

ORとあいまいさと有限

九州大学 工学部 須永 照雄
(九州支部)

ORはもともと不確定な状況の下での意思決定手法として生まれた。現代は不確定の時代とよばれ、OR学会でも不確定(あいまいさ)についての議論が時々なされている。従来、あいまいさの表現・分析手法として確率や統計が使われ、現在も Fisher 流か Bayse 流かといった議論[1]がよみがえっている。また主観的あいまいさを扱うファジィ理論も出現して研究が進んでいる。今、話題になっている第五世代コンピュータは人間のように「あいまいさ」を扱えるようにすべきだ、といった議論もある。

人間の意思決定過程を論じてノーベル経済学賞を授与された Simon は「限られた知識による人間の意思決定は最適化でなく満足化である。そして個人の能力は限られているから組織が必要となり、また各人が完全な合意を得るほどの知識をもたないことが組織の問題点となる」[2]と言っている。このようにわれわれの知識の有限とあいまいさは表裏の関係にあるわけである。

ここで、あいまいさの素朴な表現法を例をあげて説明してみよう。統計や測定法の教科書に必ず出てくる式

$$(1) \quad \mu = \bar{x} \pm 2\hat{\sigma} / \sqrt{n}$$

をとりあげてみる。これは測定データの数 n がある程度多いとして、真の値をデータの平均 \bar{x} で推定するときの誤差を示す式である。バラツキを示す標準偏差の推定値 $\hat{\sigma}$ はデータの数 n にあまり関係しないから、 n を増加させると測定誤差がいくらでも小さくなることを意味している。物差で何万回も測ればミクロンの精度が得られることになる。現実にはばかげた話であるが、この矛盾の犯人はどこにあるのであろうか。犯人は使っている

物差の目盛のあいまいさである。偏った目盛でいくら測っても、その偏り以上の精度は出るわけがない。偏りの大きさを d とすると(1)の代りに、

$$(2) \quad \mu = \bar{x} \pm 2\hat{\sigma} / \sqrt{n \pm d}$$

と書くべきである。 d は最小目盛の大きさから推定がつき、この式から測定回数 n の見当もつく。統計的信頼区間とは別の意味をもつ、そしてもっとあいまいさの大きい区間概念を用いたことになる。上述の矛盾は、個々のデータがすでに「あいまいさ」をもっていることを考慮しなかったためにおこつて言うことができる。

計算機の桁は有限のため、その計算はずいぶんあいまいな面をもっている。2つの数 A, B の大小判定 $A < B$ を計算機が示したとき、 A も B も計算途中の丸めの誤差をとまなうから、本当は $A > B$ かもしれないのである2つの数 A, B があるとき、 $A > B, A < B, A \sim B$ の3つのうちの1つの判定をしてくれたらよいと思うことが現実の計算で経験している。最後の $A \sim B$ は「 A と B の大小関係は不明である」との意味である。このような場合、実際には適当な小正数 ϵ を使い、 $A + \epsilon < B$ の判定を行い、これならば本当に $A < B$ と言ってよいであろうと結論したりしている。このような事態がおきそうな問題に対して、倍長精度を用いても事態は好転しない。あいまいさをともなう数が区間表示されていれば解決がつくわけである。とにかく現在の計算機は自分の計算に責任をもとうとしない面がある。

最近ではレーザーやICに見られるように、高精度・高密度技術が開発されている。物の製作では1桁の精度向上は多大のコストと努力をとまなう。逆に精度が低くてよいなら、それをうまく利用してコストを下げられる。計算技術においても解の精度とコスト(計算時間)とは相関があるはずである。データのあいまいさが大きいなら、それを利用して計算時間を下げるような計算手法が計算の本来の姿であろう。現状はあいまいなデー

タを厳密な数値とみなして計算機へ入力し、厳密解を求めるため多大の計算時間を要するようなことをしている場合もあるのではなからうか。たとえば数理計画において、データのあいまいさを利用し、最適点でなく満足点を求めることで計算時間を減らすことも可能であると思う。

近時、資源、エネルギーや食糧の危機が叫ばれている。以前は「無限」と考えられていたものが今や「有限」と考えなければいけない時代となりこの方面へのORの活躍が望まれている。一般にORは複雑・多数の処理を対象とするが、しかしそれらは無限でなく有限である。一時「小学校で集合論を教えるなんて」といった議論があったと思うが、たしかに有理数や実数の無限集合を教えることは無理である。しかし有限集合は常識的なものであり、有限数学的概念で頭を訓練しておくことは複雑・多数なる物事を処理するのに役立つことと思う。

もう30年も前になるが、旧制高校から大学の工学部へ進学したとき、数学に対する見方が一変したのを思い出す。抽象化された実数と、現実に使われている数値との違いである。それは無限数列の極限ではなく、必ず有限桁であり、何桁まで有効かが問題となった。たとえば π を具体的に表わすには、

$$(3) \quad \pi \subseteq 3.1416 \pm 0.00005 \subseteq 3.14 \pm 0.005$$

などとするより仕方がない。たとえ π を1万桁計算したとしても同じことである。そして区間の計算[3]

$$(4) \quad \sqrt{2}\pi \subseteq [1.4135, 1.4145] \times [3.14155, 3.14165] \subseteq [4.4405, 4.4438]$$

などを考えるべきだと思った。

極限概念として抽象化された実数は、微分積分学や解析幾何学を生み、自然科学や技術の進歩の原動力となったことは明らかである。しかし、抽象化は物事的一面だけしか表わさない。実数を区

間系列の極限と考えるほかに、その中途の区間概念も実数の一面であり、そしてその有限性やあいまいさも実数の属性として受け取る必要があると思う。

われわれは数学の厳密性・極限性・無限性についてあまりにも多く教わり、そして慣れてしまった[1]。確率・統計やファジィ理論より以前の問題として、実数の有限性とあいまいさに注目することは、ORや計算機を現実問題の解決の道具により近づける1つの道具ではなからうか。

参 考 文 献

- [1] 松原望：ベイジアン源流——トーマス・ペイズをめぐって。オペレーションズ・リサーチ 28, 9 (1983), 432-438
- [2] Simon, H. A. : The New Science of Management Decision. Prentice Hall, 1977 (稲葉元吉, 倉井武夫訳：意志決定の科学。産業能率大学出版部, 1979)
- [3] Nickel, K. ed. : Interval Mathematics. Academic Press, 1973

次 号 予 告

特集 ゲーミング・シミュレーション

[座談会] ゲーミング・シミュレーションは新しい科学を作り得るか

長尾信次・木村幸信・小島敏宏・黒澤敏明
 湊 晋平・野崎進也・田中 至・山名武史
 (司会) 高橋敏朗

企業内教育におけるゲーミング・シミュレーションの利用 山名 武史

大学教育におけるゲーミング・シミュレーションの利用 黒澤 敏朗

パソコンによるゲーミング・シミュレーションと課題——カメラ業界ビジネス・ゲームを試行して 市川 新

中小企業の経営実態に即したMGの作成法

田中 至

講座 経済データの時系列分析と予測(1) 高森 寛