

新製品普及モデル

山田 昌孝

1. はじめに

新製品普及モデル (New Product Diffusion Models) はマーケティング・サイエンスの他の分野とは比較的独立に発展してきたモデルの1つといえる。これは、マーケティング・モデルの対象のほとんどが食品やトイレットリーなど反復購入される最寄品、すなわち非耐久消費財であるのに対し、このモデルを適用する対象が洗濯機とかテレビなどのような買回品、すなわち耐久消費財であるためである。そして、このモデルは、一度購入 (First-purchase) すると壊れるなどして買い替えるまでかなりの長期間にわたって反復購入 (Repeat-purchase) はしないような新製品の売上台数の時間的経過を記述・予測することを目的としている。

しかし、毎年開催されるマーケティング・サイエンス学会でも必ず1トラックがこの分野に割かれているほど研究が活発に行なわれている分野でもある。

以下、新製品普及モデルの背景を述べ、次にこの分野の代表的なモデルであるバス (Bass) モデルを紹介し、ついでモデル・パラメータの推定方法を述べる。そして、筆者が本分野の最近の重要な成果であると考えられるバス・モデルによる採用者のカテゴリー区分について紹介したい。なお、最寄り品の反復購入モデルについては、TRACKERやASSESSORなどのシステム・モデルがあるが、これらについては片平 [1]、武藤・朝野 [4]、棚橋・永長 [7] を参照されたい。

2. 新製品普及モデル

マーケティング・サイエンスにおける新製品普及モデルの理論的な拠り所としては2つある。1つは、数理モデルの面で、伝染病学の数理モデルに拠っている (Bailey [8])。もう1つは、消費者の行動科学の面から社会システムの中でのイノベーションの普及理論にもとづいている (Rogers [27]、ロジャーズ [6])。新しいアイデアや革新的な新製品は、採用する人々に

果たして期待するような効用があるのだろうか、それを採用すると自分の生活にどのような影響がもたらされるのか、近所の人や職場の仲間からどう思われるかというような消費者の新しさに対する知覚リスクを低減させることによって普及していく。全く知らない状態からその存在を認知した状態、採用していない状態から採用した状態への遷移メカニズムとしては、マスメディア、口コミ、その他のマーケティング努力、個人的経験、景気などの外性因子が考えられる。

1969年にバス・モデルが発表されて以来、その基礎モデル、パラメータ推定方法、フレキシブル・モデル、モデルの精緻化と拡張、モデルの活用についての研究論文が、多くの研究者によって発表されている (Mahajan, Muller and Bass [21])。また、米国のイーストマン・コダック、RCA、IBM、シアーズ、AT&Tなどの一流企業で実際に使用されている (Bass [10])。したがって、マーケティングにおいては、新製品普及モデルといえばバスの革新/新製品普及モデルとその改良・拡張モデルを指すと考えてはば間違いないであろう。ちなみに、現在までにこの分野について2回サーベイ・ペーパーが書かれており、最初は、1979年にマハジャン (Mahajan)、ミュラー (Muller) [20] により、次は1990年にマハジャン、ミュラー、バス [21] によって書かれている。この分野を詳しく知りたい場合はやはりこの順序にしたがって読むことを勧めたい。また、桑原 [2]、片平 [1] から始めるのも入りやすい方法といえよう。

3. バス・モデル

前述のように、バス・モデルは主に耐久消費財のような初回購入のみで反復購入を考慮しないで済む程度の期間までについて非常にイノベーティブな自動車、飛行機、ラジオ、電話、テレビのような非連続の新製品のカテゴリー・レベルから、白黒テレビからカラー・テレビというようなフォーム・レベルの漸進的新製品の普及過程を記述・予測するモデルである。まず、バス・モデルは、次の基本的仮定をもとにしている：

- (1) 計画期間中は反復購入が無視できる
- (2) 1人1台または購入者数が購入台数を決定する

やまだ まさたか 名古屋商科大学
〒470-01 愛知県愛知郡日進町三ヶ峯

(3) 製品のカテゴリー・レベルから
フォーム・レベルの普及を記述・
予測するものとする

(4) マーケットは自らの意思で購入
決定する革新者（イノベーター）
と既購入者からの口コミやデモン
ストレーション効果に購入意思決
定が左右される模倣者（イミテ
ーター）の2種類のみで購入者から
成る

(5) 革新者の購入確率は計画期間中
一定（ p ）とする

(6) t 時点の模倣者の購入確率は $t=0$
から t 時点までの既購入確率に比
例する

(7) 初回購入の潜在市場の大きさ（ m ）は計画期間中
一定とする

(4)については、Rogers [27] のイノベーションの採用
者の5つのカテゴリーのうち、最も早い時期の採用
者であるイノベータ（革新者）と残りの4カテゴリー
を1つの模倣者という採用者グループにまとめて(5)と
(6)を適用したところがこのモデルのミソであり、パス
が一貫して堅持しているモデルに対するパーシモニー
（parsimony）の追究の現われであろう（図1参照）。

まず、 T 時点での初回購入確率 $P(T)$ は(1)式のように
表わされる：

$$(1) P(T) = p + q \frac{Y(T)}{m}$$

ここで、 $Y(T)$ は T 時点までの累積売上台数、 m は潜
在市場の大きさである。仮定(6)でも述べたように模倣
者は潜在市場に対する既購入者の割合に正比例して購
入確率が増える。それに革新者の一定確率 p を加えて
その時点の初回購入確率としている。ではその時点で
購入する可能性のある人数は何人いるだろうか。これ
は、その時点でまだ購入していない人の数になるはず
である。すなわち、 $(m - Y(T))$ である。したがっ
て、期間 $(T, T+1)$ の間の購入者数（台数）、 $S(T+1) = Y(T+1) - Y(T)$ は(2)式のように初回購入確率 $P(T)$ と未購入者数 $(m - Y(T))$ の積の形で表わされる：

$$(2) S(T+1) = (p + q \frac{Y(T)}{m}) (m - Y(T))$$

$$= p(m - Y(T)) + q \frac{Y(T)}{m} (m - Y(T))$$

革新者 模倣者

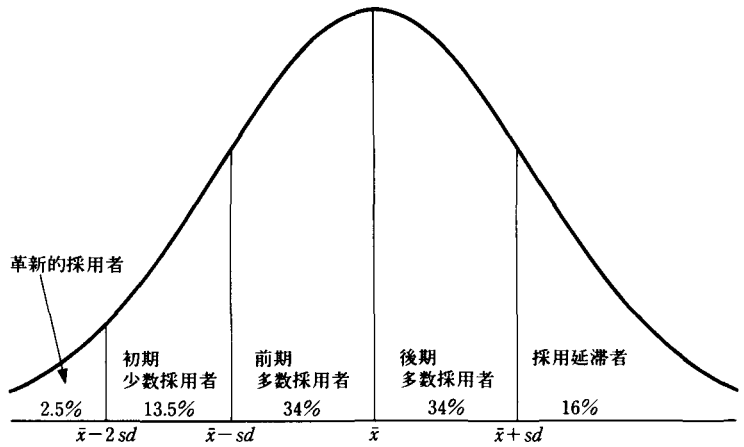


図1 ロジャーズによる採用者カテゴリー区分

ここに、 p =革新係数、 q =模倣係数と呼ぶ。この式
は時間に関して離散型累積売上ドメイン形式であるが、
次に示すような連続型タイム・ドメイン形式もある。

まず、以下のような式を考えよう：

$$(3) \frac{f(T)}{1-F(T)} = p + qF(T)$$

ここに、(3)式の左辺 $f(T)/(1-F(T))$ はハザード関
数といい、 T 時点までにまだ購入していない人が T 時
点で購入する確率密度関数である（Massy, Mont-
gomery and Morrison [23]）。 $F(T)$ を $T=0$ から T 時
点までの購入時間の確率分布関数、 $f(T) = dF(T)/dT$
をその確率密度関数とすると右辺は(1)式と同様に
考えられる。ただ最近では p =外的影響、 q =内的影響
と採用者への2つの影響と考える方が一般的になって
いる（Lekvall and Wahlbin [18], Mahajan and
Muller [20], Mahajan, Muller and Srivastava
[22]）。初期条件を $F(T=0) = 0$ とすると(3)式より dF
 $(T)/dT = (p + qF(T))(1-F(T))$ の微分方程式の
解、 $F(T)$ または $Y(T)$ 、その密度関数 $f(T)$ または S
 (T) が以下のように求まる：

$$(4) Y(T) = mF(T) = m \left[\frac{1 - e^{-(p+q)T}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)T}} \right]$$

$$(5) S(T) = mf(T) = m \left[\frac{(p+q)^2 e^{-(p+q)T}}{\left\{ 1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)T} \right\}^2} \right]$$

さらに、 $f(T)$ を時間に関して微分してゼロと置く
とマネジリアルに重要なピーク時点 T^* が求まり、その
ときの売上台数は次式のようになる：

$$(6) T^* = -\frac{1}{(p+q)} \ln\left(\frac{p}{q}\right) = \text{ピーク時点}$$

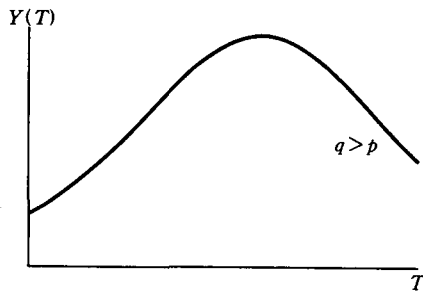


図 2 (a) バス・モデルの普及パターン

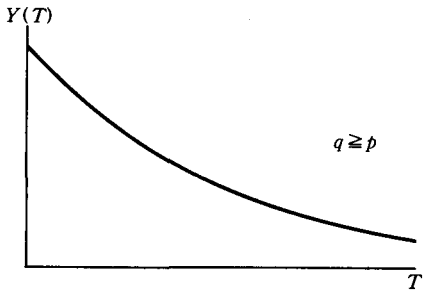


図 2 (b) バス・モデルの普及パターン

$$(7) S(T^*) = mf(T^*) = \frac{m}{4q}(p+q)^2$$

$$(8) Y(T^*) = \frac{m}{2} \left(1 - \frac{p}{q}\right) = \text{ピーク時点までの累積購入者数}$$

このタイム・ドメイン形式は後述の採用者のカテゴリ区分のような解析的考察をするときに必要になる。このモデルの典型的なパターンを図 2 (a) と (b) に示す。

4. パラメータの推定方法

ここでは、バス・モデルのパラメータ推定を、データがある場合、データがない場合、アダプティブ推定 (Adaptive Estimation, データを入手することに推定値を修正するもの) とに分けて考えることにしよう。

4.1 データのある場合

4.1.1 離散型モデルについての最小二乗法 (OLS)

(2)式を $Y(T)$ について書き直して、誤差項を入れて次のような回帰式と見做して最小二乗法 (Ordinary Least Squares) でパラメータを推定する。

$$(9) S(T+1) = a_1 + a_2 Y(T) + a_3 Y^2(T) + \varepsilon(T+1)$$

$$\text{ここに, } a_1 = pm, a_2 = q - p, a_3 = -\frac{q}{m},$$

$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, $T=0, 1, 2, \dots$, $Y(0)=0$ とする。

推定された a_i を用いて、 p , q , m は以下のように推

$$\text{定される: } \hat{m} = \frac{-\hat{a}_2 \sqrt{-\hat{a}_2^2 - 4\hat{a}_2 \hat{a}_3}}{2\hat{a}_3},$$

$$\hat{p} = \frac{\hat{a}_1}{\hat{m}}, \quad \hat{q} = -\hat{m} \hat{a}_3$$

この方法の有利な点はその簡単さにあり、後で触れるミックス推定 (Mixed Estimation) にも使われる。欠点としては、(1)共線性による推定値の不安定、符号違い、(2)直接には標準誤差が出ない、(3)期間バイアスがあることなどである。

4.1.2 最尤法 (MLE)

この方法は、シュミットラインとマハジャンによって開発された最尤法 (Maximum Likelihood Estimation) を用いた手法である (Schmittlein and Mahajan [28])。以下、連続変数モデルにもとづいて、

$$(10) F(T) = c \left[\frac{1 - e^{-bT}}{1 + ae^{-bT}} \right]$$

ここに、 $a = q/p$, $b = p+q$, $c = \text{最終普及率}$ とする。

観測されたヒストグラムに対する尤度関数は次式で表わされる:

$$(11) L(a, b, c, S_1, S_2, \dots, S_T)$$

$$[1 - F(T_{T-1})]^{S_T} \prod_{i=1}^{T-1} [F(T_i) - F(T_{i-1})]^{S_i}$$

ここに、 $T = \text{期数}$, $S_i = \text{期間}(t_{i-1}, t_i)$ 中にそのイノベーションを採用した人数, $i=1, 2, \dots, T, T_0=0$,

$$T_T = \infty, S_T = M - \sum_{i=1}^{T-1} S_i \text{ とする。}$$

(11)式を対数尤度関数に直して a , b , c を推定し、 p , q , m とそれらの共分散行列を求める。

この方法のよいところは、標本の大きさや信頼区間といった標本調査の枠組みを用いることができる点である。しかし、通常の耐久消費財のように標本数が膨大なものには標本誤差が小さくなりすぎ、実際以上に信頼度が高くなってしまう。とってその他の誤差はモデルに組み込んでいないので標本数が膨大なものには不向きである。この点を改良したのが次の非線形推定法である。また、 c は割合なので $m = cM$ の M (潜在採用者の総数) はなんらかの方法で推定しなければならない。

4.1.3 非線形推定法 (NLS)

この方法は、1986年にスリニバサンとメイソンによって提案されたもので、前出の2つの手法の欠点を克服するため(10)式のような連続変数型モデルを用いて非線形最小二乗法 (Nonlinear Least Squares) で推定する (Srinivasan and Mason [29])。現在最も信頼の

おける推定方法とされている。

$$F(T) = \frac{(1 - e^{-(p+q)T})}{\left(1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)T}\right)}$$

$$S_i = m[F(T_i) - F(T_{i-1})] + u_i$$

$$(12) \quad S_i = m \left[\frac{1 - e^{-(p+q)T_i}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)T_i}} - \frac{1 - e^{-(p+q)T_{i-1}}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)T_{i-1}}} \right] + u_i,$$

$i=1,2,\dots,T.$

u_i は以下のような誤差を含んでいる：(1)標本誤差，(2)モデルに含まれていない変数のインパクト，(3)モデル自体の指定誤り。

以上データのある場合のパラメータ推定方法をみてきたが、いずれの場合も信頼のおける推定値を得るにはピークを過ぎて1ポイントまでのデータが欲しい(Heeler and Hustad [14], Srinivasan and Mason [29])。

4.2 データのない場合

バス・モデルは、新製品の普及の過程をよく記述することにはすでに定評があるが、活用となるとやはり売上予測であろう。耐久消費財であるため非耐久消費財のように時間と費用の点でテスト・マーケティングを実施することは実際的でないことが多い。そこで非常に安上がりで捨て難いのがこのモデルのセールス・ポイントである。といっても新製品であるから事前にはデータがないわけである。通常多くやられているのは、マネジメントの判断による類似した過去の新製品のパラメータを使うことである。非連続的新製品の場合でもおおよその見当はつくはずである。売上データが入り始めれば次に説明するアダプティブ推定が有効である。

ローレンスとロートンは、市場調査や2次データとマネジメントの経験から判断して潜在市場の大きさ m と1期目の売上台数、 $S(1)$ を決め、 $(p+q)$ の値が多くのイノベーションで0.3から0.7の間に分布しており、さらに、工業製品では平均0.66、消費財で平均0.50となることを利用することを提案しているが、これは各国の市場毎に多少の違いがあろうが簡便な手法である(Lawrence and Lawton [16])。これに対し、比較的手間のかかるシステムティックなアプローチとしては、トーマス(Thomas [33])が、5つの基本的な比較事項にもとづいて新製品と複数の類似した過去の新製品とを比較してウェイトを測定し、それらのパラメータ

の加重和として当該新製品のパラメータを推定することを提案している。その比較事項としては、経済的、技術的、政治的、法規的、エコロジー的、社会的環境状態、市場構造、消費者の購買行動、マーケティング戦略、新製品自体の特性を挙げている。

4.3 アダプティブ推定 (Adaptive Estimation)

データのある場合でもデータ数が少ない場合(最低4個必要)、あるいはデータのない場合でも事前パラメータだけでは予測の精度は非常に悪い。しかし、新製品が市場に出回ると毎年新しいデータが得られるのでこれを使ってそれまでのパラメータの推定値をそのつど修正してゆこうというのがアダプティブ推定で、最近では事前パラメータをパート1で推定し、データの出現につれてパート2で修正モデルを使用して修正してゆくという方法で種々のアダプティブ推定方法が提案されている。

サルタンらは、多数の既存研究から、製品、使用されたモデル、推定方法などの状況変数をもとに分散分析の手法を用いて過去の製品のパラメータ推定値との関係式を求め、当該新製品の状況変数の値を用いて事前パラメータを推定するメタ分析(meta-analysis)を使い、データが入るにつれて修正する方法を提案している(Sultan et al. [30])。その他、LenkとRao [19]の階層ベイズ法、ヨーロッパの各国の属性データを用いたGatignonnら[13]の方法などがある。また、少々変則であるが、消費者に対するアンケート調査などを使わずに事前パラメータの推定値を過去の新製品の売上データのみからアダプティブ推定の誤差情報を製品間の類似度と見做して作成したプロダクト・マップ上で当該新製品のポジションを決めて事前パラメータを求める試みも筆者らによってなされている(Yamada and Leung [34])。以下ではアダプティブ推定法のみで比較的使いやすいミックス推定について簡単な説明を加える。

4.3.1 ミックス推定 (Mixed Estimation Method)

ミックス推定は、TheilとGoldber [32]によって開発され、Theil [31]によって拡張された手法であり、マーケティングの分野での応用例としてはRao and Yamada [24]がある。

まず、(9)式を再度取り上げる：

$$S(T+1) = \alpha_1 + \alpha_2 Y(T) + \alpha_3 Y^2(T) + \varepsilon(T)$$

ここに、 $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ 、 $\hat{\alpha}^1 = [\hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_2 \hat{\alpha}_3]$ 、 $V(\hat{\alpha}) = \Omega$ とすると(9)式とパラメータの推定値を以下のようにス

タックさせて考える：

$$(13) \begin{bmatrix} S \\ \hat{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \\ I \end{bmatrix} \alpha + \begin{bmatrix} \varepsilon \\ u \end{bmatrix}$$

$$\text{ここに, } E \begin{bmatrix} \varepsilon \\ u \end{bmatrix} = 0, \quad V \begin{bmatrix} \varepsilon \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 I & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}.$$

すると一般化最小二乗法 (Generalized Least Squares) でミックス推定式とその分散共分散行列が求まる：

$$(14) \quad \hat{\alpha} = [\sigma^{-2} Y' Y + \Omega^{-1}]^{-1} [\sigma^{-2} Y' Y + \Omega^{-1} \alpha] \\ V(\hat{\alpha}) = [\sigma^{-2} Y' Y \Omega^{-1}]^{-1}.$$

統計用パッケージ・ソフトを使って通常の最小二乗法で計算するための直交変換については Rao and Yamada [24] の Appendix を参照されたい。

5. バス・モデルによる採用者のカテゴリー区分

バスの1969年の論文では、コミュニケーションの2段階到達説 (Lazarsfeld, Berelson and Gaudet [17], Robertson [26]) にもとづいたと見られるイノベータとイミテータに消費者を2分した。図1に示したロジャースの5つのカテゴリー区分ではイノベータは全体の2.5%と普及の初期に集中しているのに対して、バス・モデルでは、普及の全期間にわたってイノベータが存在すると仮定している。

この点に関して、21年後の1990年にマハジャンらによってその整合性が計られ、バス・モデルにおいてもロジャースとほぼ同等の5つの採用者カテゴリーが解析的に導出され、また、PCの採用者に適用してその有効性が実証された (Mahajan, Muller and Srivastava [22])。

マハジャンらは、図3に示すように、前述のLekvall

とWahlbin[18]が提唱した広告など企業のマーケティング努力などに当たる外的影響と口コミなど社会システム内の人々の相互のコミュニケーションの影響を指す内的影響が同時に採用者に影響を及ぼしていると仮定した。

図3を見ると時間が経過するとともに外的影響は減少しやがてピークを過ぎてしばらくすると次第に一定値に近づく。一方、内的影響は次第に大きくなり、さらに普及が進むとその影響も次第に小さくなってゆくことがわかる。

ロジャースの平均採用時間から1標準偏差手前と1標準偏差進んだ時点は、じつは正規分布の密度関数の変曲点になっていることに注目し (Johnson and Kotz [15]), バス・モデルの密度関数の変曲点とピーク時点をカテゴリーの区分点とした。pを革新的採用者の割合として、図4に示すようにロジャースの5つのカテゴリーと同じように0からT₁までを初期少数採用者、T₁からT*までを前期多数採用者、T*からT₂までを後期多数採用者、T₂から∞までを採用遅滞者とすることを提案した。米国市場の家電製品11品目について計算した割合の分布が図4に示してある。

23種類のPC関係の雑誌の購読者860人を対象にPCの普及と各カテゴリーの特徴を年齢、教育、世帯収入、職業、PC使用時間/週、使用ソフト数、PC習熟度、過去6ヵ月以内に読んだPC関係の雑誌数、過去6ヵ月以内に読んだビジネス関係の雑誌数、PC広告への関わり方、組織(企業)のためにPCを購入する際の関わり方、同じくその際にPCブランド評価をしたかどうか、また、そのアドバイスの程度について比較した。その結果、期待されたようなカテゴリー間の違いを示した。

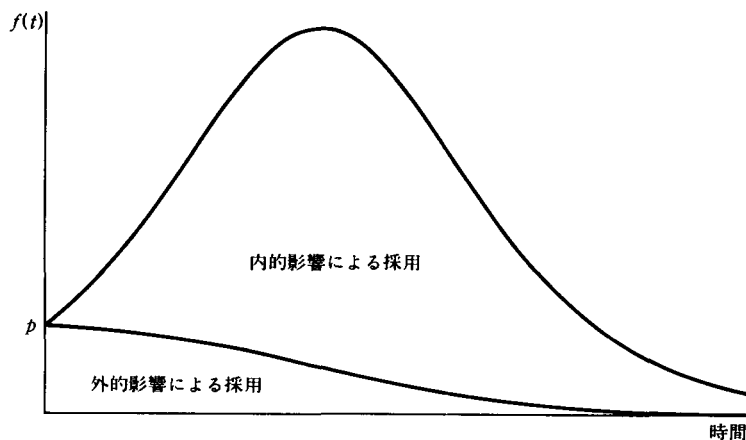


図3 外・内的影響による採用

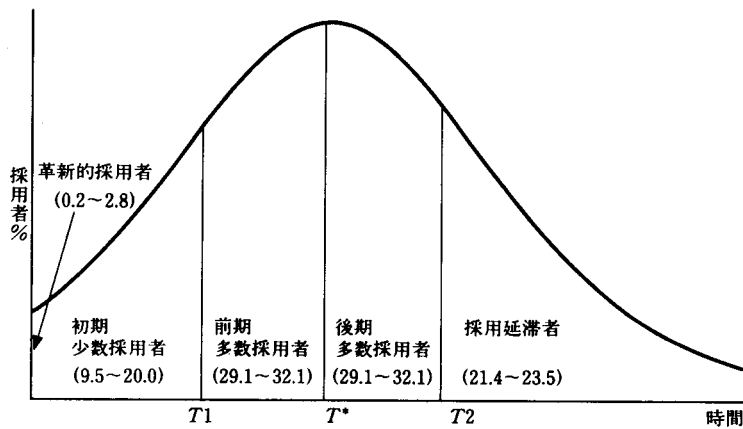


図4 バス・モデルによる採用者カテゴリー区分

6. おわりに

本稿では、マーケティング分野の新製品普及モデルの代表であるバス・モデルについて、その基礎理論とパラメータの推定方法について述べ、最後にバス・モデルによる採用者のカテゴリー区分について紹介した。紙面に限りがあるので紹介できなかった一般化バス・モデル (Generalized Bass Model) (Bass and Krishnan [10], Bass, Krishnan and Jain [11]) は普及モデルの四半世紀の歴史の中でも最も重要な論文と考えられるので別の早い機会にどこかで紹介したい。また、わが国の研究者による論文にもブランド・レベルの戦略を考えたり (中島 [5]), コーホート型モデルを用いて海外観光旅行者数の予測を行なったもの (森川・村山 [3]) など優れた研究のあることを報告しておく。

参考文献

- [1] 片平秀貴：マーケティング・サイエンス，東京大学出版会，1989。
- [2] 桑原武夫：第8章 新製品の採用と普及のモデル，大澤豊責任編集，マーケティングと消費者行動，有斐閣，1992。
- [3] 森川高行，村山杏子：DIFFUSION MODELを用いた海外観光旅行者数の予測，土木計画学研究・講演集，No. 15(1)，205-210，1992。
- [4] 武藤真介，朝野照彦：新商品開発のためのリサーチ入門，有斐閣ビジネス，1986。
- [5] 中島 望：競争市場における新製品普及モデルとその新製品導入時間決定問題への応用，大阪大学経済学，Vol. 40，No. 1・2，401-410，1990。
- [6] ロジャーズ，E. M.，宇野善，青池慎一監訳：イ

- ノベーション普及学，産業能率大学出版部，1990。
- [7] 棚橋菊夫，永長玄佐夫：新製品のプリテスト市場予測，オペレーションズ・リサーチ，Vol. 34，No. 9，477-481，1989。
- [8] Bailey, Norman T. J.: *The Mathematical Theory of Epidemics*, New York: Hafner Publishing Company, 1957.
- [9] Bass, Frank M.: A New Product Growth Model for Consumer Durables, *Management Science*, 15 (February), 215-227, 1969.
- [10] Bass, Frank M.: The Adoption of a Marketing model: Comments and Observations, in V. Mahajan and Y. Wind, eds., *Innovation Diffusion of New Product Acceptance*, Ballinger Publishing Co., Cambridge, MA, USA, 1986.
- [11] Bass, Frank M. and Trichy V. Krishnan: A Generalization of the Bass Model: Decision Variable Considerations, Working Paper, # 50-6-92, The University of Texas at Dallas, 1992.
- [12] Bass, Frank M., Trichy V. Krishnan and Dipack C. Jain: Decision Variable Considerations in Diffusion Models: A Study of Extensions and Generalizations of the Bass Model, Working Paper, Revised (June), The University of Texas at Dallas, 1993.
- [13] Gatignon, Hubert, Jehoshua Eliashberg and Thomas S. Robertson: Modeling Multinational Diffusion Patterns: An Efficient Methodology, *Marketing Science*, Vol. 8, No. 3, 231-247, (Summer) 1989.

- [14] Heeler, Roger M. and Thomas P. Hustad : Problems in Predicting New Product Growth for Durable, *Management Science*, Vol. 26, No. 10, 1007-1020, (October) 1980.
- [15] Johnson, N. I. and S. Kotz : *Continuous Univariate Distributions*, Part I. Boston : Houghton Mifflin Company, 1970.
- [16] Lawrence, Kenneth D. and William H. Lawton : Applications of Diffusion Models : Some Empirical Results, in Wind, Mahajan and Cardozo, eds., *New Product Forecasting*, Lexington : Lexington Books, D. C. Health and Company, 529-541, 1981.
- [17] Lazarsfeld, P. F., B. Berelson and H. Gaudet : *The People's Choice*, Columbia University Press, New York, 1948.
- [18] Lekvall, P. and Wahlbin, C., : A Study of Some Assumptions underlying Innovation Diffusion Functions, *Swedish Journal of Economics*, 75, 362-377, 1973.
- [19] Lenk, Peter J. and Ambar G. Rao : New Models from Old : Forecasting Product Adoption by Hierarchical Bayes Procedures, *Marketing Science*, 942-53, (Winter) 1989.
- [20] Mahajan, Vijay and Eitan Muller : Innovation Diffusion and New Product Growth Models in Marketing, *Journal of Marketing*, Vol. 43 (Fall), 55-68, 1979.
- [21] Mahajan, Vijay, Eitan Muller and Frank M. Bass : New Product Diffusion Models in Marketing : A Review and Directions for Research, *Journal of Marketing Research*, Vol. 54, (January), 1-26, 1990.
- [22] Mahajan, Vijay, Eitan Muller and Rajendra K. Srivastava : Determination of Adopter Categories by Using Innovation Diffusion Models, *Journal of Marketing Research*, Vol. XXVII (February), 37-50, 1990.
- [23] Massy, W.F., D. B. Montgomery and D. G. Morrison : *Stochastic Models of Buying Behavior*, The MIT Press, 1970.
- [24] Rao, Ambar G. and Masataka Yamada : Forecasting with a Repeat Purchase Diffusion Model, *Management Science*, Vol. 34, 734-752, (June) 1988.
- [25] Robertson, T. S. : The Process of Innovation and Diffusion of Innovation, *Journal of Marketing*, Vol. 31, 14-19, 1967.
- [26] Robertson, T. S. : *Innovative Behavior and Communication*, Holt, Rinhart and Winston, New York, 1971.
- [27] Rogers, Everett M. : *Diffusion of Innovation*, 3rd. ed., New York : The Free Press. 1983.
- [28] Schmittlein, David C. and Vijay Mahajan : Maximum Likelihood Estimation for an Innovation Diffusion Model of New Product Acceptance, *Marketing Science*, Vol. 1. 57-78, (Winter) 1982.
- [29] Srinivasan, V. and Charlotte H. Mason : Nonlinear Least Squares Estimation of New Product Diffusion Models, *Marketing Science*, Vol. 5, 169-178, (Spring) 1986.
- [30] Sultan, Fareena, John U. Farley and Donald R. Lehmann : A Meta-Analysis of Diffusion Models, *Journal of Marketing Research*, 27, 70-77, 1990.
- [31] Theil, Henri : On the Use of Incomplete Prior Information in Regression Analysis, *Journal of the American Statistical Association*, 58, 401-414, (June) 1963.
- [32] Theil, Henri and Arther S. Goldberger : On Pure and Mixed Statistical Estimation in Economics, *International Economic Review*, Vol. 2, No. 1, 65-78, (January) 1961.
- [33] Thomas, Robert J. : Estimating Market Growth for New Product : An Analogical Diffusion Model Approach, *Journal of Product Innovation Management*, 2 : 45-55, (March) 1985.
- [34] Yamada, Masataka and Yee-Ling E. Leung : Forecasting with a Revealed Similarity Map, Working Paper, #IS92-05, Revised (August), Research Institute for Information Systems, Nagoya University of Commerce and Business Administration, 1992.