

Claude Berge: "The Theory of Graphs and its Applications"

Methuen & John Wiley 1962

私はいわゆるグラフの理論（例えば古く有名なものとしてはハンガリーの König の本がある）についてはほとんど知らないが、この本はとにかく極めて興味深いものであった。それはこの本において非常に多くの種類の、一見互いに関係が全く無いように思われる問題が、グラフという観点からあざやかに統一的に説明されているからである。

グラフとは、直観的にいえば、点と、点と点を結び線の集まりと考えることができるが、抽象的には、ある集合 X と、 X から X 自身へ写像する（一般には多価の）関数であると定義することができる。そうしてこれにいろいろな条件をつけ加えることによって、いろいろな型のグラフのいろいろな性質が導びかれるのである。以下この本で、どのようなことがグラフの理論という形の下にのべられているかを簡単にのべよう。全体は 21 章からなっている。その標題を順にあげると、1. General definitions 2. Descendance relations 3. The ordinal function and the Grundy function on an infinite graph 4. The fundamental numbers at the theory of graphs 5. Kernels of a graph 6. Games on a graph 7. The problem of the shortest route 8. Transport networks 9. The theorem of the demi-degrees 10. Matching of a simple graph 11. Factors 12. Centres of a graph 13. The dia-

meter of a strongly connected graph 14. The matrix associated with a graph 15. Incidence matrices 16. Trees and arborescences 17. Euler's problem 18. Matching in the general case 19. Semi-Factors 20. The connectivity of a graph 21. Planar graphs それと 2 つの Appendix がある。

このような標題からもわかるように、この本の内容は、到底小さい紙面では、紹介することはできない。例として、これらの章の中で扱われている問題の中から、ランダムにいくつかをあげると、基石取りの問題（いわゆる Nim）、輸送網の問題、Hamilton の問題（世界一周の問題）木 (tree) の問題等等がある。このような例から見ると、何か遊戯的な内容のものが多くように思われるかもしれない。しかし、OR においてもいろいろ実際に役立つと思われるようなことも実は数多くふくまれている。

理論的に興味深い点もいろいろあるが、私には、方向のついたグラフにおける Grundy 函数とその応用、輸送網の問題における minimal cut = maximum flow の定理、およびそれにもとづく Ford-Fulkerson の algorithm のいろいろな問題への応用が面白かった。例えば基石取りの問題の必勝法が Grundy 函数を用いると鮮やかに導かれている。

(竹内 啓)