

# 多段階生産・在庫のマネジメント

圓川 隆夫

## 1. 多段階生産在庫問題

生産の場であれ、流通の場であれ、それらをものの流れとして捉えると、多くの在庫点とそれをつなぐ補充活動(生産、輸送)からなる多段階のネットワークとしてモデル化することができる。1つの在庫点(必ずしも実際の在庫をもつ必要はない)に着目すると、それよりも最終需要に近い在庫点からの需要に対処するために補充活動がひきおこされ、その補充活動をサポートするためあるいは在庫水準を維持するために、その前に在庫点に対する補充の要請が出されるというように、ネットワークに介在する補充活動は、図1に示されるように、互いに従属している。

多段階生産在庫問題は、最終段階の需要に従属して起こるその先行段階の補充活動の従属性を前提条件としたシステムについて、システム全体の効率化、最適化をはかるように各段階での補充ポリシーを決定する問題、ということができる。これに対して、その従属性を無視し各段階が独立に需要を予測し、補充リードタイムあるいは関連するコストから、補充量、発注点を決定し、それらをもとに受発注の意思決定をしたとき、最終段階での需要の変動が、途中に介在する情報の遅れを含めた補充リードタイムが引き金となって、源流

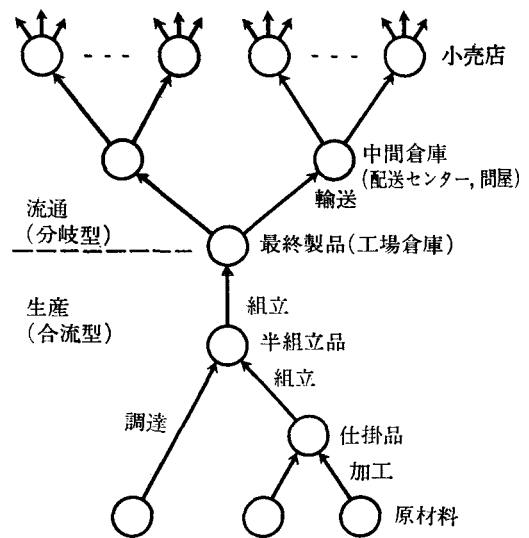


図1 多段階生産在庫ネットワーク(ものの流れ)

での需要量、補充量の変動を大きく増幅させ、それにともなってシステム全体に余分な在庫を強いることになることは、かなり以前から知られたことであった。それでは今日に至り多段階生産在庫問題が特に着目される理由は何であろうか。

ひとつは、最終段階の需要を先行段階でもリアルタイムに把握することによって、システム全体としての在庫を減らすことができることが経験的にわかっている、ひと昔前までは、それを実現する手段がない、あるいはあったとしてもシステムの管理コストが莫大で、それよりも各在庫点で在庫をもち、顧客リードタイムを短縮するとともに変動に対応するほうが経済的であったことによ

えんかわ たかお 東京工業大学 工学部 経営工学科  
〒152 目黒区大岡山2-12-1

表 1 生産在庫管理システムの分類とマネジメントの重点

システム	適用分野	マネジメントの重点	適用手法・適用モデル
job shop	注文生産, 多種少量生産	多種オーダーに対する フレキシビリティ	(スケジューリング)
MRP	バッチ, 少量組立	必要資材と能力との効 果的調整	MRP, DOQ 多段階ロットサイズ決定問題 (需要確定, 能力制限あり, なし)
JITM*	少種多量, くり返し生産	段取時間の短縮と在庫 の削減	かんばん方式
多段階 EOQ, ROP**	設備中心型, 連続生産 流通システム	合理的コストでの高操 業率の維持	多段階 EOQ (需要一定)
		サービス水準の維持と 在庫関連コストの低減	多段階オーダーリングポリシー base stock 方式 push control 方式 DRP

\*JITM(ジャストインタイム方式) \*\*ROP(発注点方式)

る。今日では、コンピュータの導入コストのいちじるしい低減やVANの利用により、リードタイムの中の情報の遅れはほとんど0にすることが可能となり、システム運用につきものの多少の計画変更にも即時に対応できるようになったことから、多段階生産在庫問題から得られる知見を応用するうえでの経済的なメリットが出てきたわけである。

もう1つの理由として、顧客の要求の多様化を反映した多種少量の生産、物流に起因する必要性である。少種大量生産の時代では、ある程度の在庫をもっていてもその回転率の高さによって問題が潜在化していたものが、多種少量の時代には、在庫スペース、生産能力の制限や商品寿命の短縮といったところから、余分な在庫をもつこと自体が経営圧迫に即つながるという状況になり、特に生産の場合の在庫ゼロ計画などと呼ばれるように多段階の構造の中で在庫削減の方策が、企業経営の1つの大きなポリシーとなっていることがあげられる。

## 2. 生産在庫管理システムと多段階生産在庫問題

多段階生産在庫問題は、狭義には、在庫関連コスト係数やリードタイムなどの多段階の構造をあ

らわすパラメータを所与として、ロットサイズや発注点などのコントロール変数がある基準のもとで決定する問題であるが、より広義の多段階のマネジメントといった場合には、次の2点についてまず留意しておくことが大切である。

ひとつは、適用されるべき分野あるいはセッティングによる本質的な管理システムの違いを理解しておく必要があるということである。たとえば生産と流通とでは基本的に管理システムの備えるべき要件が異なるというように、これを取違えたもとでいくら最適化を論じても意味ないことはいうまでもない。表1は、Silver and Peterson (1985)による概略的な管理システムの分類とその特徴をまとめ直したものを掲げたものであり、いちばん右側に適用される多段階生産在庫問題のモデルまたは手法がつけ加えてある。

もうひとつは、多段階生産在庫問題から得られる最適解は、そのモデルの前提条件(所与の在庫関連コスト係数など)のもとでの話であり、あくまでも短期的なものであるべきであるということである。在庫削減という目標からは、ロットサイズインベントリーであれば、段取コストや時間の低減、安全在庫であればリードタイムの短縮が最も本質的であり、これらに関する生産技術、輸送技術などの努力が長期的なコスト低減に最も効い

てくるということを忘れてはならない。

たとえば、ジャスト・イン・タイム(JITM)の実現手段であるかんばん方式は、段取時間の徹底的な削減により、かんばん1枚当りの収容数(ロットサイズ)を十分小さくすることが可能となり、これによりコスト低減を実現するとともに、変動の増幅という多段階特有の問題も解決しているのである[2]。これに対して、アメリカにおけるEOQ(経済ロットサイズ)の信奉が、いくら最適といっても、段取コスト、保管コストが所与のもとでの話であり、JITMとの対比からこのこと反省が、管理会計の文献等(たとえば[3])でとりあげられている。

### 3. 流通システムと多段階のマネジメント

#### 3.1 不確実性への対応

流通システムにおける管理システムの特徴は、生産の場合と異なり、顧客サービス水準の維持という絶対目標から、最終段階での需要の不確実性を前提としたモデルを構成し、多段階の構造に起因する余分な在庫を排除するような管理システムの構築が要求される。

一方、在庫削減のためのネットワークの構造上の問題では、不確実性に対処するための安全在庫の大きさに直接的に寄与するリードタイム(輸送の遅れ、情報の遅れ)の削減に着目する必要がある。輸送の遅れのほうもオーダーピッキングの自動化やMCA無線などを含めた輸送技術の進歩によって徐々に短縮されているものの、画期的なのはコンピュータネットワークの整備(当然VANの利用も含まれる)によって、情報の遅れはほとんど0にすることが可能であり、これによる在庫、特に安全在庫の削減の効果を見過すわけにはいかない。

#### 3.2 多段階オーダーリングポリシー

さて、最終需要に不確実性をともなうときに不必要な在庫を強くないための各段階のオーダーリ

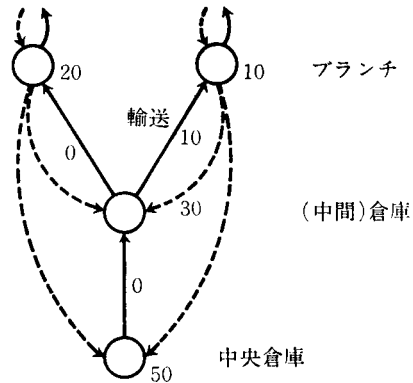


図2 多段階オーダーリングポリシー  
(→:もの流れ, …→:情報の流れ)

ングポリシーを考えると、そのキーとなる概念として、echelon stock、および、それにもとづく在庫水準の把握の仕方がある。1つの在庫点のechelon stockは、輸送中を含めた最終段階までのそれよりも上位の段階にあるすべてのstock、と定義される。たとえば図2の例では、中間倉庫のechelon stockは、 $30+20+10+10=70$ と計算される。

各在庫点がechelon stockを常に把握し、これにon orderの分を含めた在庫水準で、たとえば(s,Q)ポリシー(s:発注点, Q:ロットサイズ)を用いるとき、各在庫点が独立に手持ちstockにもとづく意思決定、すなわち単段階の(s,Q)ポリシーを用いたときに比べて、大幅にシステムの安全在庫を減らせることは、前稿[2]で例示したとおりであり、これはechelon stockそのものに、多段階の需要の従属性の構造がうまく組み入れられているからに他ならない。

期(日)ごとにechelon stockを把握するということは、最終段階であるブランチの毎期の需要量をそれよりも下位の段階でも同時に把握するということが同等であり、図2においてブランチへの補充の意思決定は、ブランチからの発注をまつまでもなく、倉庫のほうからも各ブランチの在庫水準を把握できているということから、タイムリーな時点で倉庫から必要量を送り込むという方式に

容易に変換することができることがわらう。

Silver and Peterson (1985) [1] は、この考え方のもとに、“push コントロールシステム”と呼ばれる方式を提案している。その要点は、

1) 中央倉庫から到着した補充量は、倉庫の安全在庫をさし引いた分が、各ブランチの正味所要量(MRPと同じ手順で計算される)とそれに安全在庫を加えた量を基準として、公平に(各ブランチの発注点に達するまでの時間を等しくするなど)各ブランチに割りつけられる。

2) 中央倉庫からの補充がないときには、倉庫の安全在庫から、発注点を下回ったブランチについてだけ、正味所要量の計算など1)と同じ手順で割りつけが行なわれる。などである。

このシステムの特徴として、各ブランチへの補充量の決定が現在の在庫水準のみでなくその時点の正味所要量に展開した分について決められ、その意味でMRPの考え方を流通システムにそのまま応用したDRP(Distribution Requirements Planning)のメリットを包含していること。さらに、個々にブランチへ補充するかわりに、その補充量をプールして割りつけを行なうことにより、“各ブランチのサービス水準を一定にしたとき、各ブランチが独立に補充の決定をするよりも、一括して補充したほうがシステム在庫が少なくて済む”というポートフォリオ効果をうまく引き出していることがあげられ、注目に値するシステムということができよう。

### 3.3 システムの設計と問題点

これまでみてきたように、ものの流れと情報の流れ(発注, 補充の指示)は最早一致せず、各在庫点およびその中間にあるstock量と最終段階でのシステムから出ていく量を把握しておけば、補充の時期および量の意思決定はシステム中のどこで行なってもよく、要するに流通システムの効率化に重要なことは、上述の情報の収集とそれにもとづく統合的な意思決定をすることによって、多段

階構造に起因する不確実性の増幅の排除やポートフォリオ効果を引き出せる情報ネットワークを組めるか否かということである。

何度もくりかえしているように、今や技術的、経済的にはこのような情報ネットワークを構築することは可能な状況にある。このことに関する一番の障害は、流通システムを構成する組織上の問題であろう。すなわち異なる組織体のあいだに一元的なシステムが構築できるかという問題である。よく知られているように、花王のロジスティクスシステムは、販社の系列化によってこの問題をうまく解決してきた。これはメーカー主導型の統合の例であるが、今後激しい競争に生き残るために、問屋主導型などのさまざまな形態での系列化、統合、提携が模索され、進んでくるであろう。

## 4. 生産システムと多段階のマネジメント

### 4.1 MRP と JITM

流通システムに比べて、生産システムにおいては多少の計画変更は許すものの、基本的にはいったん最終段階の需要量を確定させたいまでの管理システムの構築が問題となる。たとえ実際には確定できなくてもそれは需要予測や能力計画などのより長期の意思決定の問題である。

さて、表1に示したように一品生産的なジョブショップを除いて、代表的な生産管理システムにはMRPとJITMがある。これらの個々のシステムについてはよく知られているところであり、ここでは多段階の考え方からの両者の比較についてのみ言及しておく。

MRPは、そのロジックとしては、何を、いつ、どれだけという所要量の展開といった、最もシンプルで直接的な多段階の需要の従属性の応用例と考えられ、多種少量で膨大な部品構成に対処していくためには、コンピュータによる集中管理が不可欠である。一方、JITMは、計画期間の単位(タイムバケット)が連続で、ロットサイジングが

lot for lot という MRP の特殊な場合ともみなすことができる。

しかし一番の相違は、JITMが基本的には単段階の管理システム（かんぱん1枚当りを単位とする $(s, s-1)$ ポリシー[2]）と等価であるということである。すなわち、かんぱん1枚当りのロットサイズを十分小さくし、品種による生産量を平準化することによって、単段階でありながらも多段階の問題を克服し、しかもコンピュータによらないマニュアル(かんぱん)による管理システムを可能にしているのである。言い換えれば、その背景として、段取時間やコストの低減が絶対条件であり、また広い意味でのグループテクノロジーによる製品のグループ化やサイクルタイムの異なる品種の組合せによる生産量の平準化やリードタイムの短縮の努力が不可欠であることを忘れてはならない。すなわち表1のJITMの適用分野の少種多量くりかえし生産というのは、あくまで結果であり、そこにもっていくまでの生産技術上の努力、改善が第一義であることの理解が非常に大切なことである。

とはいえ、たとえば生産の平準化にも限度があり、生産量の変動(確定した上での)が大きいときには、本質的に単段階のJITMには限界があり、適用する分野の特質に応じた適切な管理システムを選択する必要がある。数年前までどの企業もかんぱん方式を導入し、しかもその多くが外注とのつなぎに用いていながら、最近これらがMRPやその変形の方式に転換し直していることが、この辺の事情を物語っているものと思える。

#### 4.2 多段階ロットサイズ決定問題

狭義の多段階生産在庫問題の主要な部分は、ロットサイズ決定問題に帰着でき、現在に至るまで理論、応用の両面からホットなOR上の課題を与えてきている(最近の研究成果をまとめた論文集としてSchwarz(1981)[4]がある)。不確実性をともなう場合を除いて、これらは段取(生産、輸送・発注)コストおよび保管コストの条件が与え

られたもとでのコスト最小問題であり、次の2つのモデルに大別できる。

1) 最終需要が連続で一定、無限期間の期当り平均コストの最小問題として定式化、単段階のEOQモデルの多段階への拡張(多段階EOQ)。

2) 最終需要が確定量(一定である必要なし)、有限期間のトータルコスト最小問題として定式化、単段階の最適解法として知られているWagner-Whitin法(以下WW法)の多段階への拡張。

前者は、需要が比較的一定で安定している設備中心型の生産システムの生産計画や流通システムのロットサイズの決定問題への適用を想定しているのに対して、後者は、間けつ的な需要にも対処すべくMRPにおけるロットサイジングへの適用を前提としている。

しかしいずれの場合にも、段階数が増えるにしたがい、また後者の場合には期間数も増加するにつれて、最適解を求める計算量は膨大なものとなるところから、マネジメントの立場からは、最適解のもつべき性質あるいはそのheuristic解法のほうが重要であり、最適解法そのものはむしろそれを評価する手段としての意味をもつところであろう。

#### 4.3 最適解の性質と heuristic 解法

無限期間の多段階EOQのモデルおよび問題点については前稿[2]でふれてあるので、有限期間の問題を中心に数値例を用いて解の比較を行なうとともに、背後にあるマネジメントに有効と考えられる概念について若干の考察をしておこう。

有限期間のロットサイズ決定問題において、

1) 生産コストは量について上に凸の増加関数で、期間について一定または減少関数。

2) 保管コストは期末の在庫量に関して上に凸の増加関数で、付加価値が高まるため後続段階になるにつれて増加するか一定。

というほとんど一般的ともいえるコスト条件のもとで、少なくとも1つの最適解は、WW property と nested property と呼ばれる性質をもつこと

表 2 有限期間の多段階ロットサイズ決定問題の数値例

段 取 コスト	保 管 コスト	期 $t$ 需要 $D_t$	1	2	3	4	1	2	3	4	$f^i(\pi^i)$	
			3	4	2	1	ロットサイズ $Q_{i,t}$					
段階 2	$S_2=10$	$H_2=6$ $(h_2=4)^*$	$\pi^2$	1	1	1	0	3	4	3	0	62
段階 1	$S_1=10$	$H_1=2$ $(h_1=2)^*$	$\pi^1$	1	1	1	0	3	4	3	0	32
				1	1	0	0	3	7	0	0	28
				1	0	1	0	3	0	3	0	30
				1	0	0	0	11	0	0	0	32

\*echelon holding コスト

が知られている(たとえば文献[5]).

**WW property**: 単段階の WW 法の場合と同じで, 生産は期首の在庫が 0 のときのみ行なわれる.

**nested property**: ある段階の生産が行なわれるときには, それよりも上位, すなわち後続段階も同時に行なわれなければならない.

この nested という性質は, 多段階の問題に特有の大切な性質であり, これにより大幅に最適解の探索の範囲を狭めることができる. この性質の理解と, 多段階の最適解法はあんがい知られてないため, 表 2 に示すような計画期間 4 期で 2 段階という簡単な数値例を用いて, Crowston and Wagner [6] の最適解法を, 最初に簡単に説明しておこう.

Crowston らの解法は, 各段階  $i$  ( $i=1$ : 先行段階,  $i=2$ : 後続段階) の生産プロフィール  $\pi^i$  (各期について生産すれば 1, しなければ 0 を要素とするベクトル) を用いた DP アルゴリズムであり, 表 2 には, 段階 2 が  $\pi^2=(1, 1, 1, 0)$  の場合の例が示されている. すなわちこのとき nested の条件より,  $\pi^1$  は表に示す 4 通りの段階 1 の生産プロフィールが存在し, そのときの段階 1 から 2 までの最小コスト  $f^2(\pi^2)$  は, 次式で計算される.

$$f^2(\pi^2) = S_2 + S_2 + S_2 + 1 \cdot (H_2 - H_1) + \min f^1(\pi^1)$$

ここに段階 1 のコスト  $f^1(\pi^1)$  は, 4 通りの  $\pi^1$  を計算することにより,  $\pi^1=(1, 1, 0, 0)$  のとき

$$\min f^1(\pi^1) = S_1 + S_1 + 2 \cdot H_1 + 1 \cdot 2 \cdot H_1 = 28$$

となり,  $f^2(\pi^2)=62$  が求まる. なおここで, 保管

コストの計算が, echelon stock について計算されていることに注意する必要がある. そのために 1 個当りの保管コストの係数  $H_2, H_1$  の代わりに, その段階の付加価値分について課される echelon holding コスト  $h_2=H_2-H_1, h_1=H_1$  が用いられている. これにより  $f^1(\pi^1)$  の計算が  $\pi^2$  によらず最終需要との関係だけで計算でき,  $\pi^2$  による重複計算を回避しているのである.

上の数値例の最適解は, WW property を満足するすべての  $\pi^2$  について ( $2^{4-1}$  通りある),  $f^2(\pi^2)$  を計算することによって得られるが, 実際には表 2 に示した場合が最適解となっている.

さて, 次にこの問題の heuristic 解法について考えよう. 直接的な多段階 heuristic 法 [7] と呼ばれる方法も提案されているが, 単段階の場合の解法, いわゆる DOQ を, 最終段階から適用し, そこから得られる解をつの次の段階の需要として次々に段階ごとに解を求めていくという level by level 法が, その計算量の観点から実用的であろう. この level by level 法では, 後続段階の解を先行段階の需要とすることによって, nested の性質が必ず満足されていることも注目される.

たとえば, 表 2 の数値例に単段階の場合の最適解法である WW 法を用いた level by level 法を適用すると, 段階 2, 1 とともに, まったく同じ解, すなわち最適解が得られる. さらに, 単段階の heuristic 解法である Silver-Meal 法, PPB (パートピリオドバランシング) をそれぞれ用いると, 両者ともに段階 2 では同じ解が得られるが, 段階

1の解として、両者ともに(7, 0, 3, 0)という最適解と異なった解が得られる。しかしそのときのコストは64であり、最適解の62と大きな差はない。一般的に level by level 法の計算誤差は10%程度で済むようである。また解を改善するために、段取コストに先行段階からの累積値を用いるなどの工夫も提案されているが、問題条件によりその効果は異なり、本質的な差異は見いだされないことから、実用的には単段階の heuristic 解法を用いた通常の level by level 法で十分であろう。

ところで、最終需要 $D$ が一定である場合の多段階 EOQ についても最後に若干ふれておこう。この問題の定式化にも echelon stock の概念が本質的である。一般的な多段階ネットワークに対する heuristic 解法として、2段階の場合の解法をくりかえし隣り合う2段階に適用して解を得る myopic ポリシー [8] が知られている。そして、2段階の場合の解は、段階1, 2のロットサイズを  $Q_1, Q_2$  としたとき、次式で与えられる。

$$Q_1 = \left[ \frac{2D(S_1 + nS_2)}{h_1 + h_2/n} \right]^{1/2}, \quad Q_1 = nQ_2$$

ただし、 $n$  は、 $n(n+1) \geq (S_1 h_2) / (S_2 h_1)$  を満足する最小の整数である。

表2の数値例は有限期間の問題であるが、比較的需要が一定であるために、その平均需要を  $D=2.5$  として上式に適用すると、 $(S_1 h_2) / (S_2 h_1) = 2$  から、 $n=1$  が得られ、さらに  $Q_1 = Q_2 = 4.08$  が求まる。これより  $Q_1 = Q_2 = 4$  に近くなるように段階2, 段階1のロットを構成すると、それぞれ、(3, 4, 3, 0), (3, 4, 3, 0) となり、このときのコストは66であり、これでも有限期間の最適解に近い解が得られることは興味深い。

## 5. おわりに

以上、多段階のマネジメントとして、まず多段階管理システムのセッティングの理解とその構成を規定しているリードタイム、段取時間、コストなどの短縮がシステムの効率を考えるうえで第一

義であることを強調し、その前提条件のもとでロットサイズなどのコントロール変数の決定問題について述べた。このような考え方は、現在急速に進みつつあるハードを基調とした生産、流通の自動化をさらに実効のあるものとするために、一層必要とされてくるものであり、半面さらに研究、応用の両面から検討すべき余地も多く残されていると考える。

## 参考文献

- [1] Silver, E. A. and Peterson, R. (1985): "Decision Systems Inventory Management and Production Planning", second ed., John Wiley & Sons
- [2] 圓川隆夫(1985): "多段階の物流と不確実性", オペレーションズ・リサーチ, Vol.30, pp.171-177
- [3] Kaplan, R. S. (1983): "Measuring Manufacturing Performance: A New Challenge for Managerial Accounting Research", *The Accounting Review*, Vol.58, pp.686-705
- [4] Schwarz, L. B. (editor) (1981): *Multilevel Production/Inventory Control System: Theory and Practice*, North-Holland
- [5] Rao, V. V. and McGinnis, L. F. (1983): "Optimal Lot Sizing in Mutiperiod Production Systems", *IEEE Transactions*, Vo. 15, pp. 54-62
- [6] Crowston W. B. and Wagner, M. H. (1973): "Dynamic Lot Size Models for Multistage Assembly Systems", *Management Science*, Vol.20, pp.14-21
- [7] Lambrecht, M. R. et. al. (1981): "Review of Optimal and Heuristic Methods for a Class of Facilities in Series Dynamic Lotsize Problems", in [4], pp.69-94
- [8] Schwarz, L. B. and Schrage, L. (1975): "Optimal and System Myopic Policies for Multi-echelon Production/Inventory Assembly Systems", *Management Science*, Vol.21, pp.1285-1294