があるわけです．この点を明らかにするために，もう少し問題を具体的にした方がよいと思います．そこで大きさ n の標本をとることにします．そうしますと，標本の中に含まれている不良品の個数 r が，不良率 θ に関してなんらかの情報を提供してくれるであろうことが，直観的にも考えられます．例えば標本の中の不良品の個数 r が大きいならば，θ も大きいことが考えられ，不良品の個数 r が小さいならば，θ も小さいであろうことが考えられます．この考えをいまの決定問題にそのまま使ってみることにします．すなわち，不良品のある特定の個数 c を指定しておきます．そして標本中の不良品の個数 r が c よりも大きいならば行動 b_1 をとることにします．もし r が c よりも大きくなないらば行動 b_2 をとることにします．そうしますと，どのような標本がでようとも，行動 b_1，b_2 の中のどれをとるかの指示が完全に与えられることになります．すなわち c が行動決定の規則を指定することになります．このような規則を一般に戦略とよぶわけですが．この場合には，特に標本に対応してどの行動をとるかを指示する戦略になっています．その意味でこの戦略を統計的決定函数とよび，それが c によって特徴づけられることを明示して，$\mathbf{d}_c$ と表わすことにします．さて問題は，どのような値 c をとったらよいか，ということです．とり得る可能な c の値としては，一応，0，1，…，n が考えられるわけです．この中のどの値を c にとることが，最適な決定函数 d_c を与えることになるでしょうか，というのが私達の問題です．この問題の解決のためには，誤った行動をとるときの損失が何であるかを明確にすることがまず要求されます．

いま未知の不良率 θ が実際には θ_0 よりも大きいときに，そのまま生産を続行する，すなわち行動 b_2 をとるならば，損失を蒙ることになります．その大きさを M であるとします．このとき生産工程をチェックする，すなわち行動 b_1 をとるならば，その損失は0であると考えます．もしも不良率 θ が，実際には θ_0 よりも大きくないときに，行動 b_1 をとるならば無駄な骨折をしたことになり，損失を受けることになります．この損失を N であるとします．勿論，この場合に行動 b_2 をとるならば損失は0と考えます．

さて，このように損失が規定され，そして決定函数 d_c を用いることにしたとしても，標本としてどのようなものが出るかに応じて，M だけの損失を蒙ることもありましょうし，N だけの損失になることもありましょうし，また0の損失ですむ場合もあるわけです．すなわち，決定函数を指定しておいても，ランダムに標本がとられるわけですから，損失が一義的に定まるわけにはいきません．これでは，2つの決定函数 $d_{c'}$ と $d_{c''}$ との間でどちらがよいとも悪いとも述べることはできません．そこで，決定函数を，それに伴う損失の期待値，すなわち期待損失によって評価しようということが一般に行われています．決定函数 d_c の期待損失は θ にも依存するわけですから，θ が真であるときに，決定函数 d_c を用いることに伴う期待損失を $W(\theta,\ d_c)$ と

表わすことにします．そうしますと，それは次式で与えられることになります．

（i） $\theta > \theta_0$ であるとき，

$$W(\theta, d_c) = M \times P_r(r \leq c|\theta) \sim M \sum_{r=0}^{c} \binom{n}{r} \theta^r (1-\theta)^{n-r}$$

（ii） $\theta \leq \theta_0$ であるとき，

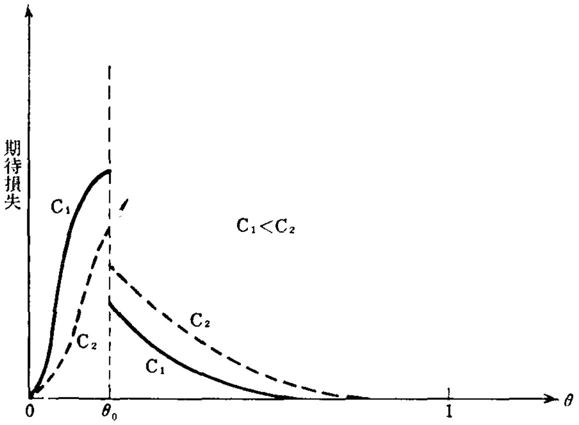
$$W(\theta, d_c) = N \times P_r(r > c|\theta) \sim N \sum_{r=c+1}^{n} \binom{n}{r} \theta^r (1-\theta)^{n-r}$$

そうしますと，θ の可能な値の全域 $[0,1]$ にわたっての期待損失函数 $W(\theta, d_c)$ の特徴によって最適な決定函数を選定することが考えられます．もしある特定の値 c^* があって，すべての決定函数 d_c に対して，不等式

$$W(\theta, d_{c^*}) \leq W(\theta, d_c), \qquad 0 \leq \theta \leq 1 \quad \text{に対して},$$

が成立しますならば，この決定函数 d_{c^*} を採用することが最適な決定でありましょう．上のような性質をもつ決定函数 d_{c^*} を一様最強力であると申します．

しかし不幸にして私達のいまの問題には，そのような一様最強力決定函数が存在しません．第1図からも分りますように，区間 $(0, \theta_0)$ と区間 $(\theta_0, 1)$ のいずれか一方における期待損失を小さくしようと思いますと，他方の区間におけるそれが大きくなってしまいます



第1図

それでは，どのような決定函数をもって最適といったらよいのでしょうか．一様最強力な決定函数が一般に存在しない，という困難を克服するために，いろいろの考えが提案されています．それらを簡単に説明して，後で批判してみたいと思います．

（1） Complete class という考えがあります．これは，一義的に最適である決定函数を指定する代りに，ある意味で望ましい性質をもつ決定函数の集合を指示して，その中での選択は決定者の自主性にまかせるという立場です．すなわち，沢山ある可能な決定函数を絞りまして，選択されてしかるべき決定函数の候補者の集合を指示して，お役目修了という考えです．

（2） 期待値の外に，さらにある判定基準を追加することによって，その上で最適なものを探そうという立場があります．その追加的判定基準としていろいろなものが提案されていますが，その中でも最もポピュラーなものは，例のミニ・マックス原理です．御承知のように，最大の損失を最小にする決定函数をとりなさい，という原理です．

（3） ベーズ解に注目しようという立場があります．それは不良率 θ の先験的確率分布 $f(\theta)$ というものを考えます．そして期待損失函数の θ に関する期待値

$$\int W(\theta, d_c) f(\theta) d\theta$$

に注目し，これを最小にする決定函数をもって，ベーズ解とよぶわけです．勿論，θ の先験的確率分布として何をとるかによってベーズ解は変って参ります．したがって，θ の先験的確率分布 $f(\theta)$ として何をとるべきか，ということが，ベーズ解にとって基本的に大事な問題になります．しかし Wald においてはそのことがあまり論じられていません．それはベーズ解を何に用いるか，という Wald の立場からくるものと思います．Complete class と，ベーズ解全体の集合とがほとんど一致すること，したがってベーズ解を Complete class を求めるための手段として使うということ，あるいは，ミニ・マックス解を求める手段としてベーズ解を利用する，ということに Wald におけるベーズ解の重点があったようです．このベーズ解の考えが，最近，新らしい生命をもって生れ変ってきていることを後で明らかにしたい考えです．

さてこうした Wald の決定理論もいろいろの問題を内蔵しています．それをこれから逐次検討してみたいと思います．

（1） 間違った行動をとるときの損失を M とか N とかいったのですが，その具体的な値は誰が与えてくれるのでしょうか．それは決定者の価値判断そのものではないでしょうか．したがって，ある決定者にとっては，間違った行動をとることの損失が定数ではなく，θ の函数である，ということもあるでしょう．その中のどちらが良いのか，などということは，第三者が簡単にいえることではないものです．損失の実質的な意味を検討することもなく，ただ期待損失を計算してみた，というのでは，1つの数学演習問題を解いたというにすぎないことを恐れるものです．

（2） 次に期待損失という概念が問題になります．不確実性を含むほとんどすべての問題で期待値，特に貨幣額の期待値といったものに中心的な役割が与えられています．しかし少くとも決定問題の観点からみたときに，このことが妥当でしょうか．例えば次の例を考えてみましょう．ある人が500万円相当の家をもっていたとします．そして，いろんな火災統計等のデータから，一年間にその家が火災にかかる確率が 1/5000 であることが知られていたとします．こうした場合にその家の所有者が，保険に加入する——行動 a_1 とよぶことにします——か，それとも加入しない——行動 a_2 とよぶことにします——かを決定する局面を考えてみることにします．そうしますと，行動 a_2 の期待損失は，500万円×1/5000=1000円です．いま1年間の保険料を2000円としますと，行動 a_1 の期待損失は2000円そのものです．したがって期待損失のより小さい行動をとることが合理的である，という判定基準からしますと，その人は行動 a_2 をとる，すなわち保険に加入しないことが合理的なことになります．しかしどうでしょうか，500万円もの家をもっている人にとっては，2000円の保険料などは徴々たるものではないでしょうか，彼は恐らく保険に加入することでしょう．これをもって彼の行動が合理的でない，というのは，結局，期待損失の概念が人間の選択決定を説明するのに必らずしも妥当でないことを証明するものです．

（3） ミニ・マックス原理のあまりにも保守・消極的であることはよく知られていますので，これに対する批判は省略することにします．

（4） ベーズ解に対しては，従来いろいろの批判がなされておりました．不良率θは未知ではあっても，とにかく定数であることには間違いありません．それを確率変数とみなして，θの確率分布を問題にするなどというのは，全くの暴論である，との議論もよく聞かれます．もし確率なるものを伝統的な頻度説の立場で考えるならば，こうした批判も当然でてくるところです．これに対して，θの確率分布を考えるのは，ミニ・マックス解を，あるいは complete class を求めるための単なる形式的な便法にすぎないんだ，という弁護もあるようです．しかし最近の決定理論では，これらと全く異った観点からベーズ解の重要性をとりあげてきました．これについては後に述べることにします．

（5） complete class の中のどの行動をとるかの決定は，決定者の判断にまかせる，という立場にも一言しておきたいと思います．この立場は，結局，理論構成の最終段階で，決定者の判断を認めるわけです．それ位ならば，なぜ決定者の判断を理論構成の第一段階にもってこないのでしょうか．決定者の判断を明確に捕えて，そこから理論の全体を体系づけようとするのが，実は最近の決定理論の動向に外なりません．

（6） この外，θ_0の値をどのようにして定めるのか，とか，標本をとるための費用を考慮に入れなければならないとか，実に沢山の問題が残されています．

Wald の決定理論に対するこうした批判を頭におきながら，決定問題のより一般的な表現に入って参りたいと思います．

いま決定者にとって，とり得る可能な行動が a_1，a_2，…，a_n であるとします．前の抜取検査の例で申しますと，1つの決定函数がどれかの行動aになっていると考えてよいでしょう．さて決定者は，ある目的意識をもって，これらの行動の中の1つに決定しないといけないわけです．それにしても行動 a_i をとることに伴う結果は，決定者が選択した行動のみならず，その他，決定者がなんとも制御できない多くの要因にも依存して定って参ります．決定者の制御できないこうした要因を一括してθで表わし，これを自然の状態とよんでいます．話を簡単にするために，考えられる可能な自然の状態が有限個であるとして，これらを θ_1，θ_2，…，θ_m であるとします，前の例で申しますと，生産過程不良率が自然の状態です．さて決定者は，これら可能な自然の状態の中でどれが真の状態であるのか，あるいはどの自然の状態が実現してくるのか分らない情況におかれています．この意味で決定者は不確実性に直面しているわけです．例えば在庫管理の問題などもこの形で考えることができます．次期に利益をあげたい目的で，今期どれだけの商品を仕入れるかを問題にしているとしましょう．この場合には今期の仕入数量が行動になるわけです．そして今期ある数量だけ仕入れたとしても，すなわちある行動をとったとしても，その結果としての利益は，次期の需要とかその商品の価格に依存して定ってくるでしょう．したがってこの場合には，次期の需要量と価格の組が1つの自然の状態θです．あるいはまた，アメリカの最近の核実験再開の例で申しますならば，空中実験を再開するということを1つの行動 a_1，地下実験だけに限定して実験をするということを1つの行動 a_2，核実験をやめるということをいま1つ

の行動 a_3 等々と考えることができるでしょう．これに対して，ソ連も実験を再開する，とか，再開しない，等々が自然の状態として考えられます．

さて次に，θ_i が自然の状態であるときに，行動 a_j をとりますと，ある結果が生じてくるわけですが，これを A_{ij} で表わすことにします．そうしますと，決定問題を第1表のような決定問題図式に表現することができます．

この決定問題図式で注意しておきたいことが2，3あります．まず第1に核実験問題の例からも分りますように，決定者にとってとり得る可能な行動はいうに及ばず，さらに自然の状態をどのように規定するか，ということは，決定問題に対する決定者の判断によって定まる，ということです．ソ連が50メガトン級の実験をするということを θ_1，30メガトン級の実験をするということを θ_2，等々のように，前よりももっと精しく自然の状態を規定しなければならないと考えるかもしれません．可能な自然の状態 θ_1，…，θ_m というのは，第三者から，あるいは客観的に与えられているものではなくして，問題に直面した決定者自身が構成していくものなのです．次に結果 A_{ij} なるものをよく考えてみる必要があります．結果 A_{ij} が利潤とか損失のように貨幣額で表現される場合も勿論多いことでしょう．しかし核実験の場合のような例を考えてみますと，結果 A_{ij} は随分と複雑な内容をもったものとなるでしょう．不確実性の下での決定問題においては，決定者にとっての結果間の選好順序が与えられるだけでは問題が解決しません．さらにそれが数量化されることが要求されてまいります．すなわち，結果 A_{ij} の決定者にとっての価値が問題になります．これを $v(A_{ji})=V_{ji}$ で表わすことにします．

自然の状態＼行動	a_1	a_2	……	a_j	……	a_n
θ_1	A_{11}	A_{12}	…	A_{1j}	…	A_{1n}
θ_2	A_{21}	A_{22}	…	A_{2j}	…	A_{2n}
⋮	⋮					
θ_i	A_{i1}	A_{i2}	…	A_{ij}	…	A_{in}
⋮						⋮
θ_m	A_{m1}	$A_m{}^2$	…	A_{mj}	…	A_{mn}

第1表

例えば結果 A_{ij} が貨幣額で表わされる場合にも，期待貨幣額が行動決定の判定基準として必らずしも妥当でないことは既に申し上げました．貨幣額そのものではなく，その貨幣額の決定者にとっての価値を問題にしなければならないわけです．結果が貨幣額で表わされていないときにはなおさらのことです．経済学におきましてもこうした価値の問題が効用という形で，ずっと昔から問題にされておりました．消費者行動の理論などでは効用，いわゆる，序数効用が理論の根底にあるわけです．しかしこれはどこまでも確実性の下での選択理論であって，不確実性の下でのそれではありません．それだからこそ序数効用で十分間に合っているわけです．基数効用の理論が初めて体系的に完成されたのは，やはり前に述べました von Neumann & Morgenstern の本によってでありましょう．

後の議論との関係からいっても，von Neumann & Morgenstern の効用理論に簡単にでもふれておく必要があります．それは最初に，人間の選択行動に関するいくつかの公理を設定します．例えば2つの結果 A，B について，決定者は A を B よりも選好する（記号で $A>B$）か，$B>A$ であるか，あるいは A と B との間で無差別であるかどうかを述べることができることを

公理として要請します．$A>B$ かつ $B>C$ であるならば，$A>C$ であること，すなわち選好関係の推移性を公理にとります．結果 A が確率 p で，結果 B が確率 $(1-p)$ で得られる混合結果を記号で $pA+(1-p)B$ で表わすことにします．実は，von Neumann & Morgenstern が効用の可測性を導き出すことに成功した秘密は，実に，この混合結果の導入にある，といっても過言でないと思います．$A>B$ であるならば，$A>pA+(1-p)B>B$ であることを公理にとり入れます．$A>B>C$ であるならば，十分大きい p に対して，$pA+(1-p)C>B$ であり，十分小さい p に対して，$B>pA+(1-p)C$ であることも公理として要請します．この外，2，3の公理を前提することによって，結局次のことを論理的に導き出してくるわけです．すなわち，各結果 A_i に対して，効用とよばれる実数 $u(A_i)$ を対応させる効用函数 u が存在して，$p_1A_1+\cdots\cdots+p_nA_n>q_1A_1+\cdots+q_nA_n$ であることと，$\sum p_iu(A_i)>\sum q_iu(A_i)$ であることと同値である．しかも効用函数は正1次変換を除いて一義的に定まることを公理体系から演繹するわけです．ここに $p_i\geqq 0$，$\sum p_i=1$，$p_1A_1+\cdots+p_nA_n$ 等は混合結果を表わします．したがって，期待効用を最大にする行動をとることが合理的な決定であることを主張するのが効用理論の立場です．

この立場は，決定者の結果に対する価値評価を考慮しているという点において，確かに期待貨幣額の最大化あるいは最小化原理に優るものと思います．しかしこの理論にも問題がないわけではありません．あり余る位にあるのですがここでは次の点にだけ注意を向けることにします．すなわちこの理論では，決定者がある結果のもたらされる確率を知っていることを前提にしています．しかしその確率とは何なのでしょうか．von Neumann & Morgenstern では，確率を伝統的な頻度説に立って考えています．価値の評価に関する検討はあっても，不確実性の評価に対する反省は少しもなされていません．したがってこのように解釈するより外ないわけです．すなわち，ある結果，あるいは事象の起る確率が p である，ということを次のように解釈しているわけです．同一の条件の下で，ある試行を非常に多数回繰り返すときに，問題の事象が生起する相対度数の極限概念として確率を理解しています．ところがこのような確率の解釈は，決定問題の解決に対して，極めて重大な困難をもたらします．例えば前の核実験の例で，ソ連も実験を再開するという自然の状態 θ が実現する確率を，頻度設の立場から述べることはほとんど不可能なことです．しかし現実にはそうした不確実性をなんらかの形で評価をしながら決定がなされるのではないでしょうか．頻度説に立つ確率に基礎をおく効用理論は，その適用範囲が随分限定されたものになるといわなければならないでしょう．

それにまた，確率のこの立場に立つときに，期待効用なり期待利潤なりというものがどのような意味をもつのでしょうか．例えば，ある行動をとるときに，その期待利潤が10万円であるというのは，その行動を繰り返し繰り返しなん回も続けるならば，平均して1回に10万円得られる割合になる，ということです．しかも同一条件の下で繰り返すならば，という但し書までついているのです．ところが現実の企業活動におきまして，同じ行動を繰り返してとる，などということは，まずないのではないでしょうか．一歩譲ってそのようなことがあるとしましても，決定

を繰り返していく過程において，企業の資産状態が絶えず変化していくことでありましょう．資産状態が変れば，結果に対する評価も変るでしょうし，また繰り返しの途上で破産してしまうことさえあり得るわけです．企業が同一条件の下で，ある政策を繰り返しとるようなことは，まずないといわなければなりません．それでもなおかつ，繰り返しを前提とした期待値をもって行動決定の判定基準としてよいのでしょうか．

そこで最近，決定理論で大きく注目されてきたのは主観的確率の立場です．結果の価値評価が決定者によってなされるべきであるのと同様に，不確実性もまた決定者によって評価されるべきことを主張するわけです．大体，決定問題図式において，可能な自然の状態が θ_1, …, θ_m の中のいずれかである，というときに，既に決定者の判断が入っていることを注意しました．他の自然の状態 θ_{m+1} を可能なものとしてとりあげない，ということは——勿論，負の価格が現実問題としてあり得ないという意味で，そのような状態を考えない場合もありますが——既に決定者は θ_{m+1} という状態に対して，それが起り得ないという評価を与えていることを意味します．同じような形の評価が θ_1, …, θ_m に対してもなされているはずです．それを主観的確率として量的に把握することを試みたいわけです．この理論を数学的に基礎づけたのは，Savage の "Foundation of Statistics (1954)" です．その後多くの人々によって，この立場の確率概念の展開と応用がなされて参りました．ここで注意しておきたいことがあります．それは主観確率は頻度説に立つ確率，すなわち客観確率と氷炭相容れないものと考えている人があるようですが，これは全くの謬見であるということです．主観確率は，過去の経験の蓄積とか，繰り返しが可能な場合でありますならば，その情況を考慮に入れるとかして定ってくるものです．もう少し具体的に話してみましょう．前の抜取検査の例で，生産過程不良率 θ の値を確実に知ることの不可能なことは事実でしょう．それにしても生産責任者は生産過程に関する多くのデータをもっています．こうした知識にもとづいて，彼は θ に関してなんらかの判断をもっています．例えば，θ の値が30%を越えることはあり得ないとか，θ が0.5％であることよりは1％であることの方が確からしいといったような判断をもっているわけです．簡単のために，決定者が可能と考える不良率 θ の値が θ_1, …, θ_m の有限個であるとしてみましょう．彼はこれらの値の確からしさに関してあるウェートを付して考えています．このウェートが無条件に与えられているのではなく，確率の公理と同等の条件を満たしているであろうことを検討してみることができます．そうでありますならば，不確実性の評価としてのこれらのウェートは確率とよばれるに足る十分な資格をもっていることになります．こうした意味で，自然の状態 θ_i に対して決定者が付与している主観確率を $P(\theta_i)$ とします．また結果 A_{ij} の決定者にとっての価値を V_{ij} とします．そうしますと行動 a_j の中で，期待価値

$$\sum_i P(\theta_i)\, V_{ij}$$

を最大にする行動をとることの合理性を公理から演繹しようという方向に最近の決定理論は動いているように思われます．これは結局，θ_i の上の確率分布 $P(\theta_i)$ に関するベーズ解を求めること

に外なりません．ただし，前に Wald の決定函数のところでお話しましたベーズ解とは，θ_i の確率に関する認識において本質的な差異があるわけです．Wald の場合には，θ の上の確率分布を先験的(a priori)とよんでいるのに対して，新しいベーズ解の立場では，それを事前的(prior)とよぶ場合が多いようです．その裏には，新しい情報が得られると，予めもっていた θ の上の事前確率を事後的(posterior)確率に修正して，それに関するベーズ解を求める，という意味が含まれているわけです．新しい情報が標本という形で得られるときには，事前確率から事後確率への修正は，ベーズの定理を使ってなされます．その意味で，この新しい立場の決定理論がベーズ的立場ともよばれています．この考えが最近の統計学にも新しい灯をともそうとしています．

主観的確率などというものは，少くとも OR の実際において，ほとんど使われた事がないし，また心もとないものと考えられる方があるかもしれません．しかし私はそれに対しては反論したいのです．例えば在庫管理の例をとってみましょう．その場合に伝統的な OR の方法でも，次期の需要の確率分布を問題にするわけです．それではその確率分布をどうして求めているのでしょうか．次期の可能な需要量を自然の状態とよび，それらを θ_1，…，θ_m と表わしてきました．そうしますと，過去のデータから，需要が θ_1，…，θ_m となった場合のヒストグラムを描いてみて，それに諸般の事情を加味して需要の確率分布を求めているのが実際ではないでしょうか．これはまさしく主観的確率そのものに外なりません．こうした事実，またその意味等をよく検討しないものですから，こうした性格の需要の確率分布を，うやむやの中に頻度説に立つ他の確率分布と結びつけたりして数学的演算を進めているのではないでしょうか，そのために数学的計算の結果として得られた解についても，その解釈がなにかしら曖昧なものとなってしまうきらいがあるように思われます．繰り返しのきく場合のみならず，繰り返しのきかない場合にも適用できる主観確率の立場をなぜ一貫してとらないのでしょうか，私には疑問に思われます．

良きにつけ悪しきにつけ，ある決定の結果の恩恵なり被害なりを受けるのは決定者自身であります．不確実性の下におては，ある事象の起る確率が仮に 0.95 であるとしても，いまの試行においてその事象が起るか起きないかは神以外に知る人もないのです．したがって，特に繰り返しのきかないような決定においては，決定の責任者の判断をこそ尊重すべきではないでしょうか．勿論こうはいっても，自然の状態に関する決定者の知識をより完全なものにすべき努力もなにもいらないというのではありません．その努力をした上で，決定者の判断を決定の基礎に理論づけたいというのです．

またある人はいうかもしれません．主観的確率などというものは，厳格に定まるものではなく，曖昧にしか定まらないものである，と．しかしこれに対しては次のように答えることができます．すなわち，主観確率が少し位違っても，最適な決定そのものには変りないのが普通です．少し極端な例かもしれませんが，次の簡単な第2表に示された決定問題を考えてみて下さい．ここの数字は行動の結果の価値評価の値であるとします．そして，θ_1，θ_2 に対する主

	a_1	a_2
θ_1	3	5
θ_2	6	1

第2表

観確率をそれぞれ p, $(1-p)$ としましょう．そうしますと行動 a_1, a_2 の期待価値は，それぞれ $3p+6(1-p)=6-3p$, $5p+1(1-p)=1-4p$ です．したがって $6-3p>1+4p$, すなわち p を 5/7 より小さく評価する人にとっては，a_1 が最適であることには変りがないことになります．

以上におきまして私は，決定問題において，決定者の価値評価の問題，不確実性の評価の問題の重要性を主張して参りました．このことは，OR ワーカーのトップ・マネージメントに対する発言権の問題とも関係しております．よく，OR ワーカーは事実を集めるだけであり，これこれの仮定の下でこれこれの結果が出てくるといえるだけである，ということが聞かれます．要するにこれは，OR ワーカーは事実の世界に限定されているだけであって，決定者の価値の世界には一歩も立ち入れないという立場です．もしこの立場を認めるならば，OR ワーカーはトップ・マネージメントにただ参考資料を提供するだけのものになってしまいます．その資料にもとづいて，トップがどのような決定を下そうと，一言の文句も不満もいえた義理でないことになります．それではORはなぜ価値の世界に立ち入ることができないというのでしょうか．その科学的な根拠はなにも示されていません．したがってこの議論には納得できないことです．

また次のような立場もよく聞かれます．OR ワーカーが仮に事実しか集めることができないとしても，いろんな事実を綜合してみることによって，そこから決定に対する発言権が得られることが考えられます．決定者の過去のいろんな決定過程を調べてみますと，決定者が気づかないかもしれませんが，彼はある一定のパターンに従って決定をしていることが見出されるでしょう．したがって決定者が過去の決定と斉合的であるためには，今の場合に，これこれの決定をとるべきであるということを主張できるとする，立場です．しかしここで問題になりますことは斉合的とはそれでは一体どのようなことでしょうか．例えばある人が A を B よりも選好し，B をCよりも選好するならば，A を C よりも選好することが斉合的である，といえるでしょうか．もし長さの大小関係の比較でありましたならば，確かにこうした推移性が成り立つでありましょう．しかし，このことから類推して，選好関係においても推移性の成立を求めることが斉合性の規則であると主張できるのでしょうか．この主張は恐らく直観にもとづくものでありましょう．しかし直観が科学の基礎として，しばしば危っかしいものであることはよく知られていることであります．このように，現在の決定が過去の決定と斉合的であるべし，と申しましても，その斉合性の規則なるものが明確でないのです．

これに対して次のような反論があるかもしれません．すなわち，ある人が A を B よりも選好し，B を C よりも選好するならば，彼は A を C よりも選好する，というような規則までも否定してしまうならば，恐らく科学的論証それ自体が成立し得ないでありましょう，と．ここで，科学者自体が1人の決定者であることに注意すべきだと思います．彼は何を研究すべきかを決定し，問題に対してどのようなモデルを構成すべきかを決定し，いつ，どこで，なにを観測するかを決定して参ります．したがって，OR は，あるいは科学が事実を述べることができるだけである，と仮りにいったとしても，その事実を事実として受け容れること自体が科学者の判断，決定に

まつわけです．このように科学的研究を1つの決定過程と考えることができます．したがってこの科学の決定過程を支配するなにか規則があることでしょう．それではその規則に従って，OR ワーカーはトップに対してこれこれの決定をすべきである，との発言権をもつのではないでしょうか．ところが不幸にして，科学を支配する決定の規則はなんであるのか，さっぱり分らないのです．

それである人々は合理的決定ということに重点をおきます．このように決定することが合理的であるから，その意味においてその決定をすべきである，という形で OR ワーカーがトップに対して発言権をもっという立場です．それでは合理的決定とはどういうことでしょうか．それは次のような意味であります．von Neumann & Morgenstern の効用理論に関連してふれましたように，人間の選択行動に関するいくつかの公理を最初に設定します．もしトップがその公理を認めるならば，そこから論理の結論として得られる決定に従うことをもって合理的な決定というわけです．ところが，幾何学においていろいろな種類の公理体系から，いろいろの幾何学が可能になってくるのと同じように，人間行動に関するいくつもの公理体系を設定することが可能であります．そうしますと，違った公理体系からは違った結論がでてくることでありましょう．それではどちらの結論にしたがうべきでしょうか．すなわちどちらの公理体系をより良いものと考えたらよいのでしょうか．直観だけでその決定を下すことの危険については上にも注意しました．さらにまた合理性の立場には次のような問題があります．すなわち，ある公理体系から規定されてくる合理的決定なるものが，倫理の問題と全く無関係である，ということです．したがって，合理的決定なるものが，倫理的にみて好ましからざる決定であることも起り得るわけです．もしそうだとしますと，企業の社会的責任を痛感しているトップに対して，果しここでいう合理的決定なるものが十分の説得力をもつものでしょうか．

ここで私達は Churchman の "Prediction and Optimal Decision (1961)" に現われた彼の立場に注目してみる必要があると思います．決定者に対して，これこれの行動をとるべきである，という強い形の勧告は，決定者が目的に対してもっている価値を測定することによって可能になることを主張しています．これに対して，効用理論がすでに価値の測定を問題にしたではないか，と疑問に思われるかもしれません．しかし Churchman のいう価値の測定は，効用理論における測定とは相当違った認識に立つものであります．一体，測定とはなんであろうか，という検討から始まります．例えば，ある棒が 50cm の長さをもつということが測定であるためには次のことが可能でなければならないとします．例えばその棒が，温度 100°C の下ではどのような長さになり，−50°C の下ではどのような長さになるか，というように各種の違った情況の下での長さの予測を可能ならしめる変換法則が知られていなければなりません．単に 50cm という数値を求めるだけでは測定ではなく，相異る情況の下で利用可能な情報を提供できることによって，はじめて測定であると考えるわけです．その意味では測定は1つの予測に外なりません．したがってこうした意味をもつ測定のためには，測定の標準状態を指定し，それと同時に，その状態の下

で得られた数値が，違った情況の下でどのように変換されるべきかを示すところの理論が用意されていなければなりません．結局，測定も理論も表裏一体のものと考えられます．決定者の価値の測定という測定も，この意味においていっているわけです．したがって価値の測定のためには，少くとも測定の標準状態として なにをとるか，が明らかに されなければ いけません．Churchman は，決定者が完全な知識をもち，自由に拘束されることなく選択できる状態をもって，価値測定の標準状態にとることを提案しています．ここで完全な知識をもつというのは，可能な自然の状態の各々が生起する確率を知るということであります．それでは，その確率とは何であるのか，またまた問題になります．いずれにしても，もしORワーカーが，この意味でトップ・マネージメントのもつ価値を測定できるならば，標準状態におけるトップの行動を予測できることになります．その意味においてORワーカーはトップに対して，これこれの行動をとるべきである，との勧告をすることができるようになる．というのが Churchman の立場のように思われます．

OR の各種の算法の開発が重要であることは申すまでもありません．それと同時に，その手法を単に数学としてではなく，企業経営の問題に真に役立つものとして展開，応用していくためには，価値の問題，確率の意味づけの問題，さらには科学方法論一般の問題をも十分考えてみる必要があることを強調して，私の話を終りたいと思います．