ごみの輸送問題におけるモデルと解析

大山　勝太郎

1. まえがき

本稿は「ごみの資源回収およびエネルギー化の研究」の一環として実施したものである．一般都市ごみの発生源が面的に分布するのに対して，産業廃棄物および国鉄でいう，いわゆる営業ごみ等のそれは点状に分布する．ここでは，ごみが複数の離散地点で発生する場合のトラックによるごみの輸送問題についてモデル化を行ない，実際問題への適用を試みている．与えられた条件に対して，費用最小の輸送システムを求めることを目的として，ごみの発生地点から処理地点までの総輸送費用を最小にする車種別所要台数および車種別号車別の1日の輸送スケジュールを具体的に求めている．

本稿では特に総輸送費用最小という観点から固定費と変動費に分けてモデル化を行なっている．さらに，モデル化の結果，モデルは整数変数を含む線型式となった．通常整数計画法における最適値の求解は現在の高速かつ大容量のコンピュータをもってしても困難をきわめるが，ここでは，必ず可解なアルゴリズムを確立している．さらにまた，次の2つの場合のそれぞれについてモデル化を行ない，実際問題への適用を行なったが，従来の手計算に比べてすぐれた結果が得られており，この方法がより合理的な輸送システムの設計に有効であることが実証された．

(1) モデル1　ごみの発生地点と処理地点との間のピストン輸送(折り返し輸送)による場合．

(2) モデル2　ピストン輸送を主軸とするが，1カ所だけで定量(実用最大積載量)に達しない場合は回り道輸送を許容する場合．

2. モデル化

ごみの発生量，ごみの発生地点とごみの処理地点を結ぶ輸送ルートおよび輸送距離，各車種の実用最大積載量，ルート別平均輸送速度，ごみの積みおろし時間，1日当り1台当りの固定費およびルート別の変動費等は与えられるものとし，1日分のごみの輸送についてモデル化を行なう．

2.1 モデル化のための前提条件

(1) 毎日の各地点におけるごみの発生は質的にも量的にも変動がないものとする．

(2) 輸送車の車庫はごみの処理地点にあるものとし，各輸送車は毎朝ごみの処理地点より出発するものとする．

(3) 毎朝1日分のごみがごみの発生地点に集積されているものとする．

(4) 1日の各トラックの作業時間は一定とする．さらに，トラックによる1日の積込可能時間帯と排出可能時間帯は同一とする．

たとえば，

積込可能時間帯　9～12時　13～16時

排出可能時間帯　9～12時　13～16時

おおやま　かつたろう　三菱重工業(株)

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

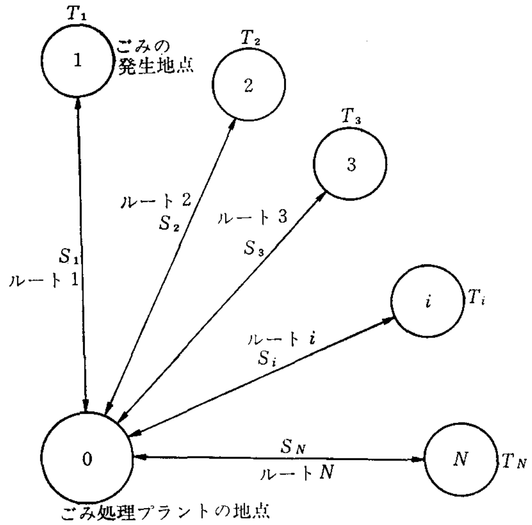


図 1 モデル 1 輸送ネットワーク（ピストン輸送の場合）

(5) 各輸送ルート別に平均輸送速度は一定とし車種間には差異がないものとする．

(6) トラックの故障，車検等による稼働停止は考えないものとする．

2.2 モデル 1：ピストン輸送の場合

ごみの発生地点と処理地点間のピストン輸送のみとし，定量に達しない場合でも回り道輸送はしないものとする．

制約条件1) 各ごみの発生地点に対して，ごみの発生量 T_i（トン）を上回る配車計画が必要である．

$$T_i \leqq \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{i,j,k} \qquad (i=1 \sim N)$$

ここで，

N ごみの発生地点数

M 検討の対象にしている車種数

c_j 第 j 車種の実用最大積載量（トン）($j=1 \sim M$)

$Y_{i,j,k}$ 第 j 車種第 k 号車のごみの発生地点 i に対する所要往復回数．未知の整数変数 ($i=1 \sim N$, $j=1 \sim M$, $k=1 \sim K_j$)

K_j 検討の対象にしている第 j 車種の全号車数 ($j=1 \sim M$) 車種別最適所要台数（未知数）を含む程度に十分大きくとる必要がある．

S_i ごみの発生地点 i からごみの処理地点までの輸送距離(km) ($i=1 \sim N$)

制約条件2) 各輸送車の 1 日の所要稼働時間は与えられた 1 日の作業時間 w を超えてはならない．

$$\sum_{i=1}^{N} t_{i,j} Y_{i,j,k} \leqq w \cdot X_{j,k} \quad (j=1 \sim M, k=1 \sim K_j)$$

$t_{i,j}$ 第 j 車種の輸送車による第 i ルートの往復時間（時間）

$$t_{i,j} = \frac{2S_i}{V_i} + l_j + u_j \qquad (i=1 \sim N,\ j=1 \sim M)$$

V_i 第 i ルートにおける平均輸送速度 (km/h) 各車種同一

l_j 第 j 車種の積込所要時間（時間）

u_j 第 j 車種の排出所要時間（時間）

$X_{j,k}$ 第 j 車種の第 k 号車が所要であるかどうかを示す未知の 0－1 変数．1 の場合は所要であり，0 の場合は不要であることを示す．

制約条件3) 上記 2 つの制約条件だけでは同値の実行可能解を多数含むことになるので，これをさけるための制約条件．

$$X_{j,1} \geqq X_{j,2} \geqq \cdots\cdots\cdots \geqq X_{j,Kj} \quad (j=1 \sim M)$$

$$\sum_{i=1}^{N} t_{i,j} Y_{i,j,k} \geqq \sum_{i=1}^{N} t_{i,j} Y_{i,j,k+1} \quad \begin{pmatrix} j=1 \sim M \\ k=1 \sim K_j \end{pmatrix}$$

目的関数（費用関数）

$$z = \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{Kj} f_j X_{j,k} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{Kj} v_{i,j} Y_{i,j,k}$$

ここで，z は総輸送費用（円）であり，右辺の第 1 項は固定費部分，第 2 項は変動費部分を表わす．

f_j 第 j 車種 1 台の 1 日当りの固定費（円）．減価償却費，諸税，保険，運転手および作業員の人件費，ならびに整備費からなる．

$v_{i,j}$ 第 j 車種の車1台が第 i ルートを走行した場合に発生する費用（燃料費）を表わす．

以上，車種別の最適所要台数および車種別号車

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

別最適輸送スケジュールは，制約条件1)，2)，3）のもとで目的関数を最小化する $\{(X_{j,k}\ ;\ k=1\sim K_j)\ j=1\sim M\}$ および $[\{(Y_{i,j,k};k=1\sim K_j)j=1\sim M\}i=1\sim N]$ を求めることによって得られる.

2.3 モデル 2：回り道輸送を許容する場合

モデル1において $N=10$とした場合，すなわち10本の折返しルートにさらに5本の回り道ルートを新たに付加した場合についてモデル化を行なった．ただし，次の3つの条件を満足するものとする.

(1) 折返しルートによる輸送は定量輸送を原則とする．定量に満たない小量分の輸送については回り道ルートおよび折り返しルートのどちらでも経済的なほうを選択するものとする.

(2) 回り道ルートを利用する場合の小量分の合計は最大車種1台分の定量を超えてはならないものとする.

(3) 回り道ルートの利用は各ルートとも最大1回とする.

制約条件1)

$$T_i \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{i,j,k}+u_{i,1} \quad (i=1,2,3,4,5,7,8,9,10)$$

$$T_3 \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{3,j,k}+u_{3,1}+u_{3,2}$$

$$T_6 \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{6,j,k}+u_{6,1}+u_{6,2}+u_{6,3}$$

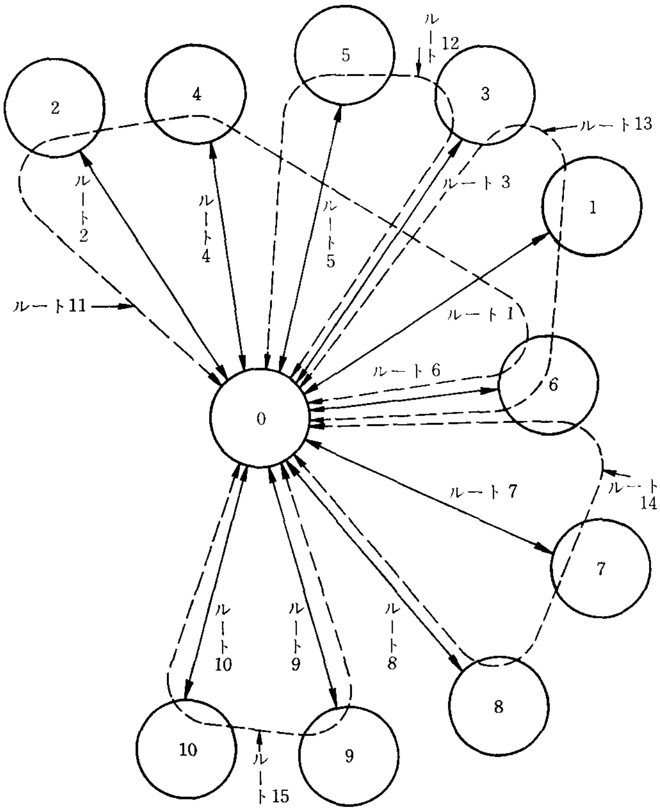
ここで $u_{i,l}$ は非負の実数変数で，回り道ルート輸送における小量分を表わす.

制約条件2)　条件(2)に対応するもの

$$u_{2\cdot 1}+u_{4,1}+u_{6,1} \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{11,j,k}$$

$$u_{5,1}+u_{3,1} \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{12,j,k}$$

$$u_{3,2}+u_{1,1}+u_{6,2} \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{13,j,k}$$



（新たに附加した廻り道ルート）

第11ルート	②→④→⑥	第14ルート	⑥→⑦→⑧
第12ルート	⑤→③	第15ルート	⑩→⑨
第13ルート	③→①→⑥		

図 2　モデル2　輸送ネットワーク（回り道輸送を許す場合）

$$u_{6,3}+u_{7,1}+u_{8,1} \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{14,j,k}$$

$$u_{9,1}+u_{10,1} \leqq \sum_{k=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} c_j Y_{15,j,k}$$

制約条件3)　条件(3)に対応するもの

$$\sum_{k=1}^{Kj} Y_{i,j,k} \leqq 1 \quad \begin{pmatrix} i=11\sim 15 \\ j=1\sim M \end{pmatrix}$$

$$\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} Y_{i,j,k} \leqq 1 \qquad (i=11\sim 15)$$

制約条件4)

$$\sum_{i=1}^{15} t_{i,j} Y_{i,j,k} \leqq w X_{j,k} \quad \begin{pmatrix} j=1\sim M \\ k=1\sim K_j \end{pmatrix}$$

制約条件5)

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$$X_{j,1} \geqq X_{j,2} \geqq \cdots\cdots \geqq X_{j,K_j} \ (j=1\sim M)$$

$$\sum_{i=1}^{15} t_{i,j} Y_{i,j,k} \geqq \sum_{i=1}^{15} t_{i,j} Y_{i,j,k+1} \begin{pmatrix} j=1\sim M \\ k=1\sim K_j-1 \end{pmatrix}$$

目的関数

$$z=\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} f_j X_{j,k}+\sum_{i=1}^{15}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Kj} v_{i,j} Y_{i,j,k}$$

最適解は制約条件1), 2), 3), 4)および5)のもとで目的関数を最小にする$\{X_{j,k}\}$および$\{Y_{i,j,k}\}$を求めることによって得られる.

3. アルゴリズム

第2章におけるモデルは，問題の理解には役立つが変数の数が多く最適値の求解にはあまり適していない．そこで，第2章のモデルとまったく同値のモデルを別途作成することにより，ユニバック1100−82 数理計画システム FMPS (混合整数計画法には分枝限定法が採用されている) による最適値の求解を可能にした.

第2章のモデルは，与えられた条件のもとでの車種別号車別の最適輸送スケジュールを求めようとしているが，第3章では，これとは逆に車種別に可能なすべての輸送スケジュールのパターンを与えることにより，この中から重複も許して最適のものを選択するものとする．モデル1の場合について以下に示す.

制約条件1)

$$T_i \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Lj} c_j a_{i,j,k} m_{j,k} \qquad (i=1\sim N)$$

ここで，$[\{a_{1,j,k}, a_{2,j,k}, \cdots\cdots, a_{N,j,k}) \ k=1\sim L_j\} \ j=1\sim M]$は車種別の輸送スケジュールパターンのすべての集合を表わしている．すべてのパターンは，次の3つの条件を満足していなければならない.

(1) $a_{i,j,k}$ $(i=1\sim N)$ はすべて非負の整数であって，この中に少なくとも1つ$a_{i^*,j,k}>0$なるi^*が存在する.

(2) $$\sum_{i=1}^{N} a_{i,j,k} t_{i,j} \leqq w \qquad \begin{pmatrix} j=1\sim M \\ k=1\sim L_j \end{pmatrix}$$

表1 ごみの発生地点と発生量

発生地点 i	発生量 T_i (トン/日)
第1地点	14.2
2	16.1
3	2.1
4	1.1
5	40.5
6	17.6
7	1.4
8	12.2
9	6.6
10	3.6
合　計	115.4

(3) $$0 \leqq a_{i,j,k} \leqq \left[\frac{T_i}{c_j}\right] \qquad \begin{pmatrix} i=1\sim N \\ j=1\sim M \\ k=1\sim K_j \end{pmatrix}$$

ここで$\left[\frac{T_i}{c_j}\right]$は$\frac{T_i}{c_j}$を含む最小の整数を表わす.

さらに，$m_{j,k}$は輸送パターンの選択を行なうための非負の整数変数であり，j車種のk番目のパターンの所要反復数を表わしている．L_jは第j車種の可能な輸送スケジュールのパターンの総数を表わしている.

制約条件2)

$$\left[\frac{T_i}{c_{\max}}\right] \leqq \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Lj} a_{i,j,k} m_{j,k} \leqq \left[\frac{T_i}{c_{\min}}\right]$$
$$(i=1\sim N)$$

ここで，$c_{\max}=\max_{1\leqq j\leqq M} c_j$, $c_{\min}=\min_{1\leqq j\leqq M} c_j$

制約条件3)

$$m_{j,k} \leqq M_{j,k}^* \quad \begin{pmatrix} j=1\sim M \\ k=1\sim L_j \end{pmatrix}$$

ここで$M_{j,k}^*$は$m_{j,k}$の上限であり，次のように定義される.

$$M_{j,k}^*=\min_{j\in S_{j,k}^*}\left\{\left[\frac{T_i}{c_j \cdot a_{i,j,k}}\right]\right\}$$

$$S_{j,k}^*=\{i \mid a_{i,j,k}>0, \ i=1\sim N\}$$

目的関数

$$z=\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{Lj} H_{j,k} m_{j,k}$$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

表 2　ごみの処理地点までの片道輸送距離

発生地点 i	輸送距離 S_i(km)
第1地点	12.0
2	39.5
3	16.0
4	33.5
5	19.5
6	8.5
7	5.5
8	2.5
9	11.0
10	21.5

ここで，$H_{j,k}=f_j+\sum_{i=1}^{N}a_{i,j,k}\,v_{i,j}\begin{pmatrix}j=1\sim M\\k=1\sim L_j\end{pmatrix}$

4. 問題とその事前分析

今回事例研究の対象にした問題は次のとおりである.

4.1 問　題

(1) ごみの発生地点および発生量

ごみの発生地点は全体で10地点あり，各地点における1日のごみの発生量は次のとおりである.

(2) 輸送距離

ごみの処理地点からごみの発生地点までの輸送距離は表2のとおりである.

(3) 平均車速

各発生地点と処理地点間の平均車速は15km/時とする．ただし，第2地点，第4地点および第10地点は20km/時とする.

表 3　車種名および車種別明細

車種番号 j	1	2	3
車種名	ダンプトラック4トン車	ダンプトラック6トン車	ダンプトラック8トン車
実用最大積載量 c_j(t)	1.8	2.9	3.9
積込所要時間 l_j (h)	0.33	0.50	0.66
排出所要時間 u_j (h)	0.08	0.08	0.08
燃　費 e_j (円/km)	11.8	14.8	19.7
1日当り1台当りの固定費 f_j (円)	23,038	23,915	25,203

(4) 車種名および車種別明細

輸送車の種類はダンプトラック4トン車，同6トン車および同8トン車の3車種とする.

(5) 輸送ルート別車種別往復輸送時間

次式により計算.

$$t_{ij}=\frac{2S_i}{v_i}+l_j+u_j$$

(6) 1日の作業時間

1日の作業時間を6時間とする．すなわち$w=6$とする.

(7) 輸送ルート別車種別変動費

$$v_{i,j}=2S_i\times e_j$$

4.2 問題の事前分析

第3章のモデルにより最適値の求解を行なう前に問題に関してデータ分析を行ない，問題固有の制約条件の摘出を行なった．ここでは第2章のモデルを利用する.

表 4　輸送ルート別車種別往復輸送時間 $t_{i,j}$(h)

輸送ルート i ＼ 車種 j	4トン車	6トン車	8トン車
1	2.01	2.18	2.34
2	4.36	4.53	4.69
3	2.54	2.71	2.87
4	3.76	3.93	4.09
5	3.01	3.18	3.34
6	1.54	1.71	1.87
7	1.14	1.31	1.47
8	0.74	0.91	1.07
9	1.88	2.05	2.21
10	2.56	2.73	2.89

表 5　輸送ルート別車種別変動費 $v_{i,j}$(円)

輸送ルート i ＼ 車種 j	4トン車	6トン車	8トン車
1	283.2	355.2	472.8
2	932.2	1,169.2	1,556.3
3	377.6	473.6	630.4
4	790.6	991.6	1,319.9
5	460.2	577.2	768.3
6	200.6	251.6	334.9
7	129.8	162.8	216.7
8	59.0	74.0	98.5
9	259.6	325.6	433.4
10	507.4	636.4	847.1

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

(1) 第2章のモデルにおいて $\{X_{j,k}{}^*\}$ が最適解であるための必要条件は $\sum_j \sum_k X_{j,k}{}^*=D^*$ である．ここですべての実行可能解 $\{X_{j,k}\}$ に対して $D^*=\min \sum_j \sum_k X_{j,k}$．すなわち，この問題では最適所要台数と実行可能最小所要台数は一致する．

なぜならば，$2c_1<c_3$，$4c_2<3c_3$，$3c_1<2c_2$ であるにもかかわらず，逆に $2f_1>f_3$，$4f_2>3f_3$，$3f_1>2f_2$ であり，さらにすべての i に対して $2v_{i,1}>v_{i,3}$，$4v_{i,2}>3v_{i,3}$，$3v_{i,1}>2v_{i,2}$ であり，大型化が得策であることより明らか．

(2) モデル1の最適所要台数は18台である．すなわち，$\sum_j \sum_k X_{j,k}{}^*=18$ である．

なぜならば，すべての j に対して，$t_{2,j}>3, t_{4,j}>3$，$t_{5,j}>3$ であるから，第2地点，第4地点および第5地点に関しては同一輸送車で1日2往復することはできない．さらに，

$$\left\lceil\frac{T_2}{c_3}\right\rceil+\left\lceil\frac{T_4}{c_3}\right\rceil+\left\lceil\frac{T_5}{c_3}\right\rceil=17$$

であるので，この問題の最適所要台数は17台を下回ることはありえない．

一方，$t_{3,3}$ および $t_{10,3}$ はいずれも3未満であるが，$t_{i,3}+t_{3,3}>6$，$t_{i,3}+t_{10,3}>6(i=2,4,5)$，かつ $t_{3,3}+t_{10,3}\leqq 6$，$T_3\leqq c_3$，$T_{10}\leqq c_3$ であるので，第3地点および第10地点のごみを運ぶのに第2地点，第4地点および第5地点との組合せは不可能であり，別途もう1台必要となる．

第3地点および第10地点のごみを6トン以下の輸送車で運ぶことにしたらどうであろうか．$\left\lceil\frac{T_3}{c_2}\right\rceil+\left\lceil\frac{T_{10}}{c_2}\right\rceil=3$，$\left\lceil\frac{T_3}{c_1}\right\rceil+\left\lceil\frac{T_{10}}{c_1}\right\rceil=4$ であり，少なくとも3往復が必要となる．一方，6トン以下に対しては $t_{5,2}+t_{3,2}\leqq 6, t_{5,2}+t_{10,2}\leqq 6$, $t_{5,1}+t_{3,1}\leqq 6, t_{5,1}+t_{10,1}\leqq 6$ であり，第5地点との組合せが考えられる．しかし第5地点については11往復 $\left(\left\lceil\frac{T_5}{c_3}\right\rceil=11\right)$ という枠内で考えた場合，6トン車以下については最大2往復しかとることができないことから，総所要台数を17台とすることはまったく不可能となる．

第3地点および第10地点のごみは8トン車1台で運ぶことにして，残りを17台で運べないであろうか．

$$\left\lceil\frac{T_1}{c_3}\right\rceil+\left\lceil\frac{T_6}{c_3}\right\rceil+\left\lceil\frac{T_7}{c_3}\right\rceil+\left\lceil\frac{T_8}{c_3}\right\rceil+\left\lceil\frac{T_9}{c_3}\right\rceil=16$$

であり，第2地点，第4地点および第5地点の輸送時間の長いものと第1地点，第6地点，第7地点，第8地点および第9地点の短いものを組み合わせることにより，17台のもとでの実行可能解が簡単に作られる．よってこの問題の最適所要台数は18台である．

(3) $\{(Y_{1,j,k}{}^*, Y_{2,j,k}{}^*, \cdots\cdots, Y_{10,j,k}{}^*)\}$ がモデル1の最適解であるためには $Y_{i,j,k}{}^*(i=2,3,4,5,10)$ のうちどれか1つが正であることが必要である．

5. 最適解の求解

5.1 モデル1の場合

5.1.1 問題固有モデルの作成

第3章のモデルに **4.2** で得られた問題固有の制約条件を付加することにより問題固有のモデルを作成し求解を行なった．第3章のモデルを変更した箇所は次のとおりである．

(1) **4.2**の(3)により集合 $\{(a_{1,j,k}, a_{2,j,k}, \cdots\cdots, a_{10,j,k})\}$ から最適であるための必要条件を満足していないものを除外した．すなわち，$a_{i,j,k}$ ($i=2,3,4,5,10$) の中の少なくとも1つが正であるものだけを残し，外は全部除外した．

(2) 制約条件2)において $i=2,4$ および 5に対しては，

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} a_{i,j,k}\, m_{j,k}=\left\lceil\frac{T_i}{c_3}\right\rceil$$

とした．

(3) 制約条件4)として，

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} m_{j,k}=18$$

を新たにつけ加えた．

5.1.2 最適解

5.1.1 のモデルを用いて FMPS により次のような最適解が得られた．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

車　　種	4トン車	6トン車	8トン車	計
最適所要台数 n_j	1	5	12	18
1台当りの固定費 f_j	23,038	23,915	25,203	
車種別固定費 $n_j f_j$	23,038	119,575	302,436	445,049

総固定費　$F=445,049$ (円)

(1) 車種別最適所要台数と固定費

(2) 車種別号車別最適スケジュールと変動費

表5および表6から,

$$総変動費\ V=\sum_{i=1}^{10}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{nj} v_{i,j}\, Y_{i,j,k}=21,614.8\ (円)$$

(3) 総費用

総費用$=F+V=445,049+21,614.8$

$=466,663.8$(円)

5.2 モデル2の場合

5.2.1 問題固有モデルの作成

回り道ルートに関しては第11ルートおよび第15ルートの2ルートのみを採用のこととし，モデル化を行なった.

制約条件1)

$$T_i \leqq \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} c_j\, a_{i,j,k}\, m_{j,k}\quad (i=1,3,5,7,8)$$

$$T_i \leqq \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} c_j\, a_{i,j,k}\, m_{j,k}+u_i\ (i=2,6,9,10)$$

ここで $\{(a_{1,j,k},\ a_{2,j,k}, \cdots\cdots, a_{10,j,k},\ a_{11,j,k},\ a_{15,j,k})\}$ の定義はモデル1の場合と同一であるが新たに回り道ルート11および15が加わっている.

制約条件2)

$$T_4+u_2+u_6 \leqq \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} c_j\, a_{11,j,k}\, m_{j,k}$$

$$u_9+u_{10} \leqq \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} c_j\, a_{15,j,k}\, m_{j,k}$$

表6　車種別号車別輸送スケジュール（ルート別往復回数 $Y_{i,j,k}$）

車種 j	ルート i ／ 号車番号 k	ルート1	ルート2	ルート3	ルート4	ルート5	ルート6	ルート7	ルート8	ルート9	ルート10	所要稼働時間 ($W_{j,k}$)
4トン車	1 号車				1			1				4.90
6トン車	1 号車		1						1			5.44
	2 号車		1						1			5.44
	3 号車		1						1			5.44
	4 号車	1				1						5.36
	5 号車					1				1		5.23
8トン車	1 号車		1						1			5.76
	2 号車		1									4.69
	3 号車			1							1	5.76
	4 号車	1				1						5.68
	5 号車	1				1						5.68
	6 号車	1				1						5.68
	7 号車					1	1					5.21
	8 号車					1	1					5.21
	9 号車					1	1					5.21
	10 号車					1	1					5.21
	11 号車					1	1					5.21
	12 号車					1				1		5.55
各ルートに割り当てられた輸送能力 (A_i)		14.6	16.5	3.9	1.8	40.9	19.5	1.8	12.6	6.8	3.9	
積載効率 ($T_i/A_i\times 100$)		97.26	97.58	53.85	61.11	99.02	90.26	77.78	96.83	97.06	92.31	

1)　$A_i=\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{nj} c_j\, Y_{i,j,k}$　2)　$W_{j,k}=\sum_{i=1}^{10} t_{i,j}\, Y_{i,j,k}$

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

第4地点については小量であるので回り道ルート11だけで輸送することにした．

制約条件3)

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} a_{11,j,k}\, m_{j,k}=1$$

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} a_{15,j,k}\, m_{j,k}\leqq 1$$

ルート11についてはピストン輸送との優劣を比較することなしに無条件で採用するものとした．ただし，4トン車にするか，6トン車にするか，8トン車にするかの選択の問題が残されている．ルート15についてはピストン輸送と比較してどちらでも得策なほうを選択するものとする．

制約条件4)

$$\left[\frac{T_i}{c_3}\right]\leqq\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} a_{i,j,k}\, m_{j,k}\leqq\left[\frac{T_i}{c_1}\right]$$

$$(i=1,3,7,8)$$

$$\left[\frac{T_6}{c_3}\right]-1\leqq\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} a_{6,j,k}\, m_{j,k}\leqq\left[\frac{T_6}{c_1}\right]-1$$

$$\left[\frac{T_i}{c_3}\right]\leqq\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} (a_{i,j,k}+a_{15,j,k})m_{j,k}\leqq\left[\frac{T_i}{c_1}\right]$$

$$(i=9,10)$$

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} a_{2,j,k}\, m_{j,k}=\left[\frac{T_2}{c_3}\right]-1$$

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} a_{5,j,k}\, m_{j,k}=\left[\frac{T_5}{c_3}\right]$$

制約条件5)

$$16\leqq\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} m_{j,k}\leqq 18$$

総所要台数は18台を上回ることはありえない．

目的関数

$$z=\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{Lj} H_{j,k}\, m_{j,k}$$

ここで，$H_{j,k}=f_j+\sum_{i=1}^{11} a_{i,j,k}\, v_{i,j}+a_{15,j,k}\, v_{15,j}$

$$(j=1\sim 3,\ k=1\sim L_j)$$

表7 回り道ルートの往復輸送時間と変動費

項目 / 車種 j / 回り道ルート i	往復輸送時間 $t_{i,j}$(h)			変動費 $v_{i,j}$(円)		
	4トン車	6トン車	8トン車	4トン車	6トン車	8トン車
11	4.83	5.17	5.49	932.2	1,169.2	1,556.3
15	3.18	3.44	3.68	572.3	717.8	955.5

5.2.2 インプットデータの追加

ルート11および15関連のインプットデータは表5のとおりである．

5.2.3 最適解

5.2.1 のモデルを用いて FMPS により次のような最適解が得られた．

(1) 車種別最適所要台数と固定費

車種	4トン車	6トン車	8トン車	計
最適所要台数 n_j	0	4	13	17
1台当りの固定費 f_j	23,038	23,915	25,203	
車種別固定費 $n_j f_j$	0	95,660	327,639	423,299

$$総固定費\ F=\sum_{j=1}^{3} n_j f_j=423,299\ (円)$$

(2) 車種別号車別最適スケジュールと変動費

表5，表7および表8から，

$$総変動費\ V=\sum_{i=1}^{11}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{nj} v_{i,j}\, Y_{i,j,k}+\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{nj} v_{15,j}\, Y_{15,j,k}=21,327.6\ (円)$$

(3) 総費用

$$総費用=F+V=423,299+21,327.6=444,626.6(円)$$

6. おわりに

表9は同時並行で実施した従来方式による手計算との比較である．モデルによるコンピュータアウトプットのほうが手計算に比べて年間約11,497.5（千円）の経費の節減を可能にする．

手計算は通常1組の実行可能解しか出力しない

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

表 8 車種別号車別最適輸送スケジュール（ルート別往復回数 $Y_{i,j,k}$）

車種 j	ルート i ＼ 号車番号 k	ルート 1	ルート 2	ルート 3	ルート 4	ルート 5	ルート 6	ルート 7	ルート 8	ルート 9	ルート 10	ルート 11	ルート 15	所要稼働時間 ($W_{j,k}$)
6トン車	1 号車		1					1						5.84
	2 号車					1	1		1					5.80
	3 号車					1	1		1					5.80
	4 号車											1		5.17
8トン車	1 号車		1						1					5.76
	2 号車		1						1					5.76
	3 号車			1							1			5.76
	4 号車	1				1								5.68
	5 号車	1				1								5.68
	6 号車	1				1								5.68
	7 号車	1				1								5.68
	8 号車					1	1							5.21
	9 号車					1	1							5.21
	10 号車					1	1							5.21
	11 号車					1				1				5.55
	12 号車					1				1				5.55
	13 号車		1											4.69
各ルートに割り当てられた輸送能力 (A_i)	ピストン輸送	15.6	14.6	3.9	0.0	40.9	17.5	2.9	13.6	7.8	3.9	1) $A_i=\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{n_j} c_j Y_{i,j,k}$		
	回り道輸送		1.7		1.1		0.1							
	計	15.6	16.3	3.9	1.1	40.9	17.6	2.9	13.6	7.8	3.9	2) $W_{j,k}=\sum_{i=1}^{11} t_{i,j} Y_{i,j,k}$		
積載効率	($T_i/A_i\times 100$)	91.03	98.77	53.85	100.00	99.02	100.00	48.28	89.71	84.62	92.31	$+t_{15,j}\,Y_{15,j,k}$		

表 9 手計算とモデルによる計算の比較

項目 ＼ ケース		手計算（モデル2と同一条件）	モデル2
車種別所要台数		8トン車18台	6トン車 4台 8トン車 13台 計 17台
総費用	千円／日	476.1	444.6
	千円／年	173,776.5	162,279.0

のに反して，モデルによるコンピュータシミュレーションでは実行可能解をすべてアウトプットすることができるばかりでなく，最終的に最適解を出力することができる．また，ごみの発生量などの条件をいろいろ変えて試算してみるなど種々のケーススタディが比較的容易に実施できる．

このように整数計画法による輸送システムの検討は手計算ではとうてい行ないえない多数のケースについて試算を行なうことができることから，より合理的システムの設計を可能にするということができる．

次号予告

特集　流通のOR

商業集積の適正配置　岩澤 孝雄

小売店頭における売価決定モデル　江原 淳

POS情報の有効性と問題点　荒川 隆

パソコンのマーケティングへの適応　島村 隆雄

市場占有率と成長
——歯科診療器機を例に　中村友保・小島崇弘

総合報告

QNA : Queueing Network Analyzer
について (3)　木村 俊一

研究レポート

医療分野における2，3のモデル：統計的接近法
後藤昌司・田中浩光

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.