

アルミニウム精錬所における数学的モデル化とその実務へのインパクト

Mathematical Modelling and its Impact On Management Practice
in an Aluminium Smelter

Miles G. Nicholls

Department of Information Systems
Swinburne University of Technology

Abstract

In this paper the development and implementation of an integrated mathematical model of the Portland Aluminium Smelter at Portland Australia is discussed.

Apart from the obvious reason for development of the model (production optimization) was the need to provide a mechanism to affect changes in the way in which management ran the plant as well as each of the “areas” of production. As a result of the implementation of the model, important changes to plant management occurred resulting in substantial improvements in plant efficiency and significant cost reductions that were outside the realm of the models per se.

1. はじめに

Portland Aluminium社はAlcoa Australia社の子会社で、ポートランド・アルミニウム精錬所の操業を行っている。この精錬所は、世界でも最大級、最新鋭で、数百エーカーの敷地に約13億豪ドルの資本投資がなされた。ここではアルミニウムインゴットにして年間約33万トンを生産し、オーストラリアの輸出の一翼を担っている。精錬所はいくつかのエリアに分けられ、それぞれは、プラント全体の生産とコストパフォーマンスに関し重要な役割を持っている。

そのひとつであるAnodeエリアは電解炉で使う陽極の製造、およびすべての原材料の発注と供給を引き受けている。Roddingエリアでは、焼成した陽極を受け取り、それを容器の中に吊し電流を流すための金属製の“竿”を取りつける。また、使用済み陽極の回収と、再加工（すなわち、陽極を磨き、再利用するためにAnodeエリアへ送り戻す）を請け負っている。

Potroom では（ホールエール法により）炉（この中にアルミナが入れられる）の中に吊された陽極に電流を流しアルミニウムを還元収集し、ルツボの中に入れてIngot Millへと送り出す。Ingot Millでは、融けたアルミニウムの入ったルツボを受け取り、アルミニウムを保管炉の中に入れる。そのあとインゴットにして出荷される。

さまざまなエリアは自律的に個々に業務を行なう単位として確立され、それぞれのエリアの責任者は、エリアの運用に関し完全な権限を持っていた。このことで、局所最適解に陥ってしまっていたのである。自分のエリアで行なった意思決定が、他のエリアへ与える影響を完全に把握している責任者は誰もいなかったのである。局所最適解に陥ってしまったことに関してはこのあと議論する。

ここでの問題は、まさに多階層問題であり（2階層問題に帰着できるのであるが）、非線形な変数や制約を持つ。あるいは、この問題は生産過程での双方向の流れの問題として特徴づけられるものである。

このようなモデル化を行なったのは本論文が最初である。それぞれのエリア内に限れば、モデル化がなされたことはあるが、精錬所を統合したものはなされていない。このモデルでは、生産過程での費用についても考慮する。

2. 精錬所の統合的なモデル

アルミニウムの生産においては、次の2つが主な変数である。1つは供給された電力 (kA) ——単位はキロボルト——、もう1つは陽極を電解炉に取りつけてから、使用後取り換えられるまでのサイクル (SC) である。これらの2つの変数は資材の（陽極の再利用といった）フィードバック・ループを扱う際には、独立には扱えない変数である。

PotroomではIngot Millを制約として、1期間当たりのアルミニウムの生産量最大化という目的を考えることができる。一方、Anodeエリアでの目的は、SCをできるだけ長くするように生産することである。これは、サイクルを長くすれば必要な陽極数が減り、結果的に費用の減少につながるからである。

上で述べたようにエリアを2つに“統合”しモデル化をすると、ポートランド・アルミニウム精錬所は、2階層計画問題の特徴をすべて持っていることになる。すなわち、1つのプラントの中に、互いに影響を与え合う意思決定の単位を持ち、意思決定は階層的、すなわち上位のユニットとそれに従うユニットがあり、上位のレベルから下位のレベルへと逐次的になされる。それぞれのエリア内では独自の目的関数を他のエリアとは独立に最適化するが、他のエリアの行動の影響を受ける。エリア内の問題の他のエリアへの影響は、目的関数や可能な意思決定の集合に反映されるのである。

以下の(1)式では、アルミニウム精錬での2階層な非線形モデルが、非常に一般的な形で表現されている。

$$\begin{aligned}
 P1 : \max_x F(x, \mathbf{o}) &= c_1 x \text{ solves} \\
 P2 : \max_y f(\mathbf{o}, y) &= c_2 y \\
 \text{s. t.} \\
 A_1 x &\leq b_1, \\
 B_1 y^{-1} &\leq b_2, \\
 A_2 x^{-1} + B_2 y &\leq 0, \\
 c_1 x + D_1 y^{-1} + E_1 xy - G_1 &\leq b_3, \\
 (c_2 x + D_2 y^{-1} + E_2 xy - G_2) &(Hy^{-1} + J)^{-1} \otimes i \leq b_4 \otimes i, \\
 x_1 \leq x ; 0 \leq y \leq y_u ; i &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

今日まで多くの研究が、2階層計画問題を含む分割された多階層計画問題の解法に対してなされてきた。

しかし今日までに提案されたアルゴリズムを直接この問題に応用することはできない。そこで、このアルミニウム精錬問題に対するアルゴリズムが提案された。詳細はNicholls and Hedditch (1993)を参照されたい。

上の(1)式で、最初の制約条件は第1の統合化されたエリア(PotroomとIngot Mill)のみに関係した制約である。2番目の制約式はAnodeとRoddingエリアのみに属するものであり、フィードバック・ループに関するものは考慮していない。第3の制約はSCの上限に関するものである。第4の制約式はAnodeとRoddingエリアでのコークスに関するものである。コークスは充

填材として用いられ、kAやSCから直接決定できるものではない。5番目の制約式は、使用済みの陽極の一部がある上限以下の割合で新しい陽極に含まれることを要求している。

上の定式化で、Aなどのパラメータを表わすことは簡単ではない。これらの表現の中には、30を越す2次のパラメータ、あるいは代数的には複雑な式がある。

3. プラント管理に与えたモデルのインパクト

精錬所のモデル化がなされたことで、各エリアでは上で述べた評価基準に従い、各々の仕事を評価できるようになった。しかし、もっとも大きなインパクトは、すべてのエリアが他のエリアに与える影響に気がつき、局所最適な解に陥ることを十分に減らしたことである。エリアが相互につながりあっていることにまさに気がつくくと、プラントの中でPotroomのみを考慮するという伝統的な考え方がまだ残っていたことがわかったのである。

モデル化することで、エリアが行動の結果を事前に評価し、また全体への関係を見る道具を持ったことで、結果として効率化がはかられた。このような姿勢の変化は、モデルそのものの目的以上の効果をもたらした。

伝統的な方法というのは、エリアで行なうべき仕事を明確に列挙し、その上で、プロジェクトが中央の管理部門から高いプライオリティーを得られるよう努力することに相当な時間を費やすというものであった。しかしこれは異なった方法に置き換えられた。個々のエリアがボトルネックを解消するために努力するのではなく、このモデルを使いプラント全体を見ることで、さまざまな能力などが制約を受け、生産が制限されている場所を認識することができるようになった。この方法で、資本がいったん効率的に利用されるようになるのである。さらに、提案された改善のインパクトはこのモデルを使い評価することができ、この改善が注意を払わなくてはならない重要なエリアを次々に明らかにするかどうかを見ることができる。

加えて、今までは能力が限界であると考えられていた部所が実際にはそうではなく、そしてこのことが、労働力の変更をし、適切な保守を行えば何百万ドルも節約できるかもしれないことに気がついた。

4. 結論

上の節で述べたモデルの応用事例は、数学的モデル

別冊・数理学

B5・定価1900円

方程式と自然

I. 自然界の基礎方程式

ラプラス方程式/オイラー・ラグランジュの方程式/ナビエ・ストークス方程式/ボルツマン方程式/シュレーディンガー方程式/素粒子の方程式

II. 重力場の方程式

アインシュタイン重力方程式/重力場の厳密解/重力場方程式の対称性とKPヒエラルキー

III. 波動とソリトンの方程式

音から電磁波まで/波動方程式/非線形方程式/微分方程式の逆問題

IV. 確率過程の方程式

確率微分方程式と拡散過程/フォッカー・プランク方程式/拡散方程式と高分子の統計力学

V. 生物・生態系の方程式

ロトカとホルテラ方程式/再帰方程式と自然のパターン/卵と方程式/子殺しのパラドックス/林学におけるマルコフ・プロセスの応用

数学のための英語案内

野水克己著

A5・定価2000円

数学の論文を書くために役立つことさらに重点をおき、短文の添削など2色刷で具体的に解説。
主要目次 数学のための英語用法 文章添削の実例 パラグラフと序文 高校、大学初年級の数学 数学のための短文集

新時代のコンピュータ総合誌

隔月刊

Computer Today

1月号/発売中/定価930円

爆発する

Global Network

—インターネット—

月刊誌

数理学

1月号/発売中/定価980円

ひらめき

—?から!へ—

定価は税込

サイエンス社

東京都千代田区神田須田町2-4 安部徳ビル

☎03-3256-1091 振替 東京7-2387

化をした結果プラントの運用上のコストを大幅に削減できたことを示している。さらに、モデル化がプラント全体の管理に与えた影響は大きく、また局所的な最適な解に陥ることなく各エリアが依然として独自に運転できることを示した。さらに、モデル化により生産環境への理解が深まり、プラント管理における重要な変化が多大なコストの削減につながったことは特筆すべきである。

翻訳：矢島安敏（東京工業大学）