

# 非協力ゲーム理論の最近の展開

岡田 章

## 1. はじめに

1944年、フォン・ノイマン(von Neumann)とモルゲンシュテルン(Morgenstern)の名著「ゲーム理論と経済行動」の出版によって誕生したゲーム理論は、いくつかの発展段階を経て、現在、広範囲の学問領域におよぶ学際的理論として多くの研究者によって活発な研究が行なわれている。特に、70年代前半から現在までのゲーム理論の展開の主なものとして、非協力ゲームの理論のいちじるしい発展が考えられる。そして、これはゲーム理論の理論と応用の2つの面に重要な影響を与えている。

第1に、非協力ゲームのモデルと分析方法が発達するにつれてゲーム理論の伝統的な「非協力ゲームの理論」と「協力ゲームの理論」という二分法がしだいにその存在意義が失われ、データの「一般理論」の構築に向けて研究が行なわれるようになったことである。第2に、非協力ゲームの理論の発展によって、従来のゲーム理論、特に協力ゲームの理論では扱えなかった問題に対してゲーム理論の応用が可能になったことである。その範囲は、経済学、政治学、OR、哲学、社会学、心理学、生物学におよび、ゲーム理論の学際的な基礎理論としての重要性がより一層多くの研究者に認識されるようになった。

このようなゲーム理論の発展を背景にして、1987年10月1日から1988年8月31日までの期間、西ドイツ、Bielefeld大学のZentrum für interdisziplinäre Forschung(略称ZiF)において学際研究プロジェクト「行動科学におけるゲーム理論」が開催された。研究プロジェクトでは、多くの研究者によって広範囲の学問領域でのさまざまな問題に対して非協力ゲームを中心とするゲーム理論的モデルの開発とその分析が進められた。筆者も研究プロジェクトに参加する機会が与えられ、異な

る分野の研究者と共同研究をすることができた。

本稿では、非協力ゲーム理論の最近の展開をみるために、2.では非協力ゲーム理論の基本的な性格について述べ、3.ではZiF研究プロジェクトの概算を紹介し非協力ゲーム理論の最近の応用について述べる。

## 2. 非協力ゲーム理論の性格

### 2.1 非協力ゲームとは

ゲーム理論は、通常、非協力ゲーム理論と協力ゲーム理論に大別される。非協力ゲーム(noncooperative games)と協力ゲーム(cooperative games)の区別を最初に定義したのは、Nash[3]である。Nashの定義によると、協力ゲームでは、プレイヤーは自由にコミュニケーションをもつことができ、話し合いによって成立したプレイヤー間の合意は拘束力をもつ。これに対して、非協力ゲームではプレイヤーはコミュニケーションをもつことができず、プレイヤー間の合意は拘束力をもたない。

このように、最初、協力ゲームと非協力ゲームの区別は、プレイヤー間のコミュニケーションと拘束力のある合意(enforceable agreement)の有無によって定義された。その後、ゲーム理論の研究が進みその内容がより豊かなものになるにつれて、この定義は必ずしも十分ではなくなってきた。70年代になると、ゲームの最も基本的な表現形式である展開形ゲーム(games in extensive form)の理論が発達し、その結果、ゲームの情報構造が正確に記述されゲームの情報構造とプレイヤーの行動の関係が厳密に分析できるようになった。これによってプレイヤー間のさまざまなコミュニケーションの形態がゲームの情報構造として記述し考察できるようになり、コミュニケーションの有無は協力ゲームと非協力ゲームの区別においてあまり重要ではなくなった。

協力ゲームと非協力ゲームの区別で重要であるのは、プレイヤー間において拘束力のある合意が可能かどうかということであり、Harsanyi and Selten[2]の次の

おかだ あきら 埼玉大学 大学院 政策科学研究科  
〒338 浦和市下大久保255

定義が、現在最も一般的で広く受け入れられている。非協力ゲームは、ゲームの展開形表現の中に明示的に記述されているものを除いては、プレイヤー間で拘束力のある合意が可能でないゲームである。これに対して、協力ゲームはたとえゲームの展開形表現の中に記述されていなくてもプレイヤー間で拘束力のある合意が可能なゲームである。この一般的な定義は、通常、非協力ゲームと協力ゲームという語句から想像される状況とは大きく異なることに注意したい。特に、非協力ゲームではプレイヤーの交渉や協力を考察しないということではなく、むしろ交渉プロセスや協力の可能性をゲームの展開形表現の中に記述し分析を行なう。

## 2.2 非協力ゲーム理論と協力ゲーム理論

前節で非協力ゲームと協力ゲームの違いについて述べたが、ここで注意すべきことは、実際にわれわれが意思決定に直面する現実の状況自体が非協力ゲームと協力ゲームに分類できるという意味ではないことである。もちろん、寡占市場経済において独占禁止法などによって企業間で生産量カルテルなどの共謀が許されていない状況もあるが、現実社会の多くの状況ではプレイヤーの間で対立と協力の可能性が混在している。これは、国際政治における国家間の相互依存関係をみれば容易に理解できると思う。

上に述べた Harsanyi and Selten の定義は、非協力ゲームと協力ゲームの違いに関して次の2つの重要な点を含んでいる。第1は、現実のゲーム的狀況を分析する場合に対立や協力の可能性を含めてプレイヤーの間の相互依存関係をどのようにモデル化するかという点である。第2は、構築されたゲーム・モデルを用いてプレイヤーの意思決定や行動を考察する場合に、協力ゲームではプレイヤーの間の協力を前提としプレイヤーの提携としての戦略決定や行動を分析するが、非協力ゲームではプレイヤーの間の協力を前提とせずに個々のプレイヤーの戦略決定や行動を分析するという点である。この意味で、非協力ゲームと協力ゲームの違いはそれぞれのゲームを分析する場合の方法論の違いであると言った方がよいかも知れない。非協力ゲーム理論は「プレイヤー個々のレベルでの分析」であり、協力ゲーム理論は「プレイヤーの提携レベルでの分析」である。

プレイヤーの提携の成立や行動は提携の各メンバーの意思決定にもとづくものであるから、方法論上の問題としては非協力ゲーム理論の方が協力ゲーム理論より基礎的なものと言える。しかし、実際に現実のゲーム的狀況

表 2.1 非協力ゲーム理論と協力ゲーム理論

	非協力ゲーム理論	協力ゲーム理論
ゲームの前提	プレイヤーの間で拘束力のある合意が可能でない	プレイヤーの間で拘束力のある合意が可能である
表現形式	展開形ゲーム 標準形ゲーム	標準形ゲーム 特性関数形ゲーム
基本問題	個々のプレイヤーの合理的行動	プレイヤーの提携としての行動と利得分配
解の概念	均衡点	種々の協力解： 安定集合，コア， Shapley 値，交渉集合，カーネル，仁など

を分析する場合にどちらがより妥当であるかは、問題の特性、分析の目的、状況の複雑さなどの要因を考慮して研究者が判断することになるであろう。事実、70年代まで非協力ゲーム理論の内容は複雑な現実社会のゲーム的狀況を分析するのに十分でなく、ゲーム理論の研究の多くは協力ゲームを中心に行なわれてきた。

以上のことに注意しながら、ゲーム理論の伝統にしたがって非協力ゲーム理論と協力ゲーム理論の特徴を

- (1) 分析の前提
- (2) 主な表現形式
- (3) 基本問題
- (4) ゲームの解の概念

の4つの点に関して比較すると、表 2.1 のように要約できる。

非協力ゲーム理論ではゲームの展開形表現の中に記述されているものを除いてプレイヤーの間での合意は拘束力をもたないから、非協力ゲームの基本的な問題は、個々のプレイヤーにとって合理的な行動とは何かということである。この問題を解明するためには用いられる最も基本的な非協力ゲームの解の概念は、ゲームの均衡点 (equilibrium point) である。ゲームの均衡点とは、次の性質をもつプレイヤーの行動パターンの組である。どのプレイヤーも他のすべてのプレイヤーが均衡点にしたがう限り、自ら均衡点から行動パターンを変更しようとする動機をもたない。ここでプレイヤーの行動パターンとは、ゲームの中のあらゆる可能な手番に対してプレイヤーの行動を指定する行動規則のことである。上の性質は均衡点の自己拘束性 (self-enforcingness) と呼ばれ、非協力ゲームの解が満たすべき必要条件である。なぜならば、もし行動パターンの組が自己拘束性をもっていなければ、必ずある1人のプレイヤーは行動パターンを変

更する動機をもち、自己の利得最大化を目的とする合理的なプレイヤーはそのような行動パターンにしたがわないであろう。

### 2.3 協力の非協力モデル分析

非協力ゲームの定義で述べたように、プレイヤーの間の協力の分析は協力ゲーム理論に限られるわけではない。プレイヤーの間で協力が実現するまでの交渉プロセスを展開形ゲームとして記述することによって非協力ゲームとして分析することが可能になる。このように非協力ゲームのモデルを用いてプレイヤーの協力の問題を分析することによって、単に協力の結果としてどのような状態が実現されるかだけでなく、いかなる条件の下で協力が成立するかを考察することができる。

簡単な例を用いて、協力の成立の可能性を非協力ゲームによって分析することが、なぜ必要であるかをみてみよう。

#### 例。(寄付金ゲーム)

いま、ある人が $n$ 人の人々に対して次のように言ったとしよう。1人0円から1000円までの間の好きな金額を私に寄付してください。私は寄付金の総額を2倍にして皆さんに返します。ただし、皆さんは寄付した金額に関係なくそれを均等に分配してください。さて、もしあなたならばいくら寄付するでしょうか。

表2.2は筆者が行なった上のゲームの実験結果の一例である。実験は18人に対して行なわれ集まった寄付金の総額は6210円であった。この実験では大半の人は得をしているが、700円と1000円の寄付をした2人は損をしている。もし寄付金を変更できるならば、少なくともこの2人は寄付金を変更するであろう。

この例において個々の人々の最適行動は $n \geq 3$ のとき何も寄付しないことであり、これがゲームの唯一の均衡点である(興味のある方は確かめてください)。このとき、

表 2.2 寄付金ゲームの実験例

寄付金	人数
0円	6
250円	1
300円	1
400円	1
460円	1
500円	5
600円	1
700円	1
1000円	1

総人数=18人  
寄付金総額=6210円  
1人当りの分配額=690円

1人当りの分配額は0円であり人々は利益を得る機会を失ってしまう。これに対して、もし全員が一律に1000円寄付すれば1人当り2000円の分配額が得られそれぞれ1000円の利益を得ることができる。このゲームでもし人々の間で協力が可能ならば、全員が一律に1000円を寄付することが協力の成果として最も自然であると思われる。しかし、この協力の状態を実現することは非常に困難である。すでに述べたように、個々の人々の最適行動は何も寄付せずに他の人々からの寄付金の分配を得ようとするのである。もし上の協力の状態からある人が寄付を止めれば1人当りの分配額は1889円となり、寄付を止めた人の利益は1000円から1889円に増加する。

寄付金ゲームでは、個々の人々にとっての最適行動(個人合理性)と全体の人々にとっての最適行動(全体合理性)が両立しない。このように個人合理性と全体合理性が一致しないことが私たちの人間社会の基本的な特性の1つである。この問題の構造は、ゲーム理論では「囚人のジレンマ」としてよく知られており多くの研究が行なわれている。また、政治社会学における「共有地の悲劇」や経済学における「公共財のただ乗り問題」も同じ状況を示している。

寄付金ゲームで重要な問題は、「いかに人々間の協力が個々の利得最大化行動と矛盾なく実現するか」ということである。このような問題は非協力ゲームのモデルを用いて分析されなければならない。さらに、ある場合には、人々は協力を実現するために協力の合意が拘束力をもつように積極的に社会の制度・仕組みを変えようとするかも知れない。このようなプレイヤーによるゲームのルールの構築という新しい問題領域に対して、表2.1のような従来からの「非協力ゲーム理論」と「協力ゲーム理論」という二分法は十分でないように思える。新しい研究分野が開拓されゲーム理論の内容が一層豊かなものになるにつれて、ゲーム理論の理論体系もより一般的な統合されたものになることが期待される。

## 3. 西ドイツ ZiF 学際研究プロジェクト 「行動科学におけるゲーム理論」

### 3.1 ZiF とは

ZiF(Center for Interdisciplinary Research)は西ドイツの Bielefeld 大学にある研究所で、学際的なテーマの研究を推進する目的で1968年 Bielefeld 大学とはほぼ同時に創立された。Bielefeld は Düsseldorf の北東約190km に位置する人口約31万人の北ドイツの町であ

る。大学は町の郊外にあり ZiF は大学のキャンパスに隣接する森の中にある。その森は北ドイツを南北に走る teutoburger の森の一部である。

ZiF の主な活動は、毎年行なわれる研究プロジェクトとさまざまなテーマで開かれるワークショップである。研究プロジェクトのテーマは学際的なものでさまざまな学問分野の研究者が協力しその成果が期待されるものが選ばれる。研究プロジェクトのテーマが決定した後、そのテーマに適した研究グループが組織される。通常、研究プロジェクトの期間は1年であり、研究グループの参加者は ZiF で研究および生活をともにする。そのため、研究所内に研究者とその家族用のアパートが完備されている。

ZiF では1969年以来、20の研究プロジェクトが行なわれ、約400のワークショップが開催されている。毎年、ZiF の研究活動レポートが発行されていますので、ZiF の研究活動についてもっと詳しく知りたい方はそちらを参照してください([6])。ZiF の住所は

ZiF, Universität Bielefeld  
Wellenberg 1  
D-4800 Bielefeld 1  
FRG

です。

### 3.2 研究プロジェクト「行動科学におけるゲーム理論」

1987年10月1日から1988年8月31日までの期間、ZiF では R. Selten (Bonn 大学) によって研究プロジェクト「行動科学におけるゲーム理論」が組織された。研究グループは短期、長期の滞在者を合わせて約50名の研究者で組織され、その出身国は西ドイツ、オランダ、ベルギー、英国、イタリア、スイス、オーストリア、イスラエル、アメリカ、カナダ、日本などであった。

研究プロジェクトの目的は、経済学、政治学、OR、哲学、社会学、心理学、生物学の広範囲の学問分野の研究者の協力によってこれらの領域のさまざまな問題に対してゲーム理論的モデルの開発とその分析を推進することである。研究は非協力ゲーム理論を基本的な枠組みとし、モデル分析は展開形ゲーム・モデルを中心に行なわれた。

研究プロジェクトでは上のようなさまざまな分野の研究者が活発に議論をし多くの共同研究が行なわれた。このような研究者の学際的協力が可能であったのは、それぞれ異なる学問背景をもちながらもゲーム理論という共

通の言語を用いて会話ができたからである。それぞれの分野での問題は、異なる行動主体が異なる目的を追求しながら相互に依存し合っているという共通の特徴をもっており、これは「ゲーム」と呼ばれる数理モデルとして表現することでではじめてその問題の構造がよりよく理解することができた。また、モデルだけでなくプロジェクトに参加した研究者は共通の方法論を用いることで一致していた。それは2.で述べた非協力ゲーム理論の基本的な方法論であり、ゲームにおけるプレイヤーの行動をゲームの均衡点として記述しようとするものである。Selten はこのような方法論あるいはそのモデルを、「ゲーム均衡モデル」(game equilibrium model) と呼んでいる。

各分野で開発されたゲーム・モデルは共通の形式性をもつと述べたが、モデルの背後にある基本的考えはそれぞれ異なり、それゆえ結果の解釈も異なることに注意する必要がある。たとえば、経済学においては多くの場合、経済主体の利得最大化行動は主体の理性的な熟慮・判断の結果と考えられるが、生物学においては生物の適応度(fitness) 最大化行動は生物界の自然淘汰の力によるものと考えられる。したがって、生物のゲーム・モデルにおいてはゲームの均衡点はプレイヤーの合理的な意思決の結果ではなく生物進化の動学プロセスの定常状態として解釈され、均衡点の動学的安定性の理論はきわめて重要になる。また、生物学におけるゲーム理論の研究は経済学をはじめとして社会科学の分野においてゲームの均衡点の動学理論や学習理論を進展させる上で非常に有益であり、研究プロジェクトでも経済学者と生物学者の活発な研究交流があった。

紙面の都合上、研究プロジェクトにおいて研究された各テーマについて詳しく述べることはできないが、次にその一部を上げる：将来市場における戦略的行動、政府に対する私的企業の政治的圧力、国際紛争における「力の均衡」、かんがいシステムの安定性、「囚人のジレンマ」状況における協力の可能性([1])、原子力プラントにおけるデータの検証([4])、外国語学習の最適戦略、性差の起源、花と授粉。研究プロジェクトの成果は Springer の Lecture Notes シリーズとして近く刊行される予定です。

## 4. おわりに

現在、ゲーム理論はさまざまな学問分野から問題提起をうけている。それによってゲーム理論の応用範囲が拡

大され、その学際的理論としての重要性がより一層高まっている。本稿では西ドイツでの研究活動の一部を紹介したが、米国においてもオハイオ州立大学でゲーム理論の国際学会が1987年から毎年開催され、世界各国からつねに100名以上の研究者が参加し多くの研究発表が行なわれている。わが国においてもゲーム理論の理論と応用の両面においてさらに活発な研究が推進され、研究者の学際的・国際的な研究交流が発展することが強く望まれている。

参 考 文 献

- [1] Avenhaus, R. and A. Okada : Inspector Leadership Games with Incomplete Information, ZiF preprint No.17, 1988.
- [2] Harsanyi, J. C. and R. Selten : A General Theory of Equilibrium Selection in Games, MIT Press, Cambridge, 1988.
- [3] Nash, J. F. : Noncooperative Games, Annals of Mathematics 54(1951), 286-295.
- [4] Okada, A. and H. Kliemt : Anarchy and Agreement-A Game Theoretic Analysis of Some Aspects of Contractarianism, ZiF preprint No.25, 1988.
- [5] von Neumann, J. and O. Morgenstern : Theory of Games and Economic Behavior, 3rd ed. Princeton University Press, Princeton, 1953.
- [6] ZiF Annual Report, 86/87 and 87/88.

●最新刊●

# 基礎暗号学I・II

## 情報セキュリティのために

加藤正隆著/A5/I・定価5150円  
II・予価5150円(11月刊)

暗号理論の本格的な解説書としては唯一ともいえる待望の書。雑誌『数理科学』連載中、各方面より多くの反響を呼んだ力作にさらに加筆。数学や最新の情報理論・符号理論などの基礎理論が縦横に綿密に組み立てられており、今日話題となっているDES, FEAL暗号についても論及している。著者は、戦前・戦後を通してこの分野の第一線で活躍している斯学の権威であり、本書はその通暁した知識の集大成ともいえる。

# REDUCE入門

パソコンによる数式処理活用法

広田良吾・伊藤雅明共著/A5/定価2300円  
数式処理 (REDUCE 3.3) を勉強や研究に役立てようとする人のために、例題を通して、その使い方、注意点等を丁寧にアドバイスする。

新時代のコンピュータ総合誌

隔月刊

# Computer Today

11月号発売中/定価930円

これがコンピュータミュージックだ!  
コンピュータがひらく新しい世界3

別冊 自分自身 プログラム言語の作り方 ¥1600  
のための

月刊誌

# 数理科学

11月号発売中/定価960円

自然認識としての力  
第5の力まで

▶ 価格表示は、「定価」とあるものは税込み、「¥」とあるものは税抜き価格です。

# サイエンス社

東京都千代田区神田須田町2-4 安部徳ビル  
☎03(256)1091 振替 東京7-2387