

経済データの時系列分析と予測 (2)

高森 寛

5. ARIMA モデルの構築—ボックス・ジェンキンスの方法を中心として—

5.1 モデル構築の概要

前回においては、多くの時系列データの変動特性を表現できる、きわめて一般的な確率過程モデルとしての自己回帰・移動平均過程 (ARMA) のモデルを説明した。また、それぞれのタイプのモデルについて、理論的に演繹される特性、特に、各モデルの自己相関関数の特徴について触れた。

今回は、現実に観察された時系列データから、経験的に、適切なモデルを模索し、構築していくという帰納的 (inductive) な作業においては、どのようなステップを踏むかについて説明し、具体的な事例を示す。従来から、一般に、モデル・ビルディングという活動は、科学 (science) ではなくて、芸・技術 (art) であるといわれているが、時系列モデルづくりの場合も、その例外ではない。

ボックス・ジェンキンス流のやり方で ARIMA モデルをつくるに際しては、図 5.1 に示すように、次の 4 つの段階を順ぐりに踏む。そしてしばしば、満足なモデルが得られるまで、これらのいくつかのステップについては、何回かくり返すのが普通である。

- (i) データの階差変換： 定常でないデータ z_t は、何回かの階差変換 $w_t = (1-B)^d z_t \equiv \nabla^d z_t$ をほどこす。(ただし、記号 ∇^d は $(1-B)^d$ を意味する。) 経済データの場合は、対数階差 $w_t = \nabla \log_e z_t$ の場合も多い。すでに述べたように、この対数階差 $w_t = \nabla \log_e z_t$ は、原データ z_t の対前期変化率 $w_t \equiv (z_t - z_{t-1})/z_{t-1}$ に相当する。また、原データに季節変動要因が顕著なときは、変動周期 s を単位とする季節階差 $w_t = (1-B^s)^d z_t \equiv \nabla_s^d z_t$

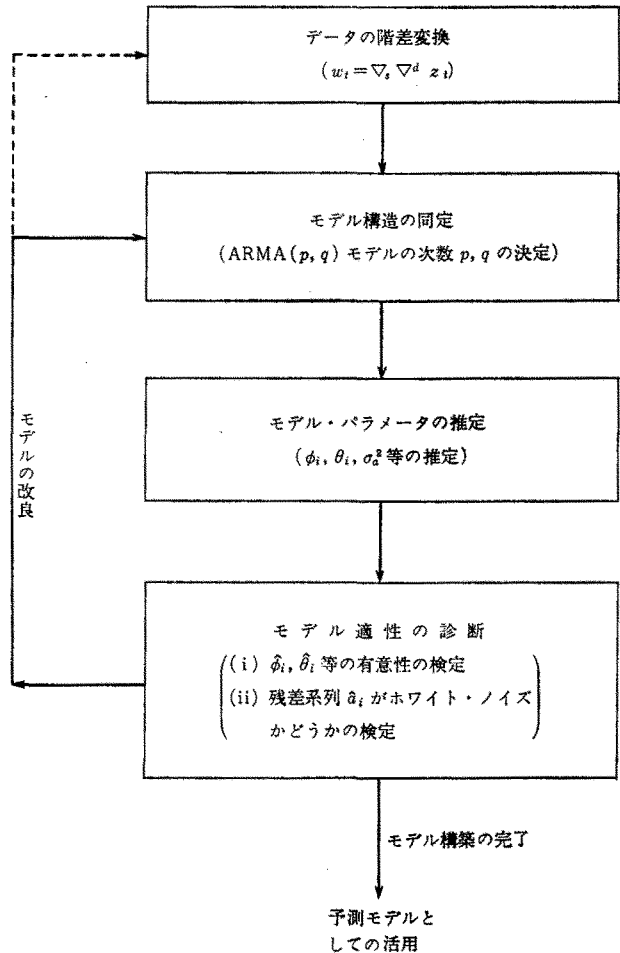


図 5.1 時系列モデル構築の段階

をとる。(ここで、記号 ∇_s は $(1-B^s)$ を意味する。) したがって、月データでは、 $w_t = (1-B^{12}) z_t = z_t - z_{t-12} \equiv \nabla_{12} z_t$ をとり、四半期データでは、 $w_t = (1-B^3) z_t \equiv \nabla_3 z_t$ をとることが多い。月データ z_t に関して、 $w_t = \nabla_{12} \log_e z_t$ は、対前年同月変化率に相当する。前回の図 1 と図 2 では、ハイパワード・マナー

と通貨供給量 M_1 について、原データ z_t と対前月増加率 $w_t = \nabla \log_e z_t$ のグラフを示したが、通貨供給量 M_1 について、対前年同月増加率 $w_t = \nabla_{12} \log_e z_t$ をプロットしたものを図 5.2 に示す。

- (ii) モデル構造の同定： 定常とみなされるまで変換されたデータ w_t について、適切な ARMA(p, q) モデルの構造を決める。すなわち、AR 部分の適切な次数 p と、MA 部分の適切な次数 q を決める。この段階では、 w_t についての標本自己相関関数 r_k および標本偏自己相関関数 $\hat{\phi}_{kk}$ の有意性やパターンの観察が有用である。
- (iii) モデル・パラメータの推定： ざん定的なモデル構造が定まったら、データをつかかって、パラメータ $\phi_i, \theta_j, \sigma_a^2$ などを推定する。
- (iv) モデルの適性についての診断： モデルの“できばえ”，すなわち、推定して得られたモデルが、十分に意味のある、有用なものであるかどうかに関する判定を行なう。これは、次の 2 つの側面から行なうのが普通である。
 - (a) パラメータ推定値 $\hat{\phi}_i, \hat{\theta}_j$ などが、その標本誤差 $\hat{\sigma}_{\phi_i}$ や $\hat{\sigma}_{\theta_j}$ との比較において、統計的に有意であるかどうかの判定。
 - (b) 推定されたノイズ(残差)系列 a_t がホワイト・ノイズであるかどうかについての判定。

モデルの適性に関する診断の結果、上の(a), (b), いずれかにおいて、不満足な判定となった場合、そのモデルの難点が具体的に明確化することが多い。そして、どのようにモデルを改良すべきかについて示唆が得られるので、上の(i), (ii), (iii)のいずれかのステップにもどることになる。

5.2 標本自己相関関数と移動平均過程の同定

標本自己相関関数は、上に述べたモデル構築の流れの

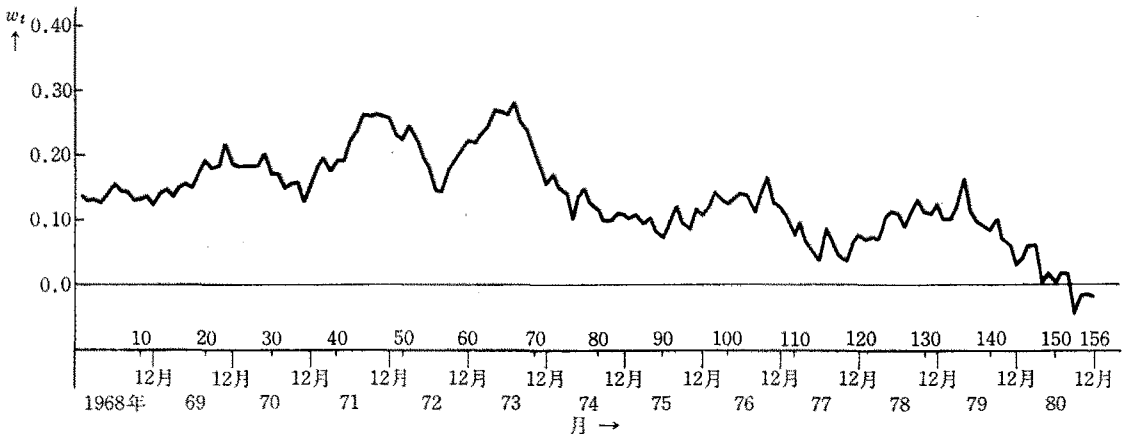


図 5.2 通貨供給量 M_1 の対前年同月増加率の変動 $w_t = \nabla_{12} \log_e z_t$

中では、特に、ステップ(ii)のモデルの構造に関連して、重要な情報を与える。

ある定常過程について、ラグ k の自己相関関数 ρ_k は、前回の(4.2)式、

$$\rho_k = \frac{\text{COV}[z_t, z_{t+k}]}{\sqrt{\text{V}[z_t]}} \equiv \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (4.2)$$

で定義されるもので、これは、その特性を示す定数である。しかし、 n 個の観察データ z_1, z_2, \dots, z_n から、 ρ_k の推定値として、(4.4) 式で計算される標本自己相関関数

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2} \quad (4.4)$$

のほうは、定数ではなく、その過程から発生された大きさ n の標本にもとづく推定量であり、ある確率分布をもった確率変数である。したがって、推定量 r_k は標本誤差をとまらう。

いま、データを発生している過程が q 次の移動平均過程であるとすると、4.2 節で述べたように、 $k > q$ については、自己相関係数 ρ_k はゼロである。しかし、このように、 $\rho_k = 0$ であるようなラグ $k (> q)$ に対しても、 r_k のほうはゼロではなく、ゼロの周辺にある標本分布をなしている。この標本自己相関関数 r_k の分布については、バートレット(Bartlett [8])が研究しており、正規性の仮定のもとで、その分散は、近似的に

$$\text{V}[r_k] \approx \frac{1}{N} \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^q \rho_i^2 \right\} \quad k > q \quad (5.1)$$

となり、また、 r_k と r_{k+s} の共分散は、近似的に、

$$\text{COV}[r_k, r_{k+s}] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \rho_i \rho_{i+s} \quad (5.2)$$

となることを示している。

たとえば、MA(1)過程： $z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1}$ の自己相関関数は、すでに導いたように、

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1}{1+\theta_1^2} & k=1 \\ 0 & k>0 \end{cases} \quad (4.10)$$

である。たとえば、 $\theta_1 = -0.8$ の場合、 $\rho_1 = -(-0.8)/(1+(-0.8)^2) = 0.49$ 、 $\rho_2 = \rho_3 = \dots = 0$ となり、前回の図3のコレログラムのような形状となる。この過程から実際に $N=100$ 個のデータを発生したとすると、 $k>1$ について、 r_k の標本誤差は(5.1)式から、

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sqrt{V[r_k]} = \sqrt{\frac{1}{N} \{1+2\rho_1^2\}} = \sqrt{\frac{1}{100} \{1+2(.49)^2\}} \\ &= 1.1 \end{aligned} \quad (5.3)$$

となる。以上から、ある与えられたデータ z_1, z_2, \dots, z_N について次のような検定を行なうとができる。

(i) データ z_1, z_2, \dots, z_N がホワイト・ノイズかどうかの検定： ホワイト・ノイズについては、すべての k について、 $\rho_k = 0$ であるから、 r_k の標準誤差は(5.1)式から、 $\sigma_r = \sqrt{(1/N)\{1+2(0)^2\}} = \sqrt{1/N}$ である。したがって、 N 個のデータから計算された標本自己相関関数 r_k が、その標準誤差 $\sigma_r = \sqrt{1/N}$ のプラス、マイナス2倍の範囲に大体おさまっていれば、データ z_1, z_2, \dots, z_N はホワイト・ノイズであると判定できる。

(ii) データ z_1, z_2, \dots, z_N が MA(1) 過程から発生したものであるかどうかの判定：

これは、 $\rho_2 = \rho_3 = \dots = 0$ という仮説の検定に相当する。 $k>1$ について、 r_k の標準誤差 σ_r の推定として、(5.3) 式の ρ_1 のかわりに、 r_1 を用いて、 $\hat{\sigma}_r = \sqrt{(1/N)(1+2r_1^2)}$ をつかう。そして、 r_1, r_2, \dots が、 $\pm 2\hat{\sigma}_r$ の範囲におさまっていれば、 $k>1$ について、 $\rho_k = 0$ と判定できることになる。ここで、 r_1 のみか有意であるならば、このデータを発生している過程のコレログラムが、前回の図3に示されるような、 $k>1$ で切り落ちの形状になっていると想定される。このようなときは、データへの MA(1) モデルのあてはめを考えて、パラメータ θ_1 を推定する段階に入ることになる。

(iii) データが MA(q) 過程から発生しているものであるかどうかの判定：

$k>q$ について、 r_k の標準誤差の2倍 $2\hat{\sigma}_r = 2\sqrt{(1/N)\{1+2(r_1^2+r_2^2+\dots+r_q^2)\}}$ と比較して、 r_k が有意かどうかを観察する。

5.3 モデル構造同定の例： 季節移動平均モデル

(i) 定常性の検討と階差変換

通貨供給量 M_t の対前年同月増加率 $w_t = \nabla_{12} \log_e z_t$ の月別変動を図5.2に示しているが、これについての標本自己相関関数(r_k)コレログラムを図5.3に示す。点線は標本標準誤差 $\hat{\sigma}_r$ の2倍の位置を示す。この図で顕著なことは、長いラグ k についても、強い相関 r_k が現われて

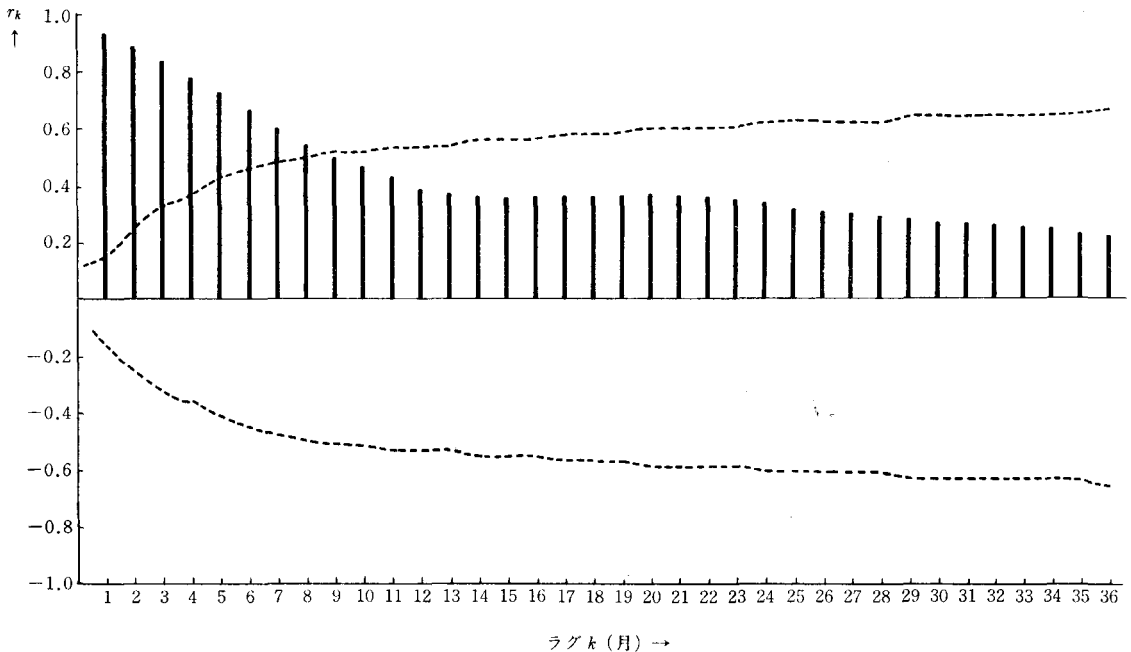


図 5.3 自己相関関数：通貨供給量 $w_t = \nabla_{12} \log_e X_t$

おり、いつまでも減衰しないことである。標本コログラムにおけるこのような現象は、系列データ w_1, w_2, \dots , がまだ定常状態ではないことを示している。このようなときは、ある時点 t における w_t がその標本平均 \bar{w} よりも大きければ、きわめて高い確率で、 $k > 0$ について、 w_{t+k} も \bar{w} より大であることを予測できる。すなわち、 w_t はきわめて長期間にわたって、 \bar{w} の水準のどちらか一方の側にドリフトしているような動きをしている。これは、このデータを発生している過程に、固定した平衡的水準(平均値)が存在しないことを示す、ひとつの徴候である。(ランダム・ウォーク過程はそのような動きをする典型的なケースである。)したがって、図 5.2 の M_1 の対前年同月増加率 $w_t = \nabla_{12} \log_e z_t$ は、まだ定常なデータではないので、さらに、もうひとつの階差変換 $w_t' = \nabla w_t = \nabla \nabla_{12} \log_e z_t$ を行なう必要があることになる。

いま、かりに、定常でない w_t 系列に関して、なんとか ARMA モデルをつくらうとすると、図 5.3 のコログラムは、前回の 4.2 節で述べた AR(1) 過程: $w_t = \delta + \phi_1 w_{t-1} + a_t$ のコログラム図 4 のパターンとなっている。そこで、係数 ϕ_1 については、(4.18) 式から $\phi_1 = \rho_1$ の関係があるので、 ϕ_1 の推定は $\hat{\phi}_1 = r_1 = 0.93 \approx 1.0$ である。 r_1 の標準誤差は $\sigma_r = \sqrt{1/N} = \sqrt{1/156} = 0.08$ であるので、 $\phi_1 = 1$ という仮説を棄却できない。しかし、AR(1) 過程において、 $\phi_1 = 1$ ということになると、これはラン

ダム・ウォーク過程であり、やはり、 w_t 系列は定常ではないという結論に到達する。このことから、もういちど、階差をとらねばならないことが明らかとなる。

一方、通貨供給量 M_1 の対前月増加率 $w_t = \nabla \log_e z_t$ は、前回の図 2 に示したが、その標本相関コログラムを図 5.4 に示す。点線は $\pm \hat{\sigma}_r$ の位置であるが、ここでも、きわめて大きいラグ k にわたって有意な相関 r_k が多くあり、この系列 w_t のままでは、通常の ARMA モデルをつくるのはむずかしいことをうかがわせる。

ここで、もうひとつ顕著なことは、12期を単位として、ラグ $k=12, k=24, k=36$ に有意な相関 r_k が現われていることである。これは明らかに、季節変動要因に由来するものであるから、この系列 w_t については、季節階差 $w_t' = \nabla_{12} w_t = \nabla_{12} \nabla \log_e z_t$ をほどこすべきであることを示唆している。

(ii) 季節移動平均モデル

以上の観察にもとづいて、通貨供給量 M_1 については、2 種類の階差 ∇ と ∇_{12} をほどこしてから、系列 $w_t' = \nabla \nabla_{12} \log_e z_t$ に関して、ARMA モデルのあてはめを試みるのが適切であるという結論が得られる。

この w_t' データに関する標本自己相関コログラムを図 5.5(a) に示す。これまでの、 z_t についての 1 種類の階差のみの場合のコログラムと比較すると、これはきわめて簡単明瞭なパターンを示している。ここで、有意な

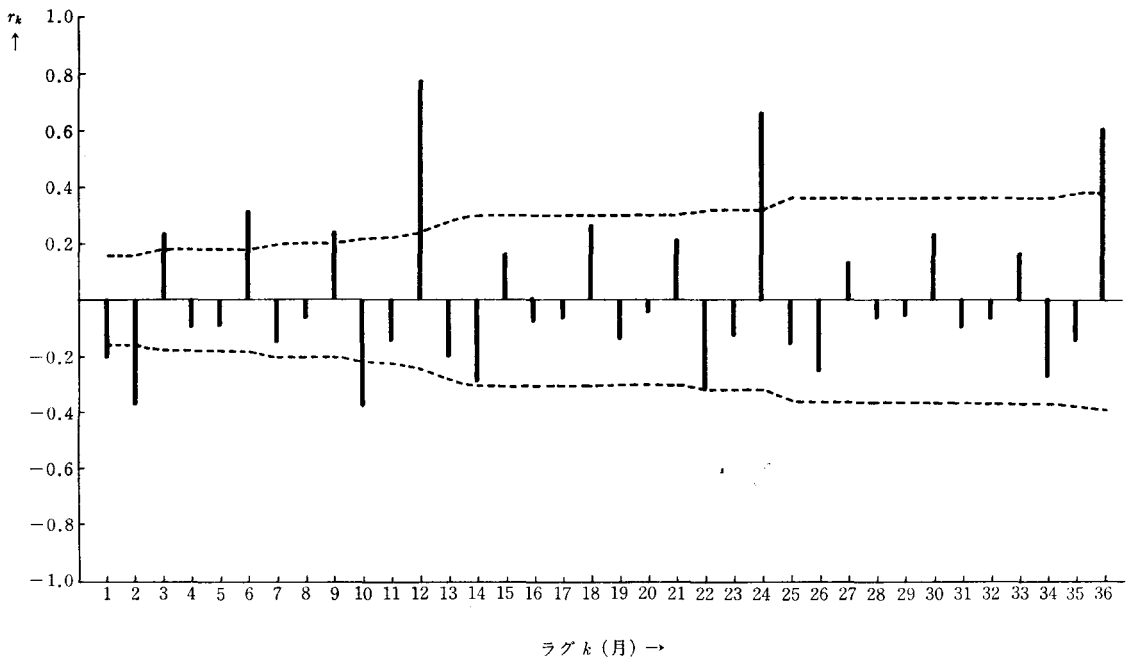


図 5.4 自己相関関数：通貨供給量対前月増加率 $w_t = \nabla \log_e z_t$

標本相関係数はラグが12の $r_{12} = -0.37$ のみである。

いま、12か月という期間を1単位の時間単位として眺めた場合、ラグが1(すなわち、12か月)で有意な自己相関があるが、それ以上のラグについては、自己相関コログラムは“切り落ち”て、ゼロとなっている。すなわち、 $r_{24} = r_{36} = \dots = 0$ 。そこで、データ w_t' にあてはめてみるべきモデルは、12か月を時間単位とした MA(1)モデルである。すなわち、図 5.5(a) のコログラムから、まず、考えられるモデルは

$$w_t' = a_t - \theta_1 a_{t-12} = (1 - \theta_1 B^{12}) a_t \quad (5.4)$$

ということになる。パラメータ θ の初期推定値を求めるために、MA(1)過程の θ_1 と ρ_1 の関係式

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \quad (4.10)$$

に、 ρ_1 の推定値としての $r_{12} = -0.37$ を代入して、 $\hat{\theta} = 0.44$

がえられる。こうして、得られた初期推定モデルは、

$$\nabla \nabla_{12} \log_e a_t = a_t - 0.44 a_{t-12} \quad (5.5)$$

である。

5.4 自己回帰過程の同定：偏自己相関関数

移動平均過程の次数 q の決定のためには、標本自己相関関数 r_k の有意性について、パートレットの標準誤差の式を用いて検定を行なえばよい。しかし、自己回帰過程の場合は、自己相関コログラムに、いわゆる“切り落ち”が生じないので、標本自己相関関数からは、その次数 p の決定は困難である。そこで、自己回帰過程の次数の決定において有用なのは、偏自己相関関数といわれる統計量である。

前回の 4.3 節で述べたように、 p 次の自己回帰過程の係数 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ は、次のユル・ウォーカの方程式を満足している。

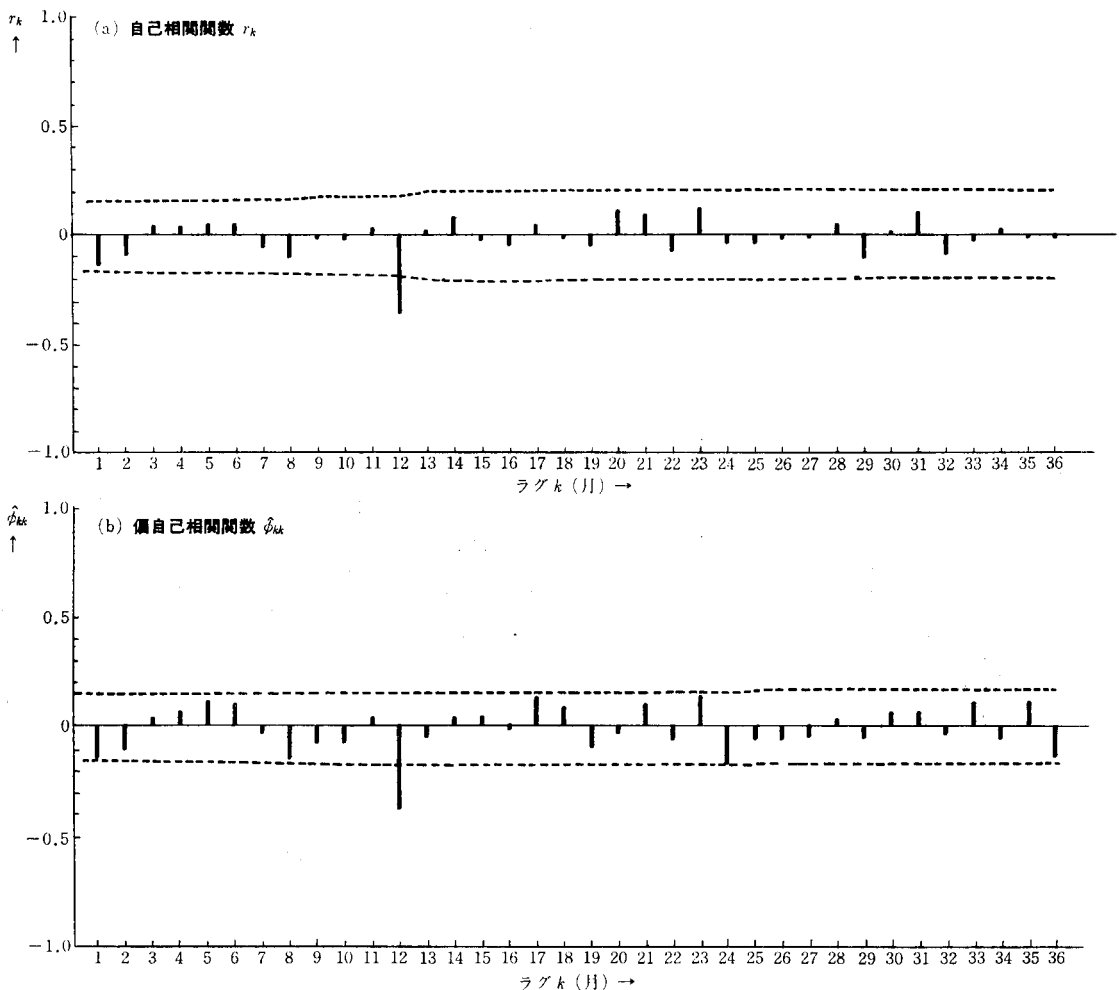


図 5.5 自己相関関数と偏自己相関関数：通貨供給量 $w_t = \nabla_{12} \nabla \log_e z_t$

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2 \rho_1 + \dots + \phi_p \rho_{p-1} \quad (4.11)$$

$$\rho_p = \phi_1 \rho_{p-1} + \phi_2 \rho_{p-2} + \dots + \phi_p$$

この p 個の方程式は、未知数 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ について解けるから、AR(p)過程の係数 ϕ_1, \dots, ϕ_p は、その過程の p 個の自己相関係数 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p$ で表現される。

いま、ある時系列データを発生している真の過程が、 p 次の AR 過程であったとすると、(4.11)式から得られる ϕ_p は当然ゼロではない。またもし、真の過程が p 次よりも小さい次数 s 次の AR 過程であったとすると、(4.11)式から得られる係数のうち $\phi_{s+1}, \phi_{s+2}, \dots, \phi_p$ はすべてゼロの値となる。そして ϕ_s はゼロではない。

過程の次数を p 次と仮定すれば、 ρ_i の推定値としての標本自己相関関数 r_1, r_2, \dots, r_p を、(4.1)式に代入して、方程式

$$r_1 = \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2 r_1 + \dots + \hat{\phi}_p r_{p-1} \quad (5.5)$$

$$r_p = \hat{\phi}_1 r_{p-1} + \hat{\phi}_2 r_{p-2} + \dots + \hat{\phi}_p$$

を解くことにより、係数の推定値 $\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p$ が得られる。

この場合、 $\hat{\phi}_i$ はデータに依存する標本統計量であるから、データを発生している真の過程が、 p 次より低い次数の AR 過程であっても $\hat{\phi}_p$ は正確にはゼロにならない。そこで、AR 過程の真の次数を p 次と想定して、(5.5) 式の p 個の方程式群を解いて $\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p$ が得られるが、このときの $\hat{\phi}_p$ は(標本)偏自己相関係数といわれ、特に、 $\hat{\phi}_{pp}$ とかく。

AR 過程の真の次数が $s < p$ であるとき、 $\hat{\phi}_{pp}$ の分布はゼロを中心として、その標準偏差は、近似的に

$$SE(\hat{\phi}_{pp}) \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \quad p > s \quad (5.6)$$

であることが知られている。(Quenouille [9])

これによって、(標本)偏自己相関係数 $\hat{\phi}_{pp}$ の有意性についての判定が可能であり、AR 過程の次数についての同定ができることになる。すなわち、もしあるデータについての偏自己相関係数 $\hat{\phi}_{pp}$ の絶対値が、その標準偏差

$SE(\hat{\phi}_{pp})$ の 2 倍 $2/\sqrt{N}$ を超えていれば、 $\hat{\phi}_{pp}$ は有意であり、そのデータを発生している AR 過程のラグ p の係数 ϕ_p はゼロではないと判定される。そして、その過程について AR モデルをあてはめるならば、少なくとも、 p 次の AR 過程を考えなければならないことになる。

ラグ p を 1 から順々に変えて、偏自己相関係数 $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, \dots, \hat{\phi}_{pp}, \dots$ の系列は、(標本)偏自己相関関数と呼ばれ、これを棒グラフで表わしたものを偏自己相関コログラムと呼ぶ。そして、AR 過程の特徴は、この偏自己相関コログラムに現われる。すなわち、 p 次の AR 過程の場合、 p より大きい k について、ほぼ $\hat{\phi}_{kk} \approx 0$ であるから、コログラムに“切り落ち (cut off)”のパターンが生じる。

移動平均過程については、それを等価的に AR 過程で表現しようとする、無限の次数の AR 過程： $z_t = \delta + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_i z_{t-i} + \dots$ に変換されることを示すことができる。したがって、移動平均過程の偏自己相関コログラムには、はっきりした“切り落ち”が生じないで、次第に減衰してゆくパターンとなる。自己相関コログラムの場合には、移動平均過程で“切り落ち”で、自己回帰過程で次第に減衰するパターンとなるのと対照的になっている。MA と AR の過程のコログラムの特徴を、表 5.1 として整理しておく。

5.5 偏自己相関関数とモデル同定の例

通貨供給量 M_1 について、変換 $w'_t = \nabla \nabla_{12} \log_e z_t$ をほどこした系列 w' についての偏自己相関コログラムが図 5.5(b)である。点線は標準偏差の 2 倍の位置である。同じ図 5.5(a)の自己相関コログラムと比較するために、12カ月を時間単位として眺めると、ラグが 1 と 2 で、すなわち $\hat{\phi}_{12,12}$ と $\hat{\phi}_{24,24}$ が有意であると考えられるし、ラグが 3 の $\hat{\phi}_{36,36}$ もほとんど有意に近い値を示している。ここでは $\hat{\phi}_{48}, \hat{\phi}_{60}$ などは計算していないが、これらも有意である可能性も残っている。すなわち、偏自己相関関数が小さいラグで切り落ちているとはいえないので、データ w' が AR 過程から発生しているとする、かな

表 5.1 各種過程の自己相関関数と偏自己相関関数の特徴

過程の種類	自己相関関数	偏自己相関関数
移動平均過程: MA(q)	ラグ 1 から q まで突出 (spike) があり、その後切り落ちる (cut off)	次第に減衰 (tail off)
自己回帰過程: AR(p)	$\rho_j = \phi_1 \rho_{j-1} + \dots + \phi_p \rho_{j-p}$ のパターンで減衰 (tail off)	ラグ 1 から p まで突出 (spike) があり、その後切り落ちる (cut off)
自己回帰・移動平均混合過程: ARMA(p, q)	ラグ 1 から q まで不規則パターンで、その後 $\rho_j = \phi_1 \rho_{j-1} + \dots + \phi_p \rho_{j-p}$ のパターンで減衰 (tail off)	次第に減衰 (tail off)

り高次の次数のモデルにならざるを得ない。いま、この例で、 $\hat{\phi}_{12,12} = -0.37$, $\hat{\phi}_{24,24} = -0.17$ および $\hat{\phi}_{36,36} = -0.15$ を有意であるとみなせば、12カ月を時間単位としたAR(3)モデルとなる。それは

$$(1 - \phi_1 B^{12} - \phi_2 B^{24} - \phi_3 B^{36}) w_t' = a_t \quad (5.7)$$

の形となる。そして、係数 ϕ_i の大ざっぱな初期推定値として、 $\phi_1 \approx \hat{\phi}_{12,12} = -0.37$, $\phi_2 \approx \hat{\phi}_{24,24} = -0.17$, $\phi_3 \approx \hat{\phi}_{36,36} = -0.15$ を用いてざん定的な季節ARモデルとして、

$$w_t' = -0.37 w_{t-12}' - 0.17 w_{t-24}' - 0.15 w_{t-36}' + a_t \quad (5.8)$$

が得られる。しかし、このモデルは、5.3節の(5.4)式に得られた季節移動平均モデルと比較して、次の2つの理由から、明らかに、劣るものである。

第1に、(5.4)式のMA型モデルでは、推定すべき未知のパラメータは θ_1 のみであるのに対して、この(5.8)のAR型モデルでは、 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 の3個のパラメータを同時に推定しなければならない複雑なモデルとなってお

り、それだけ推定誤差が増大する。それはまた、予測精度に影響してくる。

第2に、(5.8)のAR型では時刻 t における値 w_t' が、24期前、36期前の値 w_{t-24}' , w_{t-36}' に依存する関係になっているため、パラメータの推定に利用できるデータの個数が極端に減ってしまう。これも、推定の標本誤差を増大させることになる。

参考文献

- [1]~[7]: 前回参照
 [8] Bartlett, M. S.: On the Theoretical Specification of the Sampling Properties of Autocorrelated Time Series, *Journal of the Royal Statistical Society*, B8: 27, 1947
 [9] Quenouille, Approximate Test of Correlation in Time Series, *J. of the Royal Stat. Soc.*, B11: 68, 1949

「OR事例集」発行について

1975年、IFORS東京・京都大会の頃発刊された「OR事典」は本学会の社団法人化記念の意味もあり会員諸氏の全面のご協力のもとに完成したものでした。昨年創立25周年を迎えた本会は、その記念事業の1つとして「OR事典」増補を企画いたしました。それは「OR事例集」としてこのほど実現いたしました。「OR事典」同様、広く会員諸氏のご協力をいただきましたので、すでに多くの会員はご存じかと思いますが、「日本オペレーションズ・リサーチ学会編」と銘打った出版物としては最初のもので、

本書は「OR事典」事例編の増補版という性格上、編集のスタイルも同一のまま「OR事典」発刊以降に発表されたORの事例375編を集めたものです。それはこの8年間のOR発展の足跡をみごとに物語っています。

分類は主として企業活動の諸局面によっていますから、たとえば生産計画の問題を抱えている方は、他の方が類似の問題をどのように解決したかを容易に知る

ことができ、重大なヒントを得られることでしょう。本書はまた大学等での教材や研究テーマの発掘にも役立てていただけるでしょう。もっぱら理論面の研究をしている方々にもご一読をおすすめいたします。

1事例1/2ページの分量で書かれていますので、手短かに問題点や解決の方針などを知るには便利です。もっと詳しい情報を得たいと思われた方は、原論文を読むなり著者に問い合わせるなりしていただければよいのです。活用次第では大変な情報源になりうると確信しています。ぜひ、会員各位の座右に1冊を備えられてご活用ください。そして、周囲の方々に々もご宣伝ください。それはORの事例をもっと増やし、ORを広めることにつながります。その結果、次の数年後にはもっと立派な「OR事例集」が作られることでしょう。会員の皆様のご協力をお願いいたします。

- ・ B 8 版214ページ、日科技連出版社、2400円
- ・ 学会事務局でも取り扱っております。