

割引航空券と座席予約管理モデル

澤木 勝茂

1. はじめに

毎日の新聞やチラシ広告・ダイレクトメールを眺めていると東京ーハワイの往復航空料金が98,000円であるとか、香港でパリやロンドン行きの航空券を購入して東京ーパリ・ロンドン間のみ利用するとよいか、外国で購入した格安の航空券保持者が成田空港でその差額を支払うよう要求されたとか、安い航空券にまつわるいろいろな記事が新聞に載っている。これは、1978年に米国で航空産業の規制緩和に伴う航空料金自由化による影響の表われである。航空会社は同一の座席クラスに異なる選好をもった種々の乗客の需要に対応すべく複数の料金体系のもとで航空券を提供するようになった。航空産業は売上規模が巨大な市場であり、総費用の中で固定費用の占める部分が多い。高い料金の下で空席の多い便を飛ばすことも不経済であるが、低い料金の割引客ばかりの便もまた低い収益を航空会社にもたらすにすぎない。

一般に、低い料金の乗客は「早い時期」に予約し航空券を購入するのに対し、普通料金で飛行機を利用する客の需要は「遅い時期」に発生する。このように収益性の高い需要は遅く発生し、収益性の低い需要は早く実現しその量も大きいとき、収益性の低い航空券の販売数を適正に管理することによって1便当りの期待収益を最大にする意思決定を航空会社の座席管理と呼ぶ。この座席管理のアイデアは、普通料金による客の需要がある水準以上に期待されるとき割引料金の客の予約を事前に制限して2つの料金で売る座席をバランスさせることにより航空会社の収益を増大させることである。1便当りの座席総数は一定で、売れ残った空席は永久にその収益を失うから、割引客と普通客の座席をどのようにして配分するかは航空会社にとって企業の収益性を左右する重要なテーマとして最近注目を集めるようになった(注1)。従来の座席管理は飛行ルートに精通した専門家の判断

に依存したArt(術)と勘の部分が多いが、本報告ではオペレーショナルな座席管理のための数学モデルを提案する。

2. 単純な座席管理モデル

航空機の座席管理が通常の在庫管理と異なる点は、売れ残った商品である空席を将来に繰越しすることができないことである。この節では、普通料金を支払う個人客(普通客と呼ぶ)と割引料金で飛行機を利用する団体客(割引客と呼ぶ)の2種類の需要があり、普通客は割引客より遅れて航空券を購入する場合の座席予約管理問題を議論する。ここでは、予約をした客はその予約を取り消さないものと仮定する。したがって、この場合航空会社は予約のオーバーブッキングをする動機を有しないことになる。

- 仮定(1) 割引客と普通客の需要は互いに独立である。
- (2) 割引客は普通客よりも早く予約する(Early Bird)
- (3) 予約できなかった客は同一の航空会社の便に移行しない。

これらの3つの仮定の内で(1)と(3)は緩めることができる。仮定(3)は予約できなかった割引客が普通客にグレード・アップしたりして同一の航空会社の便を利用する可能性を想定しないためである。次のような記号を使用しよう。

P_1 = 普通料金

P_2 = 割引料金, $P_2 < P_1$

X_1 = 普通客の需要を表わす確率変数

X_2 = 割引客の需要を表わす確率変数

C = 飛行機の座席総数

L = 割引客に配分される座席の上限

注1) アメリカン航空では、1日1500便が離陸している。1便当り約220席として1日当り330,000席、年間1億1880万席の在庫を販売している。1便当り割引客の代わりに普通客に1席余分販売することができれば、年間270億円の増収になると推定されている。文献[2]参照。

さわき かつしげ 南山大学 経営学部

〒466 名古屋市昭和区山里町18

$s = C - L$ が普通客のために保護される座席数となる。問題は、1便当りの飛行機から獲得される期待収益 $ER(L)$ を最大にするような L すなわち s を求めることである。

(1) $ER(L) = E[P_2(X_2 \wedge L)] + E[P_1(X_1 \wedge (C - X_2 \wedge L))]$ ただし、 $x \wedge y = \min\{x, y\}$ とする。

割引客の需要が早く発生することから、いま $(L-1)$ 席の割引客の予約は受け入れられたとしよう。さらにもう1人の割引客の予約を受け入れるべきか否かを決定したい。もし $(L-1)$ 席の割引客の予約受入れて停止すれば期待収益は $E[R(L-1) | X_2 \geq L]$ であり、さらにもう1席の予約を受け入れればそのときの期待収益は $E[R(L) | X_2 \geq L]$ となる。したがって、もう1席の予約を受け入れることから生じる期待収益の増分 $G(L)$ は

$$G(L) = E[R(L) | X_2 \geq L] - E[R(L-1) | X_2 \geq L] \\ = P_2 - P_1 E[X_1 \wedge (C-L) - X_1(C-L+) | X_1 > C-L, X_2 \geq L] \cdot$$

$$P_r \{X_1 > C-L | X_2 \geq L\}$$

(2) $= P_2 - P_1 P_r \{X_1 > C-L\}$ (仮定(1)より)となる。ただし、 $P_r \{X_2 \geq L\} > 0$ である。もし $X_2 < L$ ならば L 番目の割引客の予約を受け入れるかどうかの問題は発生しないから、(2)式の $G(L)$ の定義は意味がある。したがって、(2)式の $G(L) > 0$ であるかぎり追加的な割引客の予約を受け入れることは最適である。 $P_r \{X_1 > C-L\}$ は L の増加関数であるので次のような予約限度 L^* が存在する。

$$(3) \quad L^* = \max \{L : G(L) > 0\} \\ = \max \{0 \leq L \leq C : P_r \{X_1 > C-L\} < P_2/P_1\}$$

ゆえに、期待収益 $ER(L)$ は割引客の予約を L^* 席まで受け入れることによって最大となる。すなわち、普通客に対して $(C-L^*)$ 席まで保護することになる。(3)式の最適な割引客予約限度数 L^* は、普通客の需要の分布関数にのみ依存して割引客の需要の分布関数からは独立であること、普通料金で評価した割引料金の相対価格 P_2/P_1 にのみ依存していることがわかる。 $P_2/P_1 = 0.60$ 、普通料金が平均30、標準偏差11.5の正規分布に従い、座席総数 $C = 100$ の最適な割引客予約限度数は $L^* = \max\{0 \leq L \leq 100 : P_r \{X_1 > 100-L\} < 0.60\} = 73$ となり、普通客には27席が保護されることになる。このように座席管理問題は次々に到着する割引客の予約受入れをいつ停止すればよいかという最適停止問題の側面をもっている。

3. オーバーブッキングを許す座席管理モデル

ここでは客は普通客のみから成り、普通客はその予約

を取り消す可能性があるとしよう。普通客はその予約をペナルティーなしで取り消すことができるならば、航空会社はそれへの対抗手段としての予約オーバーブッキングを行なう。航空会社は離陸時においてオーバーブッキングをしたことが判明すれば罰金 π を客に支払わなければならないとする。席を予約した客は予約確認をするか取消し(no showを含む)のいずれかを行なうとしよう。問題は前節と同様に1便当りの期待収益を最大にするような最適オーバーブッキング政策を求めることである。各予約に対して次のような確率変数 D_i を定義する。

$$D_i = \begin{cases} 1 & i \text{ 番目の客が予約確認をしたとき} \\ 0 & i \text{ 番目の客が予約の取消しをしたとき} \end{cases}$$

もし L 席の予約がなされたとすれば、 $N(L) \equiv \sum_{i=1}^L D_i$ 席の予約確認があることになる。このときの期待収益 $ER(L|C)$ は

(4) $ER(L|C) = P_1 N(L) - (P_1 + \pi) E[N(L) - C]^+$ となる。ただし、 $x^+ = \max\{x, 0\}$ である。第2節と同様に、もう1人の予約を受け入れることから獲得される期待収益の追加的増分 $G(L)$ は

$$(5) \quad G(L) = ER(L|C) - ER(L-1|C) \\ = P_1 E[D_L] - (P_1 + \pi) E[D_L | N(L) > C] \\ P_r \{N(L) > C\}$$

となる。予約取消しの確率過程 $\{D_i\}$ が特定されて(5)式が L に関して単調増加ならば、(5)最適なオーバーブッキング政策 L^* が求まる。最も単純な予約取消しの確率過程は D_i が同一で独立な分布にしたがうベルヌーイ過程である。もし $E[D_i] = \alpha$ であるベルヌーイ過程を仮定すれば、(5)式は

$$G(L) = P_1 \alpha - (P_1 + \pi) \alpha P_r \{N(L) > C\}$$

となって、 $P_r \{N(L) > C\}$ が L の増加関数となるから最適なオーバーブッキングの上限 $L^*(C)$ は

(6) $L^*(C) = \max \{L \geq 0 : P_r \{N(L) > C\} < \frac{P_1}{P_1 + \pi}\}$ となる。したがって、最適な予約政策は普通客を $X_1 \wedge L^*(C)$ まで予約受入れを行なうことである。もし $P_1 = \pi$ 、 $\alpha = 0.5$ ならば、 $L^*(C) = 2C$ となる。

5. おわりに

本報告では、独立な需要をもつ2クラスの座席配分問題と単純なオーバーブッキング問題について説明した。現実の座席管理は、少なくとも8クラスの座席の種類があり、各クラスの需要には明らかに依存関係がある。航空料金や各クラスの需要分布にも依存関係があって、モデルの中で内生化するべきものである。航空会社の全社的な

飛行ネットワークを対象とする座席管理は複雑で大規模な問題であるばかりでなく、そこでは各ルートの乗務員の割当て・飛行機の配分などの問題も含むことになる。

これらのどれも複雑で難解な問題であるが、航空会社の収益管理に関する科学的方法の研究はその緒についたばかりであるといつてよいであろう。その収益管理の中で座席管理モデルは比較的単純でありながら現実的に有益であると思われる。航空産業は大きな市場をもつ産業であり、1便当りの数パーセントの収益の改善が大きな年間収益の増加に貢献する可能性がある。この座席管理をいかに工夫し効率的に運用するかが、きたるべきわが国での航空料金の自由化と国際化の下で航空会社にとって喫緊の問題となるであろうと推察する。

参 考 文 献

- [1] J. J. Beckmann, "Decision and Team Problems in Airline Reservations" *Econometrica* 26, 134-145 (1958).
- [2] P.P. Belobaba, "Airline Yield Management: An Overview of Seat Inventory Control," *Transportation Science* 21:2, 63-73 (1987).
- [3] P.P. Belobaba, "Air Travel Demand and Airline Seat Inventory Management," Ph. D. Dissertation, Report R87-7, Flight Transportation Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass. (1987).
- [4] K. Littlewood, "Forecasting and Control of Passenger Bookings," *AGIFORS Symp. Proc.* 12, 95-117 (1972).
- [5] M. Mayer, "Seat Allocation, or a Simple Model of Seat Allocation Via Sophisticated Ones," *AGIFORS Symp. Proc.* 16, 103-135 (1976).
- [6] H. Richter, "The Differential Revenue Method to Determine Optimal Seat Allotments by Fare Type," *AGIFORS Symp.* 22, 339-362 (1982).
- [7] M. Rothstein and A. W. Stone, "Passenger Booking Levels," *AGIFORS Symp. Proc.* 7, (1967).
- [8] 沢木勝茂, "航空機の座席管理モデルについて"『南山経営研究』第3巻第1号, 1-14 (1988).

物流効率化とシミュレーション

上野 信行, 中川 義之

1. ま え が き

製造業においては、注文構成の多品種・小ロット・高級化・短納期化などが急速に進んでおり、これらに対応したより合理的な生産体制・物流管理体制を整備することにより、コストの徹底的削減と製造期間短縮や Just-in-time 納入などの非価格競争力向上を図ることが重要な経営課題となっている。

そこで、先進的な工場では、近年、生産・物流統合管理システムが開発されており、製造所全体の“物の流れ”を一貫して計画・管理し、受注～生産～出荷に関わるすべての注文の動きの先読みを行なうことにより、適正な

うえの のぶゆき, なかがわ よしゆき

住友金属工業(株) 数理解析室

〒541 大阪市中央区北浜 4-8-4

操業計画を立案し、これを遵守する作業により物流効率化を図っている[1]。

今回、上記の一環として、特に、工場払い出しから出荷にいたる構内物流効率化を目的に、従来のリフト・カーによる個別・小規模輸送に変わって、トレーラー&パレット輸送方式を導入することになった。

本報告は、新しい輸送方式の導入にさいして、ORの代表的手法であるシミュレーションと線型探索法を組み合わせた新しい技法を開発し、その設備仕様・輸送ルール確立等の検討を行なったものである[2]。

いわば、製造業における物流効率化事例検討への1つの「ORの切り口」を示したものであるといえるが、この切り口は、実践的OR活動の目から見ると、「現場課題解決の常套的な切り口ではあるが、恒常的に研ぎ澄ましおこななければならない切り口」である。