

## OR私観†

—価値観について—

小野 勝次\*

### 1. まえがき

われわれには、とかく何にでも順位をつけてみたがる傾向がある。強者がいれば最強者は誰かと問い、学校に生徒が入れば、誰が首席かと問いたがる。OR関係者もこの例外ではない。あの手、この手があるときには、好んでどの手が最適かと問う。最適の追求をやめれば、ORの過半は消滅するだろう。

こういう傾向を持ってはいるが、現実の価値体系は複雑であるので、そう簡単には最強、最適等は求められない。そこで、現実の複雑さを口実に、その場しのぎをしたり、逃避したりしがちである。しかし、建設的であるためには、たとえ現実が複雑であろうとも、ありのままの現実を直視しなければならない。

最高、最善、最適等を求めようとする、とたくむりが起こりがちである。だからといって、最高、最善、最適等は所詮夢にすぎない、幻にすぎないと、その追求をあきらめてしまえば逃避的にならざるをえない。われわれは、好むと好まざるとにかかわらず、時として期限付決断を迫られる。期限までにはどうしても選択せざるをえないような事態もしばしば起こる。優柔不断で何もしなかったというようなときでも、実は、何もしないという途を選んだことになる。選択の逃避も選択の中、選択を迫る時の流れはまことに手きびしく強制的である。

選択の要求に完全に応じるには、すべての方途をすっきり整列させてしまえばよい。しかし、これは現実にはなかなかむずかしい。実際には、すっきり整列させることもできないので、方途の評価をすることによって間に合わせている場合が多い。たとえば、方途に0点から100点までの採点をして、得点順に並べるというようなやり方である。評価は、このように採点という形ばかりをとるのではないが、とにかくおのおの方途に対して一つの実数を対応させる。

このようにすることによって、とかく二方向から問題が起こる。その一つは、実数による評価が時として異なる方途に対して同一の評価値を与えるために、完全な順序づけにさえならないということである。同一の評価値を与えられた二つの方途の間でも、時として一方を選ばなければならないはめに陥るのである。

第二の問題として、各方途に対してただ一つの実数評価値を与えることには現実にもむりがある

† 1973年8月11日受理。

\* 名古屋大学名誉教授。

ということである。われわれは、方途をいろいろな面から眺めて評価する。たとえば、先細りの予想される業務の転換をはかるとき、いろいろな転換案に対して、1年後、2年後、3年後、…の業態の予想をたてるとしよう。これらを、それぞれ実数値で評価しえたとしても、1年後、2年後、3年後、…に対する評価値の系列で表わされるだけで、ただ一つの実数で評価されるとは考えにくい。一つの実数での評価なら、評価値を同じくすることもあるような粗い順序づけであるにせよ、とにかく評価に応じての順序づけができようが、評価値系列で表わされた評価に応じての順序づけはただちには与えられない。

その上、われわれは、世代間に価値観の断絶ありとさえ考えられている時代にいる。このことは、現代の価値体系の構造が多重的であることを浮彫りにしているともいえよう。長期的希望に賭けた価値観と刹那に重点を置く価値観では、喰い違いを生じるのは当然である。多重構造をもつ価値体系におけるこのようなさまざまな価値観を正確に捉えることなくしては、現代を理解することはできまい。

本稿では、多重構造をもっている価値体系の中で、それぞれの個人が、また、いろいろな社会がおのおの独自の価値観をもって、価値体系は多重的であるにもかかわらず、現実の行動においては、しばしば強制的選択を強いられているわれわれを、数学モデル的にせよ、どのように捉えるのが適当であるかということを中心にして考察する。

さて、本稿の書き方であるが、多重構造をもつ価値体系における価値観の捉え方について、私の夢をできるだけ活々と語りたと思う。結論的な部分だけを抽象理論に整理して述べる途は安易ではあるが、夢を語るにふさわしい途とは思えない。私はあえて、形式的には八方破れになろうとも、問題点を示すことに力を注ごうと思う。このような問題に関しては、ほんの一、二の例に基づいて考えをおし進めるのはもとより不適當であるが、多くの例をあげて説明するだけの紙数もない。この点、どうか筆者の意のあるところを汲みとられたい。

2節においては、価値観について常識的考察をする。数学的に捉えることの緒は求めるが、あえて素朴な考察を進める。ただし、ここでいう価値とは広義に解してのものである。たとえば、ORで最適解を目的関数を最大にする方途の追求の形で求めるとき、広義に解した価値概念によれば、同じことを最大の価値へ導く方途の追求として捉える。

ここで述べる価値観の数学的把握は、多重構造をもつ価値体系の中でする選択を、数学的にもむりなく理解する目的にも適うと考える。

2節において、もっぱら素朴に導入した価値観概念ではあるが、論理的理解を容易にするためには、ある程度の一般化、抽象化も必要になる。人それぞれに、また同じ人でも時に応じて固有の価値観を知ることが重要ではあろうが、全貌を捉えてはじめてわかる価値観の本質もあろう。

3節ではこのような問題を取り扱う。

このように一般化して考えた価値観のもつ多くの可能性の中で、現実の価値観の占める特殊な位置づけをすることが4節の主目的である。ことに、価値観には人間臭い側面がある。4節では、人間的有限性が現実の価値観にどう反映しているかについても考察する。

5節はあとがきで、書き残したことどもについていささか触れて結びとする。本稿は、もともと学会会員各位の研究になんらかのきっかけを与えたいという心で書いたもので、完結した論文の形をとることは意図しなかった。どうか、意のあるところをお汲みとり願いたい。

## 2. 価値観

### 2.1 広義の価値

価値概念に未だ検討すべき問題を残してはいるけれども、ここでは1節で述べたように、とにかく広い意味に解する。価値観はとにかく選択を通して現われる。選択は必ずしも悔を残さぬわけではないが、理想としてはより大きな価値に導く途を選ぼうとしているという意味で、選択の背後には常に広義における価値観ありと考えられる。最適の途を選ぼうとすることも、広義に解した最大の価値へ導く途を選ぼうとしているといえよう。

実際の選択においては悔を残しがちであるが、悔にも二種類あることを忘れてはならない。野球で打者のカウントが2-3のとき、出塁している走者が次の投球と同時に走り出さなかったことを悔いるにしても、1死の場合と2死の場合では意味合いがちがう。1死の場合なら、その場は走らないで損をしたかもしれないが、走り出さないことも十分の理由がある。ところが2死後なら、走り出さなかったことはまさに怠慢で、本式に悔が残る。

選択には、このように確率的な面がある。確率的に考えてまずい選択をしたとはいえ悔もあるのだ。どう見てもまずい選択だったという悔もあるのだ。

### 2.2 方途集合

選択をするからには、選択可能ないくつかの途があるはずだ。選択可能な方途は全体として一つの集合をつくるだろう。この集合をその選択の際の方途集合と呼ぶことにしよう。

選択の例として採用試験をとり上げよう。この際の方途集合として応募者の全体をとる考え方もある。また、別の考え方としては、それぞれの応募者に対して、採か否かの二者択一という考え方もある。

あとの考え方を、数学的に表現すれば、応募者の部分集合の全体、すなわち応募者集合の巾集合を方途集合としてとることになる。

方途集合として応募者集合をとると、採用試験では方途集合から複数元(0個, 1個を含めて)を選択することになるが、応募者集合の巾集合を方途集合とすれば、採用試験では方途集合からきっかり一つの元を選ぶことになる。方途の本来の意味からすればこのほうが自然である。

方途集合は、このように、選択ではその中からきっかり一つの元を選ぶことになるような形で捉えるものとする。

### 2.3 順序づけと評価

方途集合を有限と仮定するのは必ずしも妥当ではない。最適問題を解析的に取り扱う場合など、方途がいくつかの定数パラメータによって表わされていることが多い。このような場合には、原理的には方途集合は連続濃度をもつことになる。

方途集合のいかなる部分集合をとっても必ず首位になる方途があるように順序づけるということは、方途集合がその順序づけによって整列される（方途集合の任意の部分集合に最上位の元が存在する）ということにはかならない。方途が価値の大きさの順で整列されるのを期待するのは、あまりに虫がよすぎよう。そのような期待を持ちうるのは、方途集合が有限の場合に限るといってもいい過ぎではあるまい。

方途集合をなんらかの価値の大きさ順に並べたとき、整列はおろか、線型順序（上位下位の関係について移行律が成立し、相異なる方途に対しては、いずれか一方が、しかも一方だけが他方より上位になる）になることさえ期待薄である。

このようなわけで、この種の集合の順序づけでは同順位を許した順序づけ（大小関係では $\leq$ に対応するもので「前者が後者より下位または同順位」の関係に関して移行律が成立し、任意の二つの元に関して、この関係または逆関係が成立し、両者が成立するときは二つの元が一致する）がよく使われる。これは、広義の順序づけといえる。

広義の順序づけを行なう最も簡便な方法は評価である。たとえば打撃率は打者に対する一つの評価で、この値の順に並べてベストテンの表を作ることができる。ただし、同率の打者の現われることもあるから、これによっては広義の順序づけしかできない。

広義の順序づけも評価も方途集合の写像によって表わすことができる。通常は実数体の中への写像で表わされる場合が多いが、理論的には実数体への写像ではうまく表わせないこともある。しかし、順序集合への写像としてなら必ず表わせる。

この表現方法は、たとえ実数体への写像と限った場合でも、一意的ではない。たとえば、単なる順序づけが、方途集合から実数体への写像  $v(x)$  で表わされたとしよう。そのとき  $f(z)$  で任意の単調増加関数を表わすと、 $f(v(x))$  もまた同じ順序づけの表現になる。

表現を一意的にするためには、順序づけや評価を表わす写像の全体（写像束）をとり上げることである。このようにして表現されるものを、今後一般に評価と呼ぼう。すなわち、理論的には評価とはこのような写像束であると考ええる。このような評価の中には、ただ一つの元から成る単純写像束もある。

評価を表わす写像束の中から実数体への写像だけを取り出して作った束を、その評価の実数部分と呼ぶことにする。これは空になることもあるが、これが空でない場合には、評価はその実数部分でも表わされる。

#### 2.4 評価族

野球の打者をくらべる資料として、打撃率、出塁率などいろいろな評価が考えられるように、方途空間に対してもいろいろの評価が考えられる。したがって、おのおのの評価はそれだけで方途の価値を示すとは考えられないが、方途の価値を査定する礎石となることは疑いない。そこで、方途集合に対して、われわれが問題にする評価の集合を評価族と呼ぶことにしよう。

われわれが問題にしている評価は、理念的には、通常かなり広汎なものであることをここで注意しておこう。たとえば、誰が大打者であるかを問題にするとき、打率も考慮に入れる、出塁率

も考慮に入れる、両者を考慮に入れるために、この両者の平均をとったりする。平均といっても両者に対する荷重をいろいろにする。理想的には両者のすべての荷重平均を考慮に入れようというわけだ。

打率のように数値そのものに意味があると考えられる評価、前年度第何位というように順位だけが意味をもつ評価等さまざまであり、とり入れ方もさまざまであるので、評価族は時と場合によって広くも狭くもなるのではあろうが、選択の際にはなんらかの評価族を背景にもつと考えている。

### 2・5 価値観の確率論的性格

評価族を礎石として、価値観がつくられるものと考えられるが、価値観はまた個性的でもあるはずだ。時間切れ、その他の理由で、選択をせまられれば、評価族の中のいずれかの評価に従うことになる。しかし、悔いの残ることも多く、再び同じ状況で選択をせまられても同じ選択をするとは限らない。選択は方途そのものの選択に先立って評価の選択をすることになるが、その際にもサイコロを振るような思いをする。評価の選択にも確率論的色彩を見落とすことはできない。

たとえば、ある企業で新たに購入する機械に A, B, C の機種があるので、甲乙兩名にこれら 3 機種 of テストを命じたところ、甲は A, B, C の順といい、乙は B, A, C の順であると考えが、これ以上の検討は時間的に不可能であるということだったとする。あとは、経営者の判断で A か B かを採用せざるをえないが、経営者としては、A, B 両機種からの選択というよりも、それに先立って甲乙兩名の評価からの選択という方向に向かわざるをえない。その選択にも確率論要素が多いというわけである。

このようにしてみれば、**価値観を評価族の上の確率分布として捉えることが自然であろう**。本稿において私が強く提唱したいのは、価値観をこのように捉えた上で、OR の諸問題を再検討することである。

### 2・6 多重価値構造

価値観をこのように考えようとした動機は、多重構造をもつ価値体系の中にいるという意識と、とかくすべてのものを価値の順で一列に並べて捉えようとする傾向との間に橋渡しをしようということであった。

価値観へ至る道順として、まず方途集合を考えた。方途集合の上では、評価の意味を多少一般化してから評価族なるものを考えた。価値観はこの評価族の上の確率分布として捉えられた。

価値体系の多重構造は、いろいろな評価を元としてもっている評価族の多重性によって示されている。評価の実数部分に注目すれば、各方途に対する実数値においても、また対応させられた実数値順の順序においても、同じ評価族に属する評価間に多くの喰い違いを生じる。評価族の段階で方途の価値はまさに多重的である。

評価族の上の確率分布と解した価値観によって、方途を一列に順序づけることは必ずしもできないが、確率分布はいずれか一つの評価をとりあげようとする意図を示すと考えられるので、一

列順序づけへの志向をここに認めることができる。

### 3. 統一理論

#### 3.1 必要性

価値観はもともと個性的なものである。誰もがそれぞれの価値観をもつばかりでなく、同じ人の価値観も時代によって変化する。企業等諸機関にとっての価値観もそうであるし、社会的通念の背後にある価値観も、それぞれの社会に固有なものであり、時の流れにしたがって変化もする。

われわれは、まず方途集合の上で評価族を考え、その評価族の上での確率分布として価値観を捉えた。方途集合も評価族も、それぞれの主体に対し時の流れとともに変化するであろう。その変化も関心のもたれるところではあるが、いろいろな人のもつ価値観の比較にもまた関心がもたれる。

比較し、変化を追うのは、対象が固定的でないからこそ意味があるが、それには背後に共通性を見いだして差異のありかをはっきりさせることが必要である。価値観を比較し、変化を追求したいがゆえに、価値観そのものにとって本質的な共通なものをつかみたい。これが統一理論構成への導因である。

#### 3.2 方途のユニバース

方途集合が個々の場合に異なることの不便を解消するためには、すべての方途集合を全部併合わせたものと考え、すべての場合に共通なユニバースとすることが当然考えられる。このようにして考えられたものは方途のユニバース、または略してユニバースと呼べばよいだろう。統一理論の出発点としては、方途集合の代わりにこのユニバースをとり上げるのが実際のであろう。

しかし、方途集合とは、それぞれの場合の可能な方途の集合で、ユニバースの大部分の元はこれに属さないであろう。だから、ユニバースの上で評価を考え、これらまったく無縁の方途にまで評価を与えることはむだ骨折とも思われる。そうかといって、評価としてユニバースの一部を順序集合に写像するものをすべてとり上げるのでは、話が徒らに複雑になる。

むしろ、評価を自然にユニバース  $U$  にまで拡大することを考えたほうがよさそうである。すなわち、もともとの方途集合  $M$  をある順序集合  $L$  に写す写像  $v$  に対し、ユニバース  $U$  を新しい順序集合  $L'$  に写す写像  $w$  を次のようにしてつくる： $L$  に一つの理想元  $o$  を添加したものを  $L'$  とし、 $L'$  の順序としては、 $L$  の元の間はもとのままとし、 $o$  は  $L$  のすべての元より小さいとする ( $L$  の順序を  $<$  で、 $L'$  の順序を  $\dot{<}$  で表わせば、 $L' = L \cup \{o\}$ ,  $\forall x, y (x, y \in L \rightarrow (x < y \rightarrow x \dot{<} y))$ ,  $\forall x (x \in L \rightarrow o \dot{<} x)$ ). このようにしたとき、方途集合  $M$  を  $L$  に写す写像  $v$  に対して、ユニバース  $U$  を  $L'$  に写す写像  $w$  を、 $M$  の元  $x$  に対しては  $w(x)$  は  $v(x)$ 、 $M$  の外のユニバース  $U$  の元  $x$  に対しては  $w(x)$  は  $o$  とすると定義する ( $\forall x (x \in M \rightarrow w(x) = v(x))$ ,  $\forall x (x \in U - M \rightarrow w(x) = o)$ ).

$o$  のとり方は、必ずしも一定しないので、このようにして  $v$  を拡大した写像  $w$  は、実質的には同じ写像と考えられても、一意的とはいいいかねる。しかし、このような  $w$  で  $v$  が一意的に規

定されるばかりでなく、もとの方途集合  $M$  までが一意的に規定されることは注目に値する ( $M = \{x | x \in U, w(x) \neq 0\}$ ).

方途集合  $M$  からの実数体への写像  $v$  を、上に述べた方法でユニバース  $U$  からの写像  $w$  にまで拡大することはできるが、実数体への写像として  $w$  を求めることは必ずしもできない。  $v$  の値域に下界のない場合にはそれができない。

実用上重要な正数への写像  $v$  の場合、すなわち  $P$  を正数の集合としたとき、  $v$  は  $M$  を  $P$  へ写す写像である場合には、  $P$  に対して  $0$  を理想元代わりにとることができる。すなわち、  $0$  を含めた正数の集合を  $\bar{P}$  で表せば ( $\bar{P} = P \cup \{0\}$ )、  $w$  はユニバース  $U$  から  $\bar{P}$  への写像ということになる。

### 3.3 ユニバースにおける評価

方途集合上の評価をユニバース上の評価にまで拡大してみると、評価はすべてユニバースから最小元をもつ順序集合への写像の束と考えられ、この最小元の原像の集合ともとの方途集合とがユニバースにおいて互いに補集合をなしているということになる ( $0$  をこの順序集合の最小元、  $w$  をこの写像、  $M$  をもとの方途集合とすれば、  $U = M + \{x | x \in U, w(x) = 0\}$ ).

このように考えるなら、むしろ一般にユニバース  $U$  を最小元をもつ順序集合 (各写像ごとに異なってよい) へ写す写像の集合で、それぞれの写像の値域である順序集合の最小元の原像の集合は、共通であるものを一般に評価と呼べばよからう。このとき、各写像に対して共通な各順序集合の最小元の原像の集合のユニバース  $U$  に関する余集合をこの評価の方途集合と呼べばよからう。

評価概念をこのように一般化すれば、極端に多くの写像束が評価と見なされることになり、通常の評価の意味から離れるきらいもあるが、一般理論はこのように思いきった拡張をしたほうが滑らかに展開されるようである。

### 3.4 評価空間

われわれの一般理論の展開は、ここで岐路にさしかかる。すなわち、評価族の概念をできるだけ原形のまま残して、必要な調整だけを加えていくか、方途集合から方途ユニバースへ飛躍したように、ここで思いきって評価の全体をとり上げて、評価空間と呼び、必要な限定はすべて価値観を定義する評価空間の上での確率分布に委ねるかの選択である。双方の途に沿って理論を展開して比較してみた結果からは、後者をとるほうが好都合のように思われたので、本稿ではその方針をとることとし、評価空間を考えることにする。

### 3.5 一般論における価値観

ここまでくれば、評価空間上の確率分布を価値観と考えることは自然の成行きである。一般理論としては、価値観をそのように定義しよう。

問題は、このように定義された価値観概念のあまりの広漠さにある。常識的価値観はたしかにこのようなものとして捉えられもしようが、このような形は常識的価値観を越えてはるかに広範な範囲に当てはまる。われわれは別に、概念の一般化に興味があるわけではなく、常識的価値観そのものを捉えたいのであるから、この一般化は目的に適っているかどうか、検討してみる必要が

ある。

私は、理論的形態からは、価値概念をここまで広げることを適当だと考えたが、常識的価値観はこれの極端に特別な場合であるとも考えている。しかし、その特殊性はまったく常識的にだけ捉えられるもので、数学的に捉えられる類のものではないとみている。だからこそ、このように思いきって拡張された形を提案しているのである。

これはたいせつなところだから、一つの類比をあげておこう。われわれは、日常生活ではごく限られた範囲の数を扱う。有効数字がたかだか20桁くらいまでの数値を扱っていて、実際に扱う数値については、それが有理数であるかないかなどということは実用上は問題にならぬ。しかし、数学理論は、実用上自然に現われる有効数字20桁以下というような制約をはなれて、一般に実数を扱ったほうが滑らかに展開されるし、そのように展開された数学理論がより強大な応用領域をもつことにもなる。われわれが常識的価値観を超越して、価値観の一般理論を展開するのは、数学では何千桁の数でも考え、また無限の有効数字をもつと考えられる実数の一般理論を展開するようなものである。このような実数概念を背後にもたなければ、かえって日常的数概念が捉えにくいように、このように一般化された価値観概念なくしては、現実の価値観を捉えることはかえってむずかしからうと私は考えている。

### 3・6 価値観の主観性

価値観には、もともと主観的側面と客観的側面がある。最初のんびり捉えた価値観においては、主観性のありかは不明で、方途集合にも、方途集合の上での評価族にもたぶんに主観性が潜んでいた。

ところが、一般理論になると、方途のユニバースも、その上での評価空間もすべて普遍的で、ここには主観のはいる余地はなく、主観はもっぱら評価空間上での確率分布に盛り込まれることになった。

価値観としての確率分布はたぶんに主観的であり、時にはばかげた価値観も現われ、また非整合的な価値観の起こる可能性もある。したがって、理性的価値観を追及する余地も残されているわけである。

## 4. 価値観の現実

### 4・1 具体論

具体的問題が起こったときに、整理してうまく位置づけ、適確に処理できるようにするために、一般理論では、地図を作成し、ルールを設立するなどという仕事をしておかなければならない。そのためには、現実に関切実な問題は起こっていないようなところも地図には盛り込み、単なる可能性に対しても前もってある程度のルールをきめておく必要もあろう。

しかし、しばしば起こっていることと、めったに起こらないこと、あるいは単に可能的なことに対しては異なった態度をとるのは当然のことでもあろう。

このことを念頭において、現実には価値観はどのようになりがちであるか、すなわち、評価空



間上ではどのような確率分布が与えられがちであるか、またどのような価値観は納得ゆき、どのような価値観はばかっているか、さらには、価値観の育成にはどのような問題があるかを考察することが、実際のところ最も重要であろう。

#### 4.2 評価の構造

値域である順序集合に最小元があって、その原像の集合が共通であるような方途のユニバースの写像の集合をすべて評価として捉えた。この意味では空集合も評価にはいるが、これは実際の意味をもたぬので取除けて考えておこう。

値域となる順序集合を、下界のある実数の集合とか、さらには0と正の実数の集合 $\bar{P}$ というふうに限ることは、十分有意義な実際的评价を除外する結果になることもある。しかし、現実には $\bar{P}$ への写像の集合が最もよく使われるので、話を簡単にするために、ここではおのおの写像の値域は $\bar{P}$ であるということにして話を進めよう（通常評価）。

このような評価の中で最もよく現われるものは、次の3種類（4.2.1, 4.2.2, 4.2.3）であろう。

**4.2.1 単純評価** ただ一つの写像からなる評価。これはごく普通的评价で、その評価による数値そのものが意味をもっていると考えられる評価である。

**4.2.2** この評価の中から一つの写像 $v(x)$ をとり出すと、この評価に属する他の写像はすべて $kv(x)$  ( $k>0$ )の形に表わされ、またこのように表わされるすべての写像を含むような評価。この評価に属する写像はある単位に対応し、写像の表わす数値は、その単位で測った評価の値になっている。

**4.2.3 単純順序づけ** この評価の中から一つ写像 $v(x)$ をとり出すと、この評価に属する他の写像はすべて、 $f(0)=0$ で単調増加の関数 $f(z)$ によって $f(v(x))$ の形に書け、またこのように書けるすべての写像がこれに含まれているような評価で、これは単に順序だけを問題にした評価である。

#### 4.3 評価の合成

評価にはいろいろな合成方法がある。たとえば、

**4.3.1 単純評価（4.2.1型評価）と単純順序づけ（4.2.3型評価）の集合から、次のようにして新しい単純順序づけを作ることができる。** すなわち、これらの中にあるいずれかの評価で $x$ は $y$ より上位あるいは同位るとき、またそのときに限り $x$ は $y$ より上位あるいは同位として新しい単純順序づけの順序を定義する。これは、評価の集合で、順序に関し異口同音である場合だけに新しい評価においても順序を保たせたものである。この評価の方途集合は、個々の評価の方途集合の交（共通部分）である。

**4.3.2 単純評価（4.2.1型評価）の有限集合があるとき、各評価に属するただ一つの写像をそれぞれ $v_1(x), \dots, v_n(x)$ で表わせば、 $k_1, \dots, k_n > 0$ に対して、 $k_1v_1(x) + \dots + k_nv_n(x)$ で表わされる写像だけをもつ集合として新たな一つの単純評価を作ることができる。** これは単純評価の正係数一次結合である。この評価の方途集合は、各評価の方途集合の結（和集合）である。

**4.3.3 単純評価（4.2.1型評価）または単純順序づけ（4.2.3型評価）の集合があるとき、こ**

れにある確率分布を与えた上で、この集合に属する評価によって  $x$  が  $y$  より上位あるいは同位になる確率が  $1/2$  以上のときに、 $x$  を  $y$  より上位あるいは同位とする。ただし、 $x$  と  $y$  とが同位であるのは、このルールから結論される場合に限るとすると、与えられた確率分布に応じて新しい順序づけができる。もとの評価が通常評価である場合には、合成された評価も通常評価として表わされると思うが、実はまだ証明していない。この評価の方途集合は、もとの評価の方途集合の結と交の間にある。この合成方法を確率的合成と呼んでおこう。

これらは評価の典型的な合成方法であるが、このほかにもいろいろな合成方法が考えられる。

#### 4・4 評価の集合の生成

われわれが実際に抱く価値観を評価空間の確率分布の形で捉えたとき、正の確率を持つような部分の実質的中心は比較的簡単な集合であると考えられる。価値観のこの主要部は、なんらかの意味で有限的に生成されているものと思われる。

評価にいろいろな合成方法があるならば、有限個の評価から、有限的に記述される生成原理によって生成される評価の集合もあるわけだし、このようにして生成された評価の集合は、ある意味では有限的に生成されているということもできるであろう。

**4.4.1** ORなどで最もよく使われる評価の集合は、有限個の単純評価（4.2.1型評価）から正係数一次結合（4.3.2型生成法）によって生成される評価の集合である。

**4.4.2** 有限個の単純評価（4.2.1型評価）と単純順序づけ（4.2.3型評価）から、単純評価の一次結合（4.3.2型生成法）と、単純評価および単純順序づけの確率的合成（4.3.3型生成法）によって生成される評価の集合で、これは常識的価値観の主要部をなすと考えられる。

#### 4・5 評価の集合の価値観支配度

価値観は評価空間の上の確率分布として捉えられ、その主要部は、現実には比較的簡単な構造をもつ評価の集合であろうと見当をつけた。ここで、ある評価の集合が、ある価値観すなわち確率分布に関して主要部であるということの意味をさらに明確にする必要がある。

評価空間に確率分布が与えられているということは、評価のいろいろな集合に対して測度が与えられているといいかえることができる。確率分布であるから、全空間の測度が1であることはいうまでもない。

評価空間の上に、価値観として確率分布、すなわち測度が与えられている。ここで、可測な評価の集合があって、この測度が1に近ければ、この集合上の測度分布によって全体の測度分布を推測することができる。もし、この測度が1であれば、全体の測度分布の有様は、この集合上の分布によって完全に定められてしまう。

こういう意味から、評価の集合の価値観による測度を価値観に対するこの集合の支配度と呼ぶことにする。

#### 4・6 通常評価の集合の価値観支配度

評価空間の中から通常評価だけをとり出して通常評価の集合を作ると、多くの場合に、これが価値観を完全に支配する、すなわち支配度が1になるのではないかと考えられる。

もちろん、これは一般理論の論理的帰結ではありえないが、現実の価値観は完全に支配されている場合が多く、他の場合にも圧倒的に大きな支配度が示されるように思う。

このようなことが考えられるので、私はむしろ、通常評価の集合に完全には支配されない価値観の実例をとるべきではないかとさえ考えている。この方向の研究の緒として、一つだけ簡単な例をあげておこう。

**4・6・1** たとえば人間の身長と体重のように、実数で表わされる二つの標識によって辞書の順序づけをしたとき、すなわち、まず身長（第1の標識）順に並べ、身長が等しい者同志は体重（第2の標識）順に順序づけをしたとき、身長や体重の精度の問題を度外視して、連続的に並んでいる実数すべてが使われるとすると、この順序づけを通常評価で表わすことはできない。したがって、このような評価に重点をおく価値観に対しては、通常評価の集合は支配的ではなくなるが、現実にもそのような価値観をもつことはまずなかろうと考えられる。

#### 4・7 人間的有限性の反映

われわれ人間のもつ価値観には、人間的有限性の反映があるにちがいない。わずかな曖昧さはまぎれ込むかもしれないけれども、主要部分は有限的に表現されるものであるにちがいない。そういう意味で、価値観を測度分布として眺めれば、大部分の測度は、なんらかの意味で有限性を有する評価集合の上に分布されていると考えてよかろう。

そのような有限性をもつ評価集合の典型として私が考えているのは、4・4項で述べた有限個の生成元と有限的に記述される生成原理とによって生成される評価集合である。その具体的な例は、有限個の単純評価から正係数一次結合によって生成される4・4・1型評価集合と、有限個の単純評価と単純順序づけから正係数一次結合と確率的合成によって生成される4・4・2型評価集合とである。

4・4・1型は4・4・2型の特別な場合であるが、実際にわれわれが抱く価値観では、4・4・2型評価集合が圧倒的に大きな支配度をもっているのを常とする。その特別な場合として、4・4・1型評価集合が支配的である場合も少なくない。主として採点に頼る価値観がその典型である。採点と順位に頼る価値観は、4・4・2型評価集合が支配的である場合の典型である。

いずれにせよ、価値観を取り扱う場合には、人間的有限性の反映は十分考慮に入れておくべきである。

## 5. あとがき

本稿ではORの理論的背景として、価値観の正確な把握が必要であることを指摘し、その方向に考察を進めて、このような価値観理論を形成することができることを述べた。だいたいの構想を示すためだけであるから、記述は論理的というよりは散文的であったが、この方向で考察を進めれば、最終的には価値観の数学理論に導かれることが予見されるであろう。

その方向の考察は、私自身ある程度まで進めてはいるが、未開拓の部分も多い。あたかも、価値観の把握のためにここで使われた確率論が数十年前にはそうであったように、この種の理論に

は多くの不整合な部分もある。それを一つ一つ克服することが、今後の理論的な発展のためにはぜひ必要であろう。

応用面からいえば、本稿で述べたことに直接関係していることだけでもあまりに多い。ここで述べた価値観形式の多くの可能性の中で、現実の価値観の示す特殊性を捉えることがさしあたって必要である。支配度の概念を仲介として、人間的有限性をとることの緒を述べたが、この方面には多くの実際の問題がある。その他、評価概念についても、実際の評価に関してさらに現実的な考察を必要とするであろう。

まったく異なった方向にも多くの問題があることを、ただ一つの例をあげて示唆したい。

現実的価値観を十分よく支配するような有限的に形成される評価集合への追求もさることながら、ある程度の支配度をもつ評価集合を評価空間の代用としたときの結論が、ある精度で本来の結論に一致するであろうことは十分予想される場所である。しかし、ここには理論的裏付けが欲しい。そのような研究は、理論と応用とを直接結ぶ研究で、私は OR 研究においてもその種の研究が有力な結論を出すことに大きな期待をかけているので、あえてこの例を掲げて結びとする。