

品質評価モデルにもとづく初期流動管理図

山田 茂, 斎藤 修, 尾崎俊治

1. まえがき

品質管理は、消費者・購買者の要求に合致した品質の製品を経済的に作り出す、生産の各段階において実行される手段と活動を統合したものである。特に、近代的な品質管理は、統計的な手段を採用しているため統計的品質管理 (statistical quality control, 略して SQC) と呼ばれる。品質管理の手順は、計画 (Plan)、実行 (Do)、検討 (Check)、対策 (Action) という管理のサイクルを経て、対策事項を盛り込んだ新しい計画へとフィードバックするものである。こうした手順にもとづく作業は、市場での情報収集→開発→設計→生産準備→生産→市場での実績評価、という一連の生産活動の各部門において行なわれる [1]。本論文で議論する初期流動管理とは、生産準備の後の生産の初期段階で実施されるものである。

新製品の試作・製造に入ったとき、量産工程における大きな設計変更が行なわれたとき、または新設製造ラインの設置後の初期生産時点においては、工程内作業の未熟練、作業ミス、工法上の難点などの原因により不良品が多発する。しかも、不良率が大きくばらついて工程の不安定状態を管理しきれなくなる場合も多い。そこで、こうした初期流動から通常の量産段階、すなわち定常流動への速やかな移行を目的として行なわれる、日常の管理とは異なった特別の管理を初期流動管理という [2]。

初期流動管理中は、小ロット生産から始まって各ロットごとに品質を評価し、この評価項目の背景にある問題点を摘出する。これらの改善項目は、次のロット生産に反映され、数回のロット生産を繰り返し、あらかじめ設

定された生産の安定性の評価基準を満たした段階で初期流動管理を打ち切って、通常のロット生産へ入る。初期流動管理の特徴は、管理のサイクルをきめ細かく回し、十分な調査とタイミングのよい改善を図れるとともに、集中的に改善策を講ずることができる点にある。こうした不良発生現象が流動的に変化する特別な状況下での管理には、それに有効な品質評価の方法が必要となる。

そこで、上述の初期流動状態での不良発生現象の特徴をふまえて、工程の安定状態の管理のために適用される管理図 (control chart) [3] は次の要件を満たしていなければならない。

- 1) 初期流動期間における不良率 p の大きなバラツキを、従来の方法よりも管理の容易な小さな変動としてとらえることができる。
- 2) 平均不良率 \bar{p} そのもの (従来の管理図でいう中心線) が、時間あるいは生産量とともに変化していくことを考慮にいれて中心線を決めなければならない。
- 3) 1), 2) の要件を満たしたうえで、従来の管理図のような簡便さを満たしていなければならない。

上記の要件を満足するために、初期流動時における不良率と生産数量との相関関係に着目する。そこで、量産開始前の初期流動時における累積不良率と累積生産数量の両者の間には対数線形性が成立するという経験則 [4] を用いる。すなわち、従来のように不良率を各ロット群における不良率としてとらえるのではなく、生産し始めてからの生産数量の累積値と、それまでに発生した不良品数の累積値との比を累積不良率としてとらえ、両対数グラフ上で累積不良率と累積生産数量の観測データが直線回帰できるというものである。この経験則を用い、上記の要件を満たすような品質評価法を開発することは有用である。

従来より信頼性工学の分野では、ハードウェア製品やソフトウェア製品の開発テストにおける進捗度と信頼性の達成度を評価するために、信頼度成長モデル (relia-

やまだ しげる 広島大学工学部第2類 (電気系)
さいとう おさむ 広島大学大学院工学研究科
おさき しゅんじ 広島大学工学部第2類 (電気系)
〒724 東広島市鏡山1丁目4-1
受理:平成3年3月7日

bility growth model) [5]~[8] が適用されてきた。これは、テスト時間の経過とともに故障モードが抽出されたりプログラミングエラーが除去されたりして、故障の発生確率が減少する現象、すなわち製品の信頼度が向上していく現象を数理モデルによりとらえるものである。製品の量産工程においても、生産数量の増加とともに不具合や欠陥が解消されて不良率が減少し、工程の稼働率が向上していく現象が見られる。したがって、初期流動管理の進捗状況についても、信頼度成長モデルにより把握することができるものと考えられる [9]。

本論文では、量産工程の初期流動管理における品質データの解析と評価のために、累積不良率にもとづく信頼度成長モデルを適用し、初期流動管理のための管理図法について議論する。まず、累積生産数量と累積不良率の関係をモデル化し、有用な品質向上尺度を導出する。また、本モデルによる品質データ解析法として、モデルパラメータに関する推定や、定常流動への移行時期を見積るときの一助となる品質向上尺度の推定法を考察する。以上の準備の上で、品質評価モデルを使って、初期流動管理を効率的に実施して速やかに定常流動へ移行するための目安を与える初期流動管理図について考察し、実際の初期流動データを使って初期流動管理図の適用例を示す。また、初期流動データがその初期において不安定であることを考慮して、後半のデータがより定常流動状態へと移行していく進捗状況を表わしているものと考え、初期流動データに重みづけをほどこした回帰分析にもとづく初期流動管理図を作成し、比較検討を行なう。

2. 累積不良率にもとづく品質評価モデル [9]

2.2 モデルの記述

初期流動時において、工程の改善や修正による工程の安定化を示す現象として、生産数量増加に伴う、不良率の減少および工程の稼働率の向上という現象が認められる。これに着目しモデル化を行なう。ここで、次の記号を定義する。

n = 累積生産数量 ($n=0, 1, 2, \dots$);

x = 累積生産数量が n のときの累積不良品数

従来、工程の不良率は所定の生産数量単位ごとに計算し、統計的な管理図法 (たとえば、 \bar{p} , $\bar{p}n$, $x-R_s$ 管理図など) により工程解析を行っていた [3]。これに対して、初期流動管理の全期間を通じて把握できるような不良率の尺度として累積不良率

$$D_c(n) = x/n \quad (1)$$

を定義する。式 (1) より工程が安定していく状況は、累積生産数量 n の増加とともに、累積不良率 $D_c(n)$ が低減傾向を示すことにより知ることができる。

また、累積不良率 $D_c(n)$ と累積生産数量 n の関係は対数線形性をもつという経験則 [4] より、

$$\log\{D_c(n)\} = \log a + b \cdot \log n \quad (2)$$

と定式化され、式 (2) より

$$D_c(n) = a \cdot n^b \quad (3)$$

を得る。ここで、 a および b は定数パラメータであり、特に b を品質向上パラメータと呼び、その値によって以下の状態を示す。

$b < 0$: 工程が安定状態

$b > 0$: 工程が不安定で、不良品多発の状態

式 (1) と式 (3) より累積不良品数 x は

$$x = a \cdot n^{b+1} \quad (4)$$

となる。したがって、初期流動管理に有用な品質向上尺度として瞬間不良率

$$d(n) \equiv \frac{dx}{dn} = a \cdot (1+b) \cdot n^b = (1+b) \cdot D_c(n) \quad (5)$$

と、その逆数で表わされる平均不良発生間隔

$$G(n) = n^{-b} / [a \cdot (1+b)] \quad (6)$$

を得る。式 (5) の $d(n)$ は累積生産数量が n のときの単位生産数量当りの不良品数を、式 (6) の $G(n)$ は累積生産数量が n のときの生産数量から見た不良品の発生間隔を表わす。初期流動管理の進捗状況を把握する尺度として、 $d(n)$ は減少傾向を示し、 $G(n)$ は増加傾向を示すことが望ましい。

2.2 モデルパラメータの推定

初期流動期間中に、累積生産数量 n と累積不良品数 x に関する m 組の観測データ (N_j, X_j) ($j=1, 2, \dots, m$) を得たものとする。このとき、累積不良率 $D_c(n)$ の観測データは $D_j = X_j/N_j$ ($j=1, 2, \dots, m$) により計算される。式 (3) の $D_c(n)$ のモデルパラメータ a および b は、式 (2) に対する回帰分析により推定され、それらの推定値 \hat{a} および \hat{b} はそれぞれ

$$\hat{a} = \exp[\overline{\log D} - \hat{b} \cdot \overline{\log N}] \quad (7)$$

$$\hat{b} = SS(\log N, \log D) / SS(\log N, \log N) \quad (8)$$

により与えられる。ここで

$$SS(\log N, \log D) = \sum_{j=1}^m (\log N_j - \overline{\log N}) \times (\log D_j - \overline{\log D}),$$

$$SS(\log N, \log N) = \sum_{j=1}^m (\log N_j - \overline{\log N})^2,$$

$$\overline{\log N} = \frac{m}{j=1} \log N_j/m, \quad \overline{\log D} = \frac{m}{j=1} \log D_j/m$$

である。式 (7) から、式 (2) は

$$\begin{aligned} \log\{\hat{D}_c(n)\} &= \log \hat{a} + \hat{b} \cdot \log n \\ &= \overline{\log D} + \hat{b} \cdot (\log n - \overline{\log N}) \quad (9) \end{aligned}$$

となる。

さらに、所定の累積生産数量 N_0 のときの累積不良率の予測値 D_0 は式 (9) により求まる。その予測値の分散は、分散分析で求められる誤差分散 V_e を用いて

$$\begin{aligned} \text{Var}[\log D_0] &= \left\{ 1 + \frac{1}{m} + \frac{(\log N_0 - \overline{\log N})^2}{SS(\log N, \log N)} \right\} \cdot V_e \\ V_e &= \frac{m}{j=1} (\ln D_j - \ln\{\hat{D}_c(n)\})^2 / (m-2) \end{aligned} \quad (10)$$

と与えられる。したがって、 $100(1-\alpha)\%$ 信頼限界は t 分布を用いて

$$\begin{aligned} \overline{\log D} + \hat{b} \cdot (\log N_0 - \overline{\log N}) \\ \pm t(m-2, 1-\alpha/2) \sqrt{\text{Var}[\log D_0]} \quad (11) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $t(m-2, 1-\alpha/2)$ は自由度 $m-2$ のときの両側確率 $100\alpha\%$ の t 分布の値を表わす。

2.3 重みづけパラメータの推定

本モデルに使用する初期流動データは、管理の立場からは質的に均一でない。すなわち、その初期のデータに比べて後半のデータは、その後の進捗度により大きな影響をおよぼすと考えられる。このことから、観測されたデータ列の比較的后半のものをモデル適用の際に重要視するのが得策である。特に本モデルにより作成する管理図は、データの重みづけを考慮したパラメータ (山田 [8] 参照) を使うことで、実際の工程管理においてより高い精度を上げることができると考えられる。そこで、モデルパラメータを推定する際に用いる観測データ列 (N_j, X_j) ($j=1, 2, \dots, m$) に対して、累積生産数量の増加に伴ってデータをより重要視するような重みづけを考える。

データ列の各データ (N_j, X_j) ($j=1, 2, \dots, m$) に対して重み列 W_j ($j=1, 2, \dots, m$) を導入する。このとき、回帰分析にもとづくパラメータ推定のための残差平方和 $S(a, b)$ は

$$S(a, b) = \sum_{j=1}^m W_j \{ \log D_j - (\log \hat{a} + \hat{b} \cdot \log N_j) \}^2 \quad (12)$$

により与えられる。式 (12) から、重みづけされたデータに対する各パラメータの推定値は、

$$\hat{a} = \exp \left[\frac{(\sum_{j=1}^m W_j \log D_j) - \hat{b} (\sum_{j=1}^m W_j \log N_j)}{\sum_{j=1}^m W_j} \right] \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \frac{(\sum_{j=1}^m W_j) \{ \sum_{j=1}^m W_j (\log N_j) (\log D_j) \}}{(\sum_{j=1}^m W_j) \{ \sum_{j=1}^m W_j (\log N_j)^2 \}} \\ &\quad - \frac{(\sum_{j=1}^m W_j \log D_j) (\sum_{j=1}^m W_j \log N_j)}{(\sum_{j=1}^m W_j \log N_j)^2} \quad (14) \end{aligned}$$

により与えられる。本論文では、重みづけの一例として累積不良数に比例するような重みづけを考えて $W_j = N_j$ とし、パラメータ推定を行なった。こうして推定されたモデルパラメータ \hat{a} および \hat{b} を式 (11) に代入し、初期流動管理図を作成する。

3. 品質向上尺度の推定

2. で述べた品質向上尺度 $d(j)$ と $G(j)$ はモデルパラメータの推定値 \hat{a}, \hat{b} より

$$\hat{d}(n) = \hat{a} \cdot (1 + \hat{b}) \cdot \{n\}^{\hat{b}} \quad (12)$$

$$\hat{G}(n) = \{n\}^{-\hat{b}} / [\hat{a} \cdot (1 + \hat{b})] \quad (13)$$

により推定される。

$\log \hat{a}, \hat{b}$ の分散を $\text{Var}[\log \hat{a}], \text{Var}[\hat{b}]$ とし、また共分散を $\text{Cov}[\log \hat{a}, \hat{b}]$ とすると、式 (12) の瞬間不良率の推定値 $\hat{d}(n)$ の漸近的分散 [10] は

$$\begin{aligned} \text{AVar}[\hat{d}(n)] &= \left(\frac{\partial \hat{d}(n)}{\partial \log \hat{a}} \right)^2 \text{Var}[\log \hat{a}] \\ &\quad + \left(\frac{\partial \hat{d}(n)}{\partial \hat{b}} \right)^2 \text{Var}[\hat{b}] + 2 \cdot \left(\frac{\partial \hat{d}(n)}{\partial \log \hat{a}} \right) \\ &\quad \times \left(\frac{\partial \hat{d}(n)}{\partial \hat{b}} \right) \text{Cov}[\log \hat{a}, \hat{b}] \quad (14) \end{aligned}$$

となり、 $\hat{d}(n)$ の $100(1-\alpha)\%$ 信頼限界は、

$$\hat{d}(n) \pm t(m-2, 1-\alpha/2) \sqrt{\text{AVar}[\hat{d}(n)]} \quad (15)$$

により与えられる。また同様に、式 (13) の平均不良間隔の推定値 $\hat{G}(n)$ の信頼限界も求めることができる。

4. 初期流動管理図

2. で議論した品質評価モデルによって推定される式 (9) と、その信頼限界である式 (11) を用いて、新たに初期流動管理図を作成することができる。その方法は、まず過去の同種の工程での初期流動時に得られたデータをもとに、両対数グラフ上に式 (11) の信頼限界を管理限界線として引き、その上に現在初期流動段階にある工程の品質データをプロットし各々のデータを線で結ぶ。その図より、データが信頼限界を外れていないかど

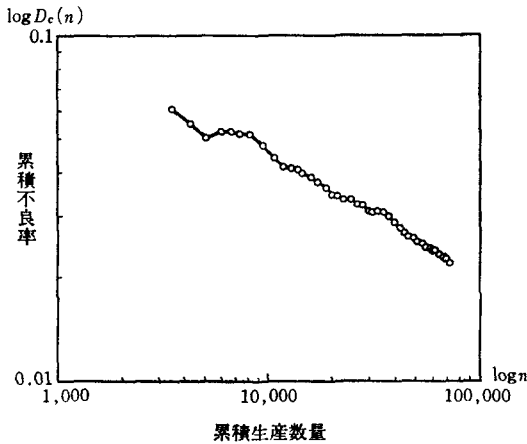


図1 DS1の両対数グラフへのプロット

うか、あるいはデータを結んだ線が上側信頼限界に向かって接近してゆく強い傾向はないかなどを見ることにより、現在の工程が初期流動管理によって正常に進捗しているか否かを判断しようとするものである。

この方法では、品質データを累積値で取り扱うために、これまで p 管理図や x 管理図などではデータのバラツキが大きすぎるため発見困難であった品質悪化の傾向を容易に見つけ出すことができる。また、不良率の予測値を一定ではなく対数線形的に減少していくものとしてとらえているために、従来不可能であった初期流動管理の進捗度における異常を検出することも可能となる。このように、初期流動時特有の品質データのより効果的な評価方法として初期流動管理図を提案するものである。

5. 初期流動管理図の適用

ある自動車用ゴム製品の量産工程における新製品の生産開始初期段階で、図1に示すような43組の品質データ $(N_j, D_j)(j=1, 2, \dots, 43)$ が観測された。ここで、この

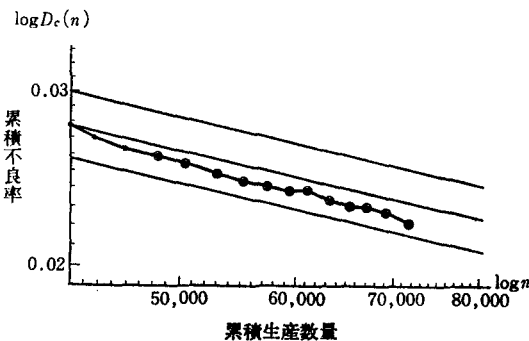


図2 DS1の初期流動管理図 (○: 管理データ)

表1 品質データ DS1の分散分析表

要因	自由度 f	変動 S	不偏分散 V	分散比 F
回帰 b	1	3.57683	3.57683	2955.9499
誤差 e	41	0.04961	0.00121	
計	42	3.62644		

$$D_c(j) = 1.0373\{N(j)\}^{-0.3411}$$

$$\log a : (-0.0678, 0.0996)$$

$$b : (-0.3537, -0.3286)$$

品質データをDSIとする。DSIを使って、式(2)の品質評価モデルをあてはめると、 $a=0.1873$ および $b=-0.1939$ となる。線形回帰式に対する分散分析により、1%有意であると言えた(表1参照)。このデータを使って、初めの $(N_j, D_j)(j=1, 2, \dots, 32)$ を本工程の実績データとし、 $(N_j, D_j)(j=33, 34, \dots, 43)$ を初期流動管理の対象データとする。そこで、DSIの内 $(N_j, D_j)(j=1, 2, \dots, 32)$ のデータを用いて式(9)を推定し、式(11)の95%信頼限界を用いてそれらを管理限界線と見なすような管理図を作成し、以降の $(N_j, D_j)(j=33, 34, \dots, 43)$ のデータについて検討を加えた(図2参照)。従来の管理方法として、 $x-R_s$ 管理図により同様に解析したのが図3である。両管理図とも、管理対象データ $(N_j, D_j)(j=33, 34, \dots, 43)$ は、中心線より下側、特に図2では下側管理限界を越している点もある。これらの管理図の縦軸が、いずれも不良率を表わしていることを考えると、これらのデータが下側に向かうのはむしろ好ましい。しかし、ここで注目すべき点は、図3の x 管理図における不良率データの推移状況である。不良率の平均値は次第に減少してゆくように見える。この理由は、これらの品質データが工程の初期流動時のものであることを考えれば明白で、この時期は工程の改善や作業

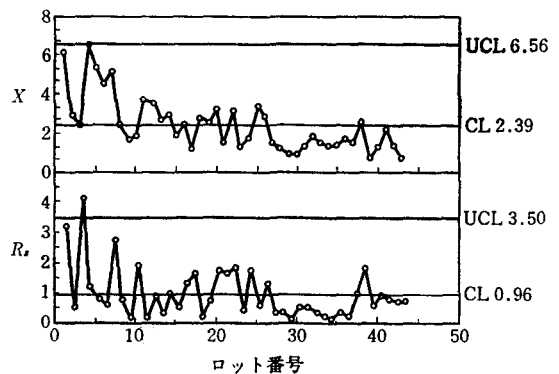


図3 DS1の $X-R_s$ 管理図

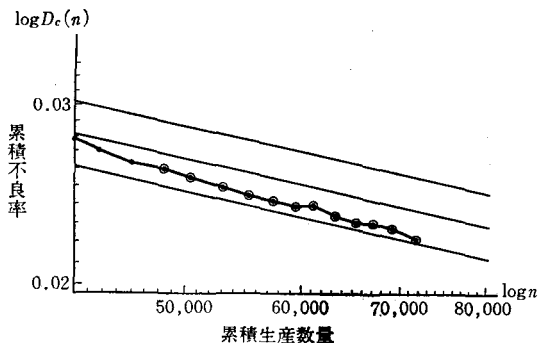


図4 DS1の重みつき初期流動管理図
($W_j=N_j$)

員の習熟度の向上も顕著なので、それによる工程の母不良率の変化も顕著なのである。したがって、こういった初期流動時においては、 x 管理図で「不良率が減っているから」品質は良好というものではなく、「どのように不良率が減少しているのか」が重要なのである。その点、図2の初期流動管理図では、そうした工程改善や作業員の習熟による母不良率（累積不良率）の変化を初期流動時から考慮してあるので、不良率の減少の仕方を管理できる。不良率の低減傾向を知りその推移状況を把握することで、初期流動管理の進捗度を評価できるという点で、図2の方法は初期流動時の管理図として有用であると思われる。さらに、重み値として累積生産数量をとり ($W_j=N_j$)、式(13)および式(14)のパラメータの推定値を使って作成した初期流動管理図を図4に示した。図2に比べてより下限管理限界線に近づいていることがわかる。

また、図2から図4までを通して見ると、 $x-R_s$ 管理図では不良率のバラツキが大きく、したがって管理限界線の幅も広がっている。これはまた、初期流動時の期間が長くなるほど初期のデータと後期のデータとのデ

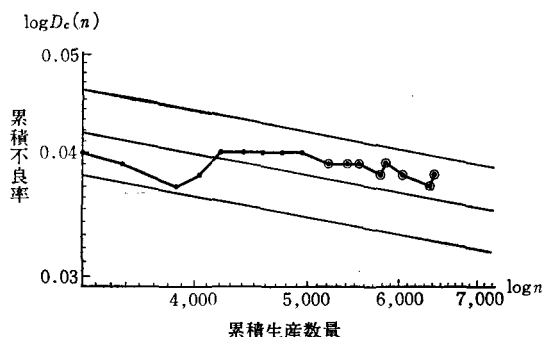


図5 DS2の初期流動管理図

ータ採取期間が広がることで大きくなる傾向がある。この点、初期流動管理図では、不良率および生産数量とも累積値でとらえるため、個々のデータのバラツキに対し過敏な反応を示さず、初期流動期間全体を通しての不良率の推移状況に着目して管理できるという点でも優れている。

次に、同様に別の自動車用ゴム製品に関する24組の品質データ DS2 について初期流動管理図を作成したものを図5、またデータの重みづけを考慮したパラメータの推定値を用いて作成したものを図6に示した。ここで、図5および図6は $N_j \geq 1000$ に対する累積不良率の挙動を示した。この場合、累積生産数量 $N_j=4000$ から5000あたりで工程に大きな変化が生じているのが見受けられる。この影響で後半のデータに重みを大きくつける図6では、図5に比べ管理限界線幅が大きくなりその結果、管理図として精度の鈍いものになってしまっている。これに対して前述の図4の場合には、前半のデータに比べ後半のデータが安定してきていることが重みづけにより管理図としての精度を高める結果になっていた。したがって、精度を高めるためにデータの重みづけを考慮した初期流動管理図としては、そのデータ採取の適切な開始時期（すなわち初期流動管理の対象とするデータ採取期間）を十分に検討する必要があることがわかる。

以上の結果より、まず初期流動管理図は $x+R_s$ 管理図のような従来の管理図に比べ初期流動状態の進捗状況を把握するのにより有用であることが確かめられた。また、データの重みづけによる管理図の精度の向上に関しては、そのデータの性質をよく考慮した重みづけが重要であることが認められた。

5. むすび

本論文では、新設製造ラインの設置初期段階や、新製

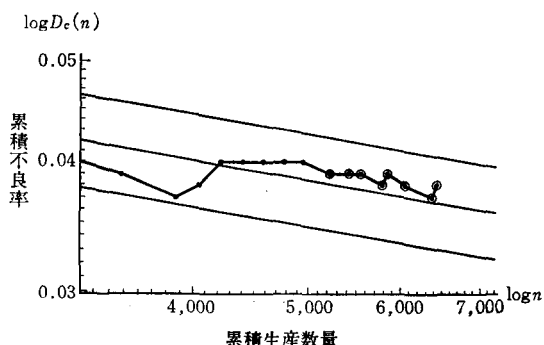


図6 DS2の重みつき初期流動管理図 (W_j-N_j)

品の量産工程の生産初期段階において行なわれる初期流動管理のための、累積不良率を用いた品質評価モデルおよび初期流動管理図について議論した。これは、累積生産数量と累積不良率との間に対数線形性があるという経験則にもとづいてモデル化を行なうものである。特に、この品質評価モデルにもとづいて累積不良率を用いた初期流動管理図を作成し、さらに、データの重みづけを考慮したモデルパラメータの推定とそれを用いた管理図を作成し、実際の品質データを使った解析例とその管理図の適用例を示し比較した。

初期流動管理においては、不良率のバラツキが大きいために、従来の管理図による工程管理が難しく、有力な品質評価法も提案されていない。ここで提案した品質評価モデルと、累積不良率を用いた初期流動管理図は、累積生産数量と累積不良率の対数線形性という単純な経験則にもとづくものであるが、その単純さゆえ取り扱いやすく、実用的な面で優れた初期流動管理における品質評価の一方法となり得るものと思われる。また、データの重みづけによる管理図の精度向上の試みとして、累積生産数量に伴う重みづけを行なったが、その結果、重みづけの方法にもまだ工夫がなされるべきであることがわかった。

今後は、より多くの品質データに対して、この品質評価モデルおよび初期流動管理図を適用し、これらの有効性の確認や、初期流動状態から定常流動状態への移行時期を見積るより良い方法を研究していく予定である。また、管理図の精度をより高める有用なデータに対する重み値の導入とその方法について検討を行なわなければならない。

謝 辞

貴重なデータを提供していただき、多くのご助言を賜った西川ゴム工業㈱の関係各位に感謝いたします。

参 考 文 献

- [1] 品質管理便覧編集委員会：“新版品質管理便覧”，日本規格協会，東京（1977）。
- [2] 真壁 肇：“品質保証と信頼性”，日科技連出版社，東京（1984）。
- [3] 谷津 進，宮川雅巳：“品質管理”，朝倉書店，東京（1988）。
- [4] 大須賀豊：“信頼性成長モデルの初期流動管理への適用”，日本品質管理学会第16回研究発表会要旨集，pp.27-30（1979）。
- [5] H. Ascher and H. Feingold：“*Repairable Systems Reliability*”，Marcel Dekker，New York（1984）。
- [6] 市田 嵩，鈴木和幸：“信頼性の分布と統計”，日科技連出版社，東京（1984）。
- [7] J. D. Musa，A. Iannino and K. Okumoto：“*Software Reliability*”，McGraw-Hill，New York（1987）。
- [8] 山田 茂：“ソフトウェア信頼性評価技術”，HBJ出版局，東京（1989）。
- [9] 山田 茂：“初期流動管理に対する信頼度成長モデルの適用”，電子情報通信学会論文誌，Vol. J71-A，No.3，pp.811-815（1988）。
- [10] C. R. Rao：“*Linear Statistical Inference and Its Applications*”，（2nd ed.）John Wiley & Sons，New York（1973）。

