

DEAの解釈と展望

- その3 -

William W. Cooper, 刀根 薫, 高森 寛, 末吉 俊幸

8. コーン・レシオ包絡法 (Cone-Ratio Envelopments)

われわれは、先に、図3に示したように、「技術的」効率性と「配分的」効率性とを区別するために、価格に関する「正確な」情報の利用について述べたが、ここで、DEA分析で要求される情報について議論したい。規模に対する収穫についての先の議論で触れたように、Banker (1984)によって導入された「最も生産的規模 (MPSS)」の概念は、多種産出財の状況の概念に拡張できる。そこでは、価格の情報は要求されない。拡大(または縮小)する範囲を決定するためには、結果として生じる産出財の増加が、それを確保するために使われる投入の増加に見合うだけの価値があるかどうかのみによって決まる。

MPSSの点を超えて拡大しようとすれば、産出拡大(産出の改善)を達成するための投入拡大(投入悪化)

ウィリアム・W. クーパー

University of Texas at Austin, College and Graduate School of Business, CBA 5.202, AUSTIN, TEXAS 78712-1175, U.S.A.

とね かおる

埼玉大学大学院政策科学研究科
〒338 浦和市下大久保 252

たかもり ひろし

青山学院大学国際政治経済学部
〒150 渋谷区渋谷 4-4-25

すえよし としゆき

The Ohio State University, College of Business, 1775 College Road, Columbus, OH 43210, U.S.A.

のトレードオフを計量しなければならないが、そのためには、価格もしくはその種の他の情報の使用が必要となる。なぜなら、産出財のいくつかは、比例的よりは、少ない率でしか、拡大しないからである。そのような情報を確保する手間をあえて試みるか否かは、各応用にかかわる状況に照らして決めねばならない。

DEAにおいては、また、別の発展があり、それは、配分的効率性を達成するに必要なすべての投入財(そして産出財)価格についての正確な情報という厳しい要請を緩和すことを目指してきた。例えば、R.G. Thompson, R.D. Singleton, R.M. Thrall and B.A. Smith (1986)は、「領域限定 (assurance regions)」という概念を導入したが、これは“Superconducting Super Collider”として知られる“High-energy Physics Laboratory”の立地を決めるのに使われた。その研究で使用された領域限定の概念は、DEAモデルでの双対変数の値が満たすべきいくつかの不等式を追加することによりなされた。これは、効率的な諸々の点の中でも「より好ましい領域」はなにかという問題の分析へと進んだ。より正確に云うと、ある領域は、その点では技術的には効率的であっても「好ましくない」として考察対象から除去された²¹。

刀根(1993a)²²は、オペレーションズ・リサーチ誌で、これら領域限定の概念を詳しく紹介している²³。そこでここでは、「コーン・レシオ包絡 (cone ratio envelopment)」を中心としたもうひとつのアプローチに触れ

²¹類似のアプローチは、R.G. Dyson and E. Thanassoulis (1987)に見られる。

²²また、末吉(1992)を見られたい。

²³R.G. Thompson, L.M. Langemeier, C.T. Lee and R.M. Thrall (1990)も参照されたい。この文献の pp.100-102 には、これらの考え方を“linkage constraints”, すなわち、投入と産出をリンクする制約に拡張するという重要な話題を含んでいる。

たい。最初に、Charnes 等 (1989)²⁴に発表されたこのアプローチは、銀行の規制活動に使うアプローチとして、種々の形で応用されている。そこでは、個々の銀行のパフォーマンスをモニターするというのが、重要な関心事である²⁵。この状況で、「リスク カバレッジ (risk coverage)」- 既知で、確定的- と「リスク エクスポージャー (risk exposure)」- 未知で、確率的- の二つを区別し、分離する必要から動機づけられて、コーン・レシオ包絡のアプローチが開発された。異なる銀行により報告されたカバレッジを考察し、分析するにあたって、他銀行との比較において、いくつかの銀行の問題点をモニターするシステムを築こうというのがそこのアイデアであった。このようにして、管轄当局が (deterministic data) にもとづいて通常使っている方法をシステムティックにすることができ、また法律や経験で下限もしくは上限として確立しているリスク カバレッジの限界との関連で管理を実施することが可能となった。

コーン・レシオおよび領域限定の両アプローチとも、産出に関しての最大化を指向した一組の線形計画問題のうちの双対問題の方を活用する。詳細な数学的扱いは、Charnes, Cooper, Huang, Wei and Huang (1989) と Charnes, Cooper, Huang and Sun (1990) の論文にある。ここでは、図4を使って、グラフ的に状況を描写するが、この座標は、5個のDMU, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 のそれぞれについて、2つの産出財の量 (y_1, y_2) を表している。

いま、これら産出財の単位あたりの価格、もしくは、何らかの望ましさを尺度を (w_1, w_2) とし、ある k という価値によって、 y_1 と y_2 との間の選択を順位づけるための式として、

$$w_1 y_1 + w_2 y_2 = k,$$

もしくは

$$y_2 = \frac{k}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} y_1 \quad (17)$$

とする。ここで、話を簡単にするために、各DMUの投入の費用も同じで、またそれぞれの産出財に関して受け取る価格も、各DMUについて同じと仮定する。よって、それぞれの産出量の選択について、売上(よ

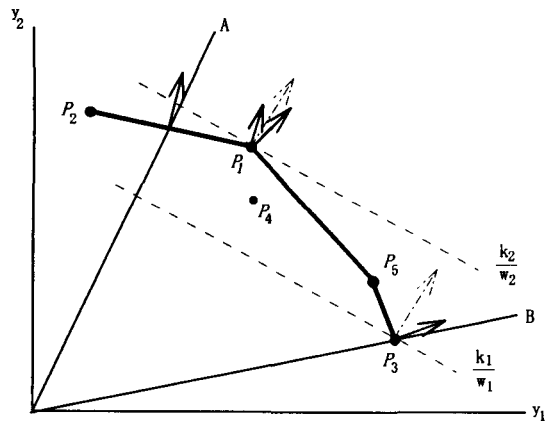


図4: 配分的効率性

て利益も)は、同率 w_1, w_2 の率で変化するものとする。点 P_3 と P_1 を通る2本の破線は、これらの線上での (y_1, y_2) の選択に関連して、ひとつの価値を表す等価値線であり、 P_3 と P_1 は異なる価値の線上にある。 P_3 は技術的には効率的ではあるが、 k_2 の方が k_1 よりも高い値であるので、 (w_1, w_2) の基準に立つと、 P_3 から P_1 への移動は正当化される。

いま、ここで「配分的効率性」の性質を明らかにしたい。 (w_1, w_2) のような相対的価値が規定されるときは、いくつかの効率的な点の中でも、他のものよりもより良い効率的な点を決めることが可能である。実際のところ、 P_3 を通る破線を、 P_4 を通る位置にまで平行移動すると、この P_4 は、フロンティア上にはないにも拘らず P_3 より好ましいものであることがわかる。

「技術的な効率性」は「配分的な効率性」を保証するために、十分なものではないことが明白である。もし、ある点が効率的フロンティア上にはないときは、常に、それよりも配分的に効率的ないくつかの点がフロンティア上にある。事実、図4の状況では、相対的価値の基準が、図の破線のように価値 (w_1, w_2) で与えられている場合、 P_1 が最善の資源配分であることが示される。

ここでは、いま「価格」、「利益」などの情報に関心があるとして、 (w_1, w_2) の値が変わっても、 P_1 が最も望ましい - 配分的に、最も効率的な - 選択としては、不変であるという可能性について検討する。図4での矢印は、線分に対する法線を表しており、これらは、 (w_1, w_2) の値と、次のように関係している。点 P_1 と P_3 からそれぞれ出ている点線矢印は、ラベル

²⁴ D.B. Sun (1988) も参照されたい。

²⁵ 保険会社の状況をモニターするのも、関心事となっている。Barrese (1990) における IRIS (the Insurance Regulatory Information System of the National Association of Insurance Commissions) の議論も参照されたい。

$\frac{k_2}{w_2}$ および $\frac{k_1}{w_2}$ がついている破線に垂直な方向を与える (w_1, w_2) の値から得られる。かくして得られる矢線は、最適化がなされるべき「方向」を表す。点 P_1 においては、生産可能集合を離れることなくしては、もはや、この方向に動くことはできない。よって、 P_1 は最適であるが、 P_3 についてはそうではない。生産可能集合内であるフロンティア線分上に、まだ、他の (y_1, y_2) の選択が可能で、しかも、そこへの動きは、点線矢印とは、鋭角の方向なので、利益増加が可能である。

図4において、実線矢印は、フロンティアの各直線部分の法線ベクトルである。これらの法線ベクトルは、それぞれのフロンティアの直線部分にとどまるためになされねばならない y_1 と y_2 の間の代替率を表している。

点 P_1 において、点線矢印の両サイドの実線矢印は、その許容される変更の限界を設定している。点線矢印で表される価値ベクトル (w_1, w_2) の傾きを変えても、それを両サイドで囲んでいる実線矢印の外側に出ない限り、 P_1 は、配分的に効率的であるという資格を失わない。その傾きが更に強まり、実線矢印の限界を超えたところに点線矢印を位置させるに到ったときにはじめて、新しい配分的に効率的な点に移動することが正当づけられる。その新しい配分的に最も効率的な点は、新しい最適化の方向を示す新しい (w'_1, w'_2) の値によって、見つけ出される。

これまでのところ、(17)式の法線ベクトルの要素を成す (w_1, w_2) の値は、既知であるという仮定に立って議論してきた。この仮定に立って、配分的に最も効率的な点 - AME(allocatively most efficient) 点と呼ぼう - を見つけることが可能となった。しかしながら、領域限定法、コーン・レシオ包絡法は、 (w_1, w_2) の値が正確には知られていない状況を扱うことを可能にする。この状況は、AME 点を探す代わりに、配分的に最も選好される領域 - すなわち、「AMP(allocatively most preferred) 領域」 - を求めることで扱うことができる。この領域は「双対」変数の値がある許される制約内に収まるように決定される。

いまもう一度、図4にもどってみよう。直線 A と B は、そのような選択の領域であるコーン（錘）の境界となっている。コーン・レシオ包絡法では、選ばれる点は、その法線ベクトルがこのコーンの内側に収まるようなフロンティア線分上になければならない。したがって、図で、点 P_1 と P_2 の間のフロンティア線分

は、その法線ベクトルがコーンの外側にいってしまうので、考察から除外される。しかし、点 P_1 は、効率的であると認められる候補として残り、 P_2 と P_3 も同様に残り - これらの点で構成される効率フロンティア線分上のすべての点もそうである。

配分的効率性が達成されている場合でも、次第に厳しい限界を課していくことも可能である。Charnes, Cooper, Huang and Sun (1990) が試みたように、代替的に、繰り返しのアプローチも使える。彼らは、まず、最適解の双対変数の値を参考にして、パフォーマンスが優れている（と想定される）銀行の集合を選び出し、コーンを形成した。それから、この優れた銀行の集合内のひとつひとつの効率性をテストして、このテストをパスしないものを考察の対象から除外するというのを繰り返した。

これらのアプローチは Thompson, Dharmapala and Thrall (1993, 近日発表) が示したような新しいタイプの感度分析とうまく適合する。彼らは、領域限定の概念を使って、どれかの DMU が、効率的であるという評価から、非効率的という評価に（あるいはその逆に）変更されるまで、どの程度までデータを変更することが許されるかを調べている。

このように、技術的効率性と配分的効率性の概念を融合させることによって、DEA を応用する可能性の範囲が拡大され、新しい研究のトピックスがわれわれの視界に入ってきているといえるであろう。

9. 制御不能変数 - 外生的に固定された変数

これまでの議論では、すべての投入（出力）や産出（出力）は、DMU がその値を操作できる変数であり、少なくともなんらかの値をとり、また、投入量の減少や産出量の増加は、一般的に、好ましいと考えられてきた²⁶。しかし、投入や産出の中には、これらが、必ずしも、あてはまらないものもある。そのような例の中には、天候などがあり、これは、管理者が操作でき

²⁶ その産出が望ましくないようなもの - 工場からの煙などを扱うには、いろいろのやり方がある。たとえば、(a) そのような産出物の量は逆数で表す、(b) その値を、最大の予算額のような、非常に大きな定数から引き算をする、などである。Charnes, Clark, Cooper and Golany (1985) のアメリカ空軍のパフォーマンスの DEA 研究における「Abort (未完成であったり、失敗に終わったミッション)」の扱いを参照されたい。また、刀根 (1993b) においても同様の問題を取扱っている。

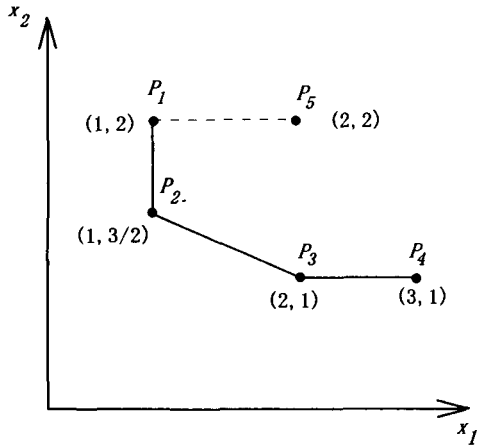


図5: 1変数が外生的に固定されているケース

ない条件である。大学が学生を教育するプロセスの効率を評価する場合にも、その種の、大学が操作できない条件や変数がある。

制御不能変数のトピックは、Banker and Morey (1986)²⁷ が導入したが、刀根 (1993a,b) によっても紹介されているので、ここでは、繰り返さない。図5を使って、そのアイデアを要約する。図5は、図1を少し変更したものである。分かりやすくするために、 P_5 は原点からさらに速く位置しており、また、各座標の数値も表示されている。ここでは、しかし、各 P_j について、 x_2 の値は外生的に固定されていると見なされており、このような場合に、どのようにして、これらの異なる値をパフォーマンス評価の考察に取り入れるかを示すことにする。

点 P_5 については、外生的に $x_{25} = 2$ に固定されているから、その効率評価についての最良の比較は、図で P_5 から P_1 への破線で示すように、点 P_1 を使ってなされる。ファレルの測度 $\theta_0^* = \frac{1}{2}$ は、 x_{15} に対してのみ適用され、それによって、 P_5 の座標は、 $(x_{11}, x_{21}) = (1, 2)$ の点 P_1 に一致するまで動かされる。

このことをもっと具体的に示すために、図5の座標値を使って、(1)式のDEAを変形して、次が得られる:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_0 \quad -\varepsilon(s_1^- + s_1^+) \\ \text{制約} \quad & \\ -2\theta_0 = \quad & -1\lambda_1 - 1\lambda_2 - 2\lambda_3 - 3\lambda_4 - 2\lambda_5 \end{aligned}$$

²⁷さらに拡張した異なるアプローチとして、「ceilings」や「floors」などを導入するものもあり、Banker 等に報告されているが、そこでは、変数はある範囲内で操作可能であるが、その他ではそうではない。

$$\begin{aligned} -2 &= -2\lambda_1 - \frac{3}{2}\lambda_2 - 1\lambda_3 - 1\lambda_4 - 2\lambda_5 \\ &\quad -s_1^- \\ &\quad +s_2^- \quad (18) \\ 1 &= +1\lambda_1 + 1\lambda_2 + 1\lambda_3 + 1\lambda_4 + 1\lambda_5 \\ &\quad -s_1^+ \\ 0 &\leq \lambda_1, \dots, \lambda_5, s_1^-, s_2^-, s_1^+ \end{aligned}$$

(18)式の第1, 2行における λ_j の各係数は、図5のそれぞれの P_j に対応しており、また、第3行は、各 P_j の出力が単位量に設定されていることからきている。 P_j の第1座標のみが、 θ_0 を掛けられていることに注目する必要がある。このことは、座標値 x_{25} は、(18)式の左辺に θ_0 を掛けずに表れているように、2単位の水準に固定されている事実を反映している。最後に、スラック $s_1^+ \geq 0$ が目的関数に入っていないのは、この変数に対する非ゼロのスラックは、「無料の財」と見なされるので、ゼロが掛けられ、効率性のスコアにカウントされないからである²⁸。

図1との比較で分かるように、変数 x_2 を制御不能変数として扱ったことによって、 P_1 は非効率(図1)であるという判定から、効率である(図5)という判定に変更されている。

10. 将来展望と結論

これまでの議論から明らかなように、DEA は数多くの研究発展のガイドとなる一群の概念であったし、また今後もそうあり続けられると思われる。この進展は、DEA によってこれまで取り上げられてきた豊かな諸問題が動機となって導かれたことは事実であり、また、一方でこれら諸問題が将来必要となる発展をも暗示している。この意味において、現在進行中の応用例をもって、この論文を終えるのが適当であろう。

この例は、テキサス大学、ヒューストン大学、テキサス A&M 大学の3大学からなる連合が行った調査・研究によるもので、この連合は、テキサス州議会から、市内約8,000の公立学校の実績に関する報告義務(accountability)と評価(evaluation)について、よりよいシステムの開発を要請されたことから始まる。初期の試みでなされたのは、主として、一連の統計的モデルで、学業パフォーマンス(州が義務づけている一斉学力テストを合格した生徒数など)を、学校特性(種

²⁸しかし、もし、この値が最適プログラムの選択に重要な意味をもつのであれば、この制約に対応する双対変数はそれに正の値を付与する。

々の階級や給料水準の教員数など)や地域特性(ヒスパニック系や英語能力の低い生徒比率など)で回帰することなどが中心であった。本稿のはじめの DEA の歴史で Rhodes の経験に触れたが、ちょうどそれと同じように、これら回帰分析からの諸結果は不満足なもので、ヒスパニック系の比率や英語低能力生徒比率などの変数に対する係数は、統計的に有意な推定が得られたが、それら推定値は負の値であった。

そこで、DEA が試みられたが驚くべき結果が見えてきた。テキサス州は、従来これらの一斉学力テストでの学カスコアに基づいて、いくつかの学校を優秀校として格付けしていた。しかしながら、これら「優秀」校のどれひとつとして、DEA 効率的であると認められるものはないことが分かった。これらの学校は、すべてが、過剰の資源を使っていることが分かった。一方、別の多くの学校は、学力テストでは「優秀」という格付けを達成しなかったが、DEA 効率的であることが判明した。

多くの DEA 研究での特徴であるが、上の結果は一連の新しい問題提起をし、いくつかの新しい可能性を考察する道を開いた。まず自然の成り行きとして、新しく注目が向けられたのは、これら効率的な学校を「優秀」の水準にまでもっていくに必要な資源量の推定を得ることであった。この目的のために、次のモデルがつけられた²⁹：

$$\begin{aligned} \max \quad & \phi_o + \varepsilon \left(\sum_{r \in D} s_r^+ + \sum_{i \in D} s_i^- \right) \\ \text{制約:} \quad & 0 = \phi_o y_{r_o} - \sum_{j=1}^n y_{r_j} \lambda_j + s_r^+, \quad r \in D \\ & x_{i_o} = \sum_{j=1}^n x_{i_j} \lambda_j - s_i^-, \quad i \in D \quad (19) \\ & z_{k_o} = \sum_{j=1}^n z_{k_j} \lambda_j + s_k, \quad k \in ND \end{aligned}$$

ここで、すべての変数は非負である。

(19)式において、各記号には、次の解釈が与えられる。集合 D は、変数 x_{i_o} , y_{r_o} が操作可能なもの、たとえば、入力であれば、教員数、教員給料など、出力であれば、卒業者数などの、制約の集まりである。集合 ND は、それら変数が、操作不可能のもので、ヒスパニック系生徒数、英語低能力生徒数などの制約の集

まりである。

この DEA モデル(19)は効率的な学校を見つけるのに使われ、特に、違った環境で運営される学校の達成度を認識するために利用された。

次に、効率的であると判定された学校を州の優秀校であると格付けされるレベルまでもっていくのに必要な入力量をどの程度にするかが問題となる。

この問題を解くために、次の DEA モデルを使ってみる。

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_o - \varepsilon \left(\sum_{i \in D} s_i^- + \sum_{r \in D} s_r^+ \right) \\ \text{制約:} \quad & 0 = \theta_o x_{i_o} - \sum_{j=1}^n x_{i_j} \lambda_j - s_i^-, \quad i \in D \\ & y_{r_o} = \sum_{j=1}^n y_{r_j} \lambda_j - s_r^+, \quad r \in D \quad (20) \\ & z_{k_o} = \sum_{j=1}^n z_{k_j} \lambda_j - \delta_k^+ + \delta_k^-, \quad k \in ND \\ & b_{r_o} \leq s_r^+ \end{aligned}$$

ここでも、すべての変数は非負とする。一方、 b_{r_o} は州の優秀校として格付けされるために必要な産出 r の量を表し、特に指定のない産出については $b_{r_o} = 0$ とする。

さて、われわれの注意を効率的な学校に限定する。ここでは、出力型のモデル(19)から入力型のモデル(20)に簡単にかえることができる。さらに、それら効率的な学校において $\theta_o^* > 1$ を得ることがある。この $\theta_o^* > 1$ の値は、CREA(Coefficient of Resources for Excellency Achievement)と呼ばれ、操作可能な DMU のすべての入力において、追加可能な入力増加量を推定している。もちろん、スラックの最大化が目的関数に含まれていることにも注意したい。

このモデル(20)の利点は、 $z_k + \delta_k^+$ と $z_k - \delta_k^-$ に対応する δ_k^+ と δ_k^- を使っているところにある。つまり、それらの情報は、ND に属する学生の転校、さらに学校群の合併を示唆してくれる。ここで、われわれは、効率的フロンティアを形成するために使われる区分的線形内挿法(piecewise linear interpolation)のかわりに線形外挿法(linear extrapolation)を使っていることになる。ただし、その結果にはかなりの注意を払う必要がある。つまり、Arnold 他(1993)によって研究されたように、ある学校に関して、大きな規模拡大の必要性が推定された場合でもその結論が現実には通らない

²⁹これは Arnold, Bardhan and Cooper (1993) から引用している。

こともある。しかしながら、この研究成果は新たな問題点を指摘している。つまり、州政府によって決められた優秀校となるための基準が果たして正しいかどうかという点である³⁰。こういった基準は学校の置かれた状況に応じて適応的に変更さるべきものである。

ここで、統計・計量経済的なアプローチと DEA との関係に戻ろう。先の議論で、これらは、互いに（相互背反的で）代替的であると考えてよいことを示唆した。しかし、それ以外の関わりも可能である。

これらの二つのアプローチは、Cooper, Kumbhakar, Thrall and Yu (1992) が行ったように、互いをクロス・チェックするために使ってもよい。また互いを相互補完するためにも使える。

上記の後者のトピックは、現在進行中のテキサスの学校の調査・研究からも、説明できる。すでに述べたように、この研究での初期のアプローチは、統計的回帰モデルによるもので、その結果は、ヒスパニック系や英語低能力生徒の係数が有意かつ負値になり、使えないというものであった。しかしながら、効率的な学校の部分集合に、これらの回帰分析を再度行ったところ、結果は逆転し、ヒスパニック系や英語低能力の生徒の係数は、正であるか、または、有意ではないという結果が得られた。また、効率的でない学校の集合に対する類似の再計算でも、これらは、負の係数の原因になっているということが確認された。言い換えれば、統計的に不満足な結果をもたらしていたのは、非効率な学校のパフォーマンスであった。最後に、これらの後者の回帰分析では、非効率な学校での負の係数の原因は、教員の給料面で過剰な資源投入にあることがつきとめられ、DEA の結果を確認するものであった。

こうして、DEA を利用できるということは、統計分析の利用に対しても、新しい可能性と方向を開くことが明かとなった。このような可能性は、Banker (1993) その他によって報告されているように、DEA に確率的要素を導入するような今後の研究によって、広がっていくと思われる。すべての新しい方法論が発展する際にそうであるように、DEA は古い諸問題に新しいやり方でアプローチする可能性を開いているが、また同時にいろいろな新しい問題に対して、DEA だけでもアプローチできるし、他の方法論と併用する

可能性をも与えているのである。

参考文献

- [1] S.N. Afriat. Efficiency of Production Functions. *International Economic Review*, 13:508-598, 1972.
- [2] T. Ahn, A. Charnes, and W. W. Cooper. A Note of the Efficiency Characterizations Obtained in Different DEA Models. *Socio-Economic Planning Sciences*, 22:253-257, 1988.
- [3] T. Ahn and L. Seiford. Sensitivity of DEA to Models and Variable Sets in a Hypothesis Test Setting. In Y. Ijiri, editor, *Creative and Innovative Approaches to the Science of Management*, Quorum Books, West Port, Connecticut, 1993.
- [4] I. Ali and L. Seiford. Translation Invariance in Data Envelopment Analysis. *Operations Research Letters*, 9:403-406, 1990.
- [5] V. Arnold, I. Bardhan, and W. W. Cooper. *DEA Models for Evaluating Efficiency and Excellence in Texas Secondary Schools*. IC² Working Paper, IC² Institute University of Texas at Austin, Austin, Texas, 1993.
- [6] V. Arnold, Bardhan, W. W. Cooper, and A. Gallegos. *Primal and Dual Optimality in IDEAS(Integrated Data Envelopment Analysis System) and Related Computer Codes*. IC² Working Paper, IC² Institute University of Texas at Austin, Austin, Texas, 1993.
- [7] R.S. Banker. Estimating Most Productive Scale Size Using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 217:35-40, 1984.
- [8] R.D. Banker. Maximum Likelihood, Consistency and Data Envelopment Analysis: A Statistical Foundation. *Management Science*, (forthcoming), 1993.
- [9] R.D. Banker, I. Bardhan, W.W. Cooper, and R.M. Thrall. *Projection Operators in DEA*.

³⁰例えば、ブッシュ元大統領とアレクサンダー元教育次官が提示した基準が、全米の現状からみて、ほんとうに達成されるかどうか非常に疑問視された。

- Working Paper, University of Texas, Graduate School of Business, Austin, TX, 1993.
- [10] R.D. Banker, A. Charnes, and W.W. Cooper. Models for Estimating Technical and Scale Efficiencies in DEA. *Management Science*, 30:1078–1092, 1984.
- [11] R.D. Banker, A. Charnes, W.W. Cooper, and A. Maindiratta. A Comparison of DEA and Translog Estimates of Production Frontiers. In A. Dogramaci and R. Färe, editors, *Applications of Modern Production Theory: Efficiency and Productivity*, Kluwer Academic Publishers, Inc., Norwell, Mass, 1987.
- [12] R.D. Banker, A. Charnes, W.W. Cooper, J. Swarts, and D.A. Thomas. Introduction to Data Envelopment Analysis with Some of Its Models and their Uses. *Research in Government Non-profit Accounting*, 5:125–163, 1989.
- [13] R.D. Banker and R. C. Morey. Data Envelopment Analysis with Categorical Inputs and Outputs. *Management Science*, 32:1613–1627, 1986.
- [14] R. D. Banker and R.C. Morey. Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs. *Operations Research*, 34:513–521, 1986.
- [15] R.D. Banker and R.M. Thrall. Estimation of Returns to Scale Using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 62:74–84, 1992.
- [16] J. Barrese. Assessing the Financial Condition of Insurers. *CPCU Journal*, 43:37–46, 1990.
- [17] W.F. Bowlin, J. Brennan, W.W. Cooper, and T. Sueyoshi. DEA Models for Evaluating Efficiency Dominance. *Journal of Computers and Operations Research*, (submitted), 1993.
- [18] A. Charnes, T. Clark, W.W. Cooper, and B. Golany. A Developmental Study of Data Envelopment Analysis in Measuring the Maintenance Units in the US Air Force. *Annals of Operations Research*, 95–112, 1985.
- [19] A. Charnes and W.W. Cooper. *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*. John Wiley, Inc., New York, 1961. 2 Vols.
- [20] A. Charnes and W.W. Cooper. Programming with Linear Fractional Functionals. *Naval Research Logistics Quarterly*, 9:181–186, 1962.
- [21] A. Charnes and W.W. Cooper. Elements of a Strategy for Making Models. In W. Tanner R. Machol and S. Alexander, editors, *System Engineering Handbook*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1965.
- [22] A. Charnes and W.W. Cooper. Goal Programming and Multiple Objective Optimizations: A Survey, Part I. *European Journal of Operational Research*, 1977.
- [23] A. Charnes and W.W. Cooper. Preface to Topics in Data Envelopment Analysis. In R. Thompson and R.M. Thrall, editors, *Annals of Operations Research*, 2, pages 59–94, 1985.
- [24] A. Charnes, W.W. Cooper, D. Divine, T.W. Ruffli, and D. Thomas. Comparison of DEA and Existing Ratio and Regression Systems for Effecting Efficiency Evaluations of Regulated Electric Cooperatives in Texas. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting*, 5:187–210, 1989.
- [25] A. Charnes, W.W. Cooper, B. Golany, L. Seiford, and J. Stutz. Foundations of Data Envelopment Analysis and Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions. *Journal of Econometrics*, 30:91–107, 1985.
- [26] A. Charnes, W.W. Cooper, Z.M. Huang, and D.S. Sun. Polyhedral Cone-Ratio DEA Models and Managerial Performance of Large Commercial Banks. *Journal of Econometrics*, 46:73–91, 1990.
- [27] A. Charnes, W.W. Cooper, Z.M. Huang, and D.B. Sun. *DEA Approaches to Designs of Bank Monitoring Systems*. Working Paper, University

- of Texas Graduate School of Business, Austin, Texas, 1992.
- [28] A. Charnes, W.W. Cooper, and E. Rhodes. Measuring Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 1:429-444, 1978.
- [29] A. Charnes, W.W. Cooper, and R.M. Thrall. A Structure for Classifying and Characterizing Efficiency and Inefficiency in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 2:197-237, 1991.
- [30] A. Charnes, W.W. Cooper, Q.L. Wei, and Z.M. Huang. Cone Ratio Data Envelopment Analysis and Multi-Objective Programming. *International Journal of Systems Sciences*, 20:1099-1118, 1989.
- [31] W.W. Cooper, S. Kumbhakar, R.M. Thrall, and X. Yu. *DEA and Stochastic Frontier Analyses of the 1978 Chinese Economic Reforms*. Working Paper, University of Texas at Austin Graduate School of Business, Austin, Texas, 1990.
- [32] G. Debreu. The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, 19:273-292, 1951.
- [33] R.G. Dyson and E. Thanassoulis. *Reducing Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis*. Warwick Papers in Management, University of Warwick, Warwick, England, 1987.
- [34] R. Färe, S. Grosskopf, and C.A.K. Lovell. *The Measurement of Efficiency of Production*. Kluwer-Nijhoff Publishing Co., Boston, 1985.
- [35] M.J. Farrell. The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1957.
- [36] M.J. Farrell and M. Fieldhouse. Estimating Production Functions Under Increasing Returns to Scale. In *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 1962.
- [37] M. Feldstein. *Economic Analysis for Health Service Efficiency*. Markham Publishing Co., Chicago, 1968.
- [38] A. Gallegos. *Strategic and Economic Performance of State Owned Enterprise: The Case of the Latin American Airline Industry*. PhD thesis, University of Texas at Austin, Graduate School of Business, Austin, Texas, 1991. Also available from University Microfilms, Inc., in Ann Arbor, Michigan.
- [39] B.H. Gong and R.C. Sickles. Finite Sample Evidence on the Performance of Stochastic Frontiers and Data Envelopment Analysis Using Panel Data. *Journal of Econometrics*, 51:259-284, 1992.
- [40] J. Jondrow, C.A. Knox Lovell, T.S. Materoo, and P. Schmidt. On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Production Function Model. *Journal of Econometrics*, 19:233-238, 1982.
- [41] W.A. Kamakura. A Note on the Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 38:1273-1276, 1988.
- [42] T.C. Koopmans. Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. In T.C. Koopmans, editor, *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1951.
- [43] Vilfredo Pareto. Appendix. In Alfred Bonnet, editor, *Manual d'economie politique*, page 617 ff., Marcel Giard, Pais, 1972.
- [44] Jesus T. Pastore. *Translation Invariance in Data Envelopment Analysis: A Generalization*. Research Report, Depto Estadística e Investigación Operativa Universidad de Alicante, 03071-Alicante, Spain, 1993.
- [45] E. Rhodes. *Data Envelopment Analysis and Related Approaches for Evaluating the Efficiency of Decision Making Units with an Application to Program Follow Through in US Education*. PhD thesis, Carhegie Mellon University School of Urban & Public Affairs, Pittsburgh, PA, 1978. Also available from University Microfilms, Inc., Ann Arbor, Michigan.

- [46] J. Richmond. Estimating the Efficiency of Production. *International Economic Review*, 15:515-521, 1974.
- [47] J. Rousseau and J. Semple. Notes: Categorical Outputs in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 39:384-386, 1993.
- [48] L.M. Seiford and R.M. Thrall. Recent Developments in DEA. In A.Y. Lewin and C.A. Knox Lovell, editors, *Frontier Analysis, Parametric and Nonparametric Approaches*, *Journal of Econometrics*, Vol. 46, pages 7-38, 1990.
- [49] L.M. Seiford. *A Bibliography of Data Envelopment Analysis*. Technical Report, Department of Industrial Engineering and Operations Research, University of Massachusetts, Amherst, Mass. 01003, 1993.
- [50] R.W. Shephard. *Theory of Cost and Production Functions*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1970.
- [51] 末吉 俊幸. DEAによる効率性分析に関する一考察. *オペレーションズ・リサーチ*, 35:167-173, 1990.
- [52] 末吉 俊幸. DEA/WINDOW分析法による電気通信事業体の経営効率と規模の経済性の比較、検討. *オペレーションズ・リサーチ*, 37:210-219, 5 1992.
- [53] 刀根 薫. 企業体の効率分析手法 - DEA 入門 - (1) ~ (4). *オペレーションズ・リサーチ*, 32, 33, 1987, 1988.
- [54] 刀根 薫. 論文・研究レポート: DEA のモデルをめぐって. *オペレーションズ・リサーチ*, 38:34-40, 1 1993.
- [55] 刀根 薫. 経営効率性の測定と改善. *日科技連*, 1993.
- [56] D.B. Sun. *Evaluation of Managerial Performance in Large Commercial Banks by Data Envelopment Analysis*. PhD thesis, University of Texas at Austin, Graduate School of Business Administration, Austin, Texas, 1988. Also available from University Microfilms, Inc., Ann Arbor, Michigan.
- [57] R.G. Thompson, P.S. Dharmapala, and R.M. Thrall. DEA Sensitivity Analysis of Efficiency Measures with Applications to Kansas Farming and Illinois Coal Mining. In A. Charnes, W.W. Cooper, A.Y. Lewin, and R.M. Seiford, editors, *Data Envelopment Analysis: Theory, Methods and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 1993(forthcoming).
- [58] R.G. Thompson, L.M. Langemeier, C.T. Lee, E. Lee, and R.M. Thrall. The Role of Multiplier Bounds in Efficiency Analysis with Applications to Kansas Farming. *Journal of Econometrics*, 46:93-108, 1990.
- [59] R.G. Thompson, R.D. Singleton, R.M. Thrall, and B.A. Smith. Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Laboratory in Texas. *Interfaces*, 16, 1986.