

(5): 一般化ペトリネット・モデルを用いた シミュレーション・ベースド・スケジューリング

玉置 久

1. はじめに

スケジューリングの問題は、生産システムや計算機システム等、さまざまな分野で生じるものであるが、本稿では、生産システムにおけるスケジューリング問題を取り上げる。この問題では、生産システムにおける多品種少量生産あるいは変品種変量生産の比重が大きくなるにつれて、一般的に物の流れや情報の流れが複雑となり、数理的手法による最適スケジューリングが現実には不可能となっている[1,2]。したがって、必ずしも最適でなくとも合理的と言えるスケジューリングを支援できるような枠組みが必要とされ、この要求に応えるものの1つとして、シミュレーションをベースとしたスケジューリング・システムが考えられる。

シミュレーション・モデルについてみると、生産システムのような離散事象システムをモデル化(定式化)するためのツールとして、これまでにペトリネット(Petri Net: PN)[3]および時間ペトリネット(Timed Petri Net: TPN)[4,5]が広く用いられている[5-7]。スケジューリング問題への応用例についても、ルールベースに基づいたオンライン・スケジューリング・システムの開発を目的としているもの[8-11]、可達木を利用したスケジューリング手法を提案しているもの[12,13]、繰返し工程スケジューリング問題に対する近似アルゴリズムを扱っているもの[14-16]、繰返しスケジュールにおけるサイクルタイムの解析を行っているもの[17]、シミュレーション時に発生するデッドロックを回避するための手法を扱ったもの[18,19]、およびPNモデル上でのシミュレーションをベースとして種々のスケジューリング手法を実現することを目的とするもの[20,21]がある。

PNあるいはTPNを利用すると、複雑な制約条件

を考慮することや多種多様なシミュレーションを行うことが可能となるが、段取り替えあるいは搬送に伴う時間を完全には表現しきれないという問題点が残されている。この問題点に対処する1つの方法として、本稿では、TPNを拡張した一般化ペトリネット(Generalized Petri Net: GPN)を紹介するとともに、このGPNを用いたモデル化手法を記述する[20]。さらに、GPNモデル上でのシミュレーションをベースとしたスケジューリング問題の解法(Simulation-Based Scheduling System: SBSS)を紹介する。このSBSSでは、数理計画的な手法からヒューリスティックな手法まで種々の手法を利用することが可能であるが、本稿ではプロトタイプで実現されている3種類の手法について説明する[21]。

2. スケジューリング問題

幾つかの機械およびバッファを利用して幾種類かの製品を所要数分だけ生産するシステムを考える。

- 製品: 各々の(種類の)製品は、あらかじめ定められた順序で、定められた(一般には複数の)仕事を処理することによって完成される。各仕事は、いくつかの作業をあらかじめ定められた順序で処理することによって完了する。
- 機械: 各作業は、あらかじめ決められた(種類の)機械によって処理される。また、それぞれの機械の台数は限られている。
- バッファ: 各作業の完了により生じた半製品は、あらかじめ定められたバッファに保管される。また、それぞれのバッファの容量は限られている。

さらに、処理時間、段取り替え時間および所要数を次のように定義しておく。

- 処理時間: 作業を処理するのに要する時間のことで、作業ごとにあらかじめ決まっている。
- 段取り替え時間: 1つの機械である作業の処理が完了してから、次の作業を始めるまでに必要な時

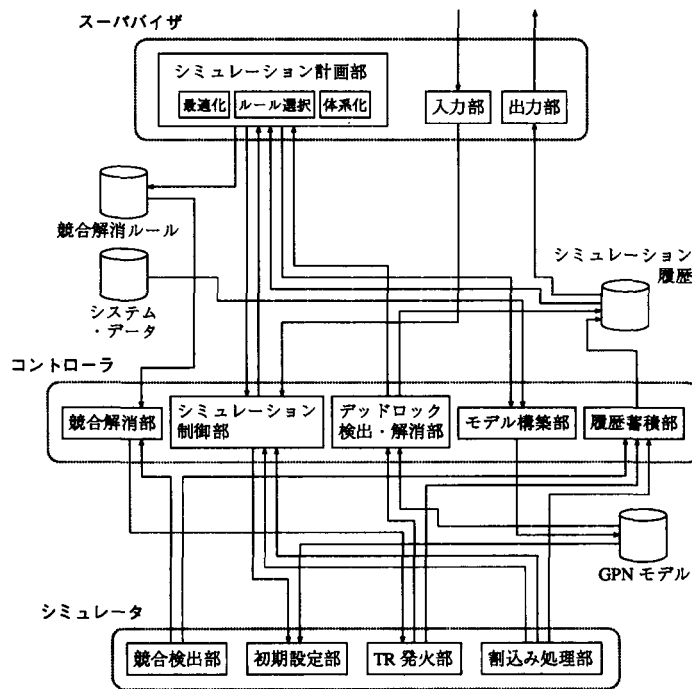


図1 シミュレーション・ベースド・スケジューリング・システム (SBSS) の構成

- 間のことで、各機械で処理される作業の対ごとにあらかじめ定められている。
- f. 搬送時間：ある作業の処理が完了して生じた半製品を、次の作業が処理される機械まで搬送するのに必要な時間のことで、搬送のために使用される設備（搬送車など）の状態によって定められる。
 - g. 所要数：製品の種類ごとに所要数が与えられる。

このような生産システムにおけるスケジューリング問題は、“各機械は同時に2つ以上の作業を処理できない”という条件を満たしながら、すべての製品を所要数だけ生産するのに必要な時間（最大完了時間）などの評価基準を最適にするような作業の順序を決定することであると定義される。

3. シミュレーション・ベースド・スケジューリング・システム

まず、シミュレーション・ベースド・スケジューリング・システム (SBSS) の概要について記述しておく。さまざまな条件下でのシミュレーションを可能とするため、図1に示すように、スーパーバイザ、コントローラおよびシミュレータの3つのサブ・システムによってSBSSを構成する。

- a. スーパーバイザ：ユーザからの要求を具体化し、一連のシミュレーションを監視・制御する。具体的には、納期遅れ最小化等のための体系的なシミュレーション方針の選択・構築、および競合解消に用いるルールベースの構築・保守などを可能とする。
- b. コントローラ：スーパーバイザからの要求をシミュレータで扱える形式に変換する。その機能は、モデルとのインタフェースおよび単発のシミュレーションの駆動・制御である。
- c. シミュレータ：単発のシミュレーションを実行する。順時間および逆時間方向のシミュレーションを可能とし、平常時だけでなく、緊急時の再スケジューリングを効率的に行えるようにする。

以下では、まず一般化ペトリネットを用いたスケジューリング問題のモデル化手法を紹介した上で、SBSSの各サブ・システムについて記述する。

4. 一般化ペトリネットによるモデル化

4.1. 一般化ペトリネット

従来のペトリネット (PN) あるいは時間ペトリネット (TPN) における“段取り替えや搬送などに伴う時間を完全には表現しきれない”という問題点に留意し、TPNのトークンに記憶を持たせるとともに、発火繼

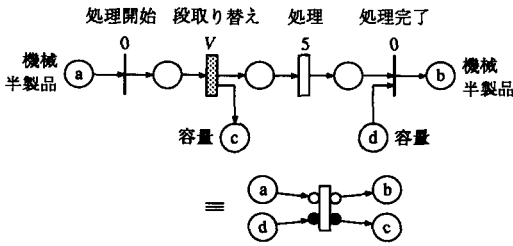


図2. 作業 GPN

トランジション上の数値は発火継続時間 (“V” は可変時間) を表す。

続時間がシミュレーション途中で動的に決定されるトランジション (以下, 可変時間 TR) を加えて TPN を拡張する。そして, この拡張された TPN を一般化ペトリネット (Generalized Petri Net: GPN) と呼ぶ。なお, 以下では PN および TPN の一般的説明 [3,5,7] は省略させていただく。

GPN の構成単位を, 図2 を用いて紹介する。プレース (○) およびアーク (→) は通常の PN と同様であるが, トランジションについては, | が発火継続時間 0 の TR (以下, 0-TR), □ が固定時間 TR および ▮ が可変時間 TR を表す。ここで, 可変時間 TR の発火継続時間は, その入力プレース (入力 PL) にあるトークンの記憶内容 (TR の発火履歴など) により決まる。

4.2. 構造モデルの作成

GPN によるスケジューリング問題のモデル化は, その構築・変更を容易にするため, 製品, 機械およびバッファに対応するサブ GPN に分割され (それぞれ製品シート, 機械シートおよびバッファ・シート), これらを組み合わせて問題全体の GPN が構築される。

4.2.1. 製品シートの作成

製品シートは, それぞれの製品に対する GPN (製品シート) をまとめたものである。各製品シートは, これを完成させるのに必要な一連の仕事に対するサブ GPN (以下, 仕事 GPN) を結合することによって構築される。さらに各仕事 GPN は, これに含まれる作業を表すサブ GPN (以下, 作業 GPN) を結合することによって作られる。

- 作業 GPN: 図2 に示した GPN の構成単位を1つの作業に対応させる。このとき, 0-TR で作業の開始を, 可変時間 TR で段取り替え (4.5 で述べる搬送を表す作業 GPN の場合には搬送時間) を, さらに固定時間 TR で作業の処理をそれぞれ表す。
- 仕事 GPN: 作業間の先行関係をもとに作業 GPN を PL を介して接続する (図3)。

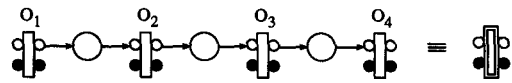


図3. 仕事 GPN

“ O_i ” は第 i 作業を表す。

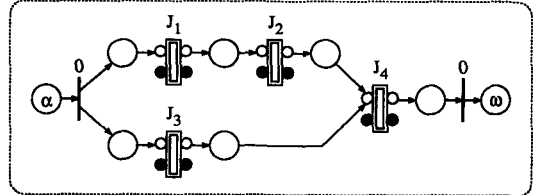


図4. 製品シート

プレース “ α ” および “ ω ” はそれぞれ開始プレースおよび終了プレースを表す。また, “ J_j ” は第 j 仕事を表す。

- 製品シート (製品 GPN): 製品ごとに, 仕事間の先行関係をもとに仕事 GPN を PL を介して接続し, 製品シートを作成する。さらに, 各製品シートの先頭と最後尾にはそれぞれ1個の PL (開始 PL と終了 PL) を配し, ダミーの TR を介して, 先頭の仕事 GPN と最後尾の仕事 GPN に接続する (図4)。

4.2.2. 機械シートの作成

機械の種類だけ機械 PL を設ける (図5)。各機械 PL 内のトークン数で, その機械の使用可能台数を表す。

4.2.3. バッファ・シートの作成

バッファごとにその容量 PL を設ける (図6)。各容量 PL 内のトークン数でバッファの空き容量を表す。

4.2.4. 製品, 機械およびバッファ・シートの結合

製品シートと機械シートを作業 GPN ごとに結合する。また, 製品シートとバッファ・シートとの結合を連続する作業 GPN の対を単位として行う。これらの結合の様子を図7 に示しておく。

4.3. シミュレーション・モデルの作成

与えられた条件, すなわち所要製品数, 機械の稼働台数, バッファの容量などを, 構造モデル上にトークンを配置 (マーキング) することによって与えるものと

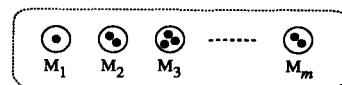


図5. 機械シート

“ M_i ” は第 i 種類の機械を表す。

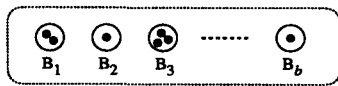


図6. バッファ・シート
“ B_i ”は第 i バッファを表す。

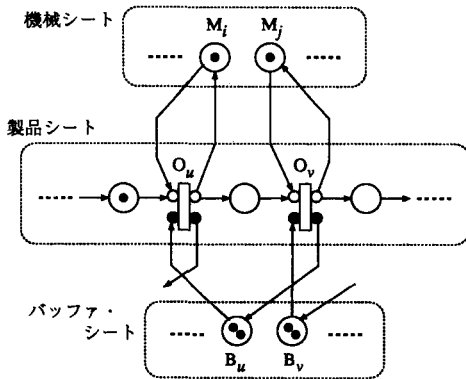


図7. 製品、機械およびバッファ・シートの結合

する。シミュレーション開始時点でのマーキング(初期マーキング)の設定方法は、以下の通りである。

- 機械 PL にその機械の稼働台数に等しい数のトークンを入れる。この機械 PL に入れられるトークン(機械トークン)のみに記憶を持たせる。
- 容量 PL にそのバッファ容量分のトークン(容量トークン)を入れる。
- 製品シートの開始 PL (図4中の PL α に相当)に、製品の所要数に等しい数のトークン(半製品トークン)を入れる。
- その他の PL のトークン数は0とする。

4.4. 順方向モデルと逆方向モデル

4.2で作成されるモデル(順方向モデル)は順時間方向のシミュレーションを可能とするものであるが、各製品の納期に合わせたスケジュールを求める場合や生産途中での機械故障等に対して再スケジューリングを行う場合などにおいて、より柔軟にスケジューリングを行うためには、逆時間方向のシミュレーションをも可能としておくことが望ましい。このとき、順時間方向のシミュレーションでは前詰めスケジュールが、逆時間方向では後詰めスケジュールが得られる。

逆方向モデルは以下のようにして作成される。PL および TR の配置は順方向モデルと同じであるが、構造モデル作成の手続き(4.2.1および4.2.4)でのアークの向きを順方向モデルと逆にする。また、シミュレ

ーション・モデルの作成については、4.3のcでの初期マーキングを、

- 製品シートの終了 PL (図4中の PL ω に相当)に製品の所要数に等しい数のトークンを入れる、ように変更する。

4.5. 搬送のモデル化

搬送を1つの作業と見なし、すなわち4.2におけるGPNの構成単位を利用し、機械PLと同様に搬送車PLを新たに設けることによって、搬送(搬送車による半製品の移動)に要する時間を構造モデル上で取り扱うことができる。

4.6. モデルの変更

まず、生産システムの形態(工程)あるいは製品仕様の変更がある場合を考える。形態の変更に対しては、機械シートあるいはバッファ・シートにおけるPLの追加・削除および初期マーキングの変更によって対処できる。また製品仕様の変更は、製品シートを入れ替えることによって実現できる。したがって、本稿で紹介するモデル化手法においては、新規にモデルを作成する場合のみでなく、上述の変更やこれに伴うシートの再結合の際にも、GPNモデルを自動生成できる。

次に、製品所要数、稼働機械数およびバッファ容量に変更がある場合を考える。これらはすべて初期マーキングを変更することによって実現できる。また、故障や点検などによる生産途中での稼働機械数あるいはバッファ容量の変更に対しても、シミュレーションの途中でマーキングを変更することで対処できる。

5. シミュレーションの実行:シミュレータ

シミュレーションは、順方向あるいは逆方向モデルにおいて、原則として、発火可能となるTRを順に発火させることにより、すなわち自然発火規則に基づくマーキングの遷移によって進められる。したがって、順時間方向シミュレーションでは前詰めスケジュール、また逆時間方向では後詰めスケジュールを求めることが目的となる。このとき、シミュレーションを途中で中断し、ある時刻からの順時間方向および逆時間方向のシミュレーションを組み合わせることによって、状況に応じたさまざまなスケジュールを作成することも可能である。

5.1. TRの発火規則

GPNにおけるTRとしては、作業の開始を表す0-TR、作業の処理を表す固定時間TRおよび段取り替え時間等を表す可変時間TRの3種類がある。各々のTRの発火規則を以下のように定めておく。

- a. 0-TR: この TR は発火継続時間が 0 であり, 各時刻において他のどの TR よりも優先して発火させる。また, この TR には機械 PL やバッファ PL が接続されており, 機械やバッファの取り合いにより 0-TR 間で競合を起こす可能性がある。このような競合をどのように解消する (競合 0-TR の中でどの TR を優先的に発火させる) かによって, 生成されるスケジュールが異なるものとなるが, この手法については, 6 および 7 で紹介する。
- b. 固定時間 TR: この TR は競合を起こさず, 発火可能 TR のすべてを発火させられる。
- c. 可変時間 TR: 基本的には固定時間 TR と同じであるが, その発火継続時間が入力 PL にあるトークンの記憶内容によって定まる点が異なる。

5.2. 可変時間 TR の発火継続時間

作業対の段取り替え時間に基づいて, あらかじめ可変時間 TR の発火継続時間の標準値をテーブル (以下, 標準時間テーブル) として作成しておく。まず, 順時間方向シミュレーションの場合について, 可変時間 TR の発火継続時間の設定方法を示す。

- a. 機械プレースにトークンが戻される時, その機械を使用して作業とその作業の終了時刻とを機械トークンに記憶しておく。
- b. ある可変時間 TR が発火可能となった場合, 機械プレース内にあったトークンの記憶内容, 現シミュレーション時刻および標準時間テーブルから, 前作業完了後の機械の遊休時間 (t_1) および段取り替えに要する時間 (t_2) を計算し, 可変時間 TR の発火継続時間を, $V = \max(0, t_2 - t_1)$ とする。

6. 競合の解消: コントローラ

発火可能 TR 間での競合の解消は, 一般的に何らかのルール (7.1 の優先ルールと区別するため, 以下ではメタ・ルールと呼ぶ; これには, 分枝限定法などの探索手順を与えるものや, 適用すべき優先ルールを選択するものなどが含まれる) に基づいて行われる。ただし, このメタ・ルールを選択するのはスーパーバイザの役割であり, コントローラでは, スーパーバイザが与えるメタ・ルールに従って優先的に発火させる TR の特定を行うことになる。

7. スケジューリング問題の解法: スーパーバイザ

SBSS において求められるスケジュールは, スーパーバイザで実現されるメタ・ルール (一連の競合を解消

するための手続き, すなわちスケジューリング手法) によって特徴づけられる。以下, SBSS のプロトタイプで実現されている 3 種類のスケジューリング手法を紹介する。

7.1. 優先ルールに基づくヒューリスティック手法

TR の競合が起こった場合, 作業優先ルール (例えば, 処理時間最小作業優先規則) に基づいて発火させる TR (優先的に処理される作業) を決定し, シミュレーションを進めるものとする。優先ルールを適切に選択・構成することができれば, ある程度良いスケジュールを得ることが期待できる。

7.2. 分枝限定法による最適化手法

競合する TR の各々に対し, その TR を優先的に発火させたものとしてシミュレーションを続けることを分枝操作に対応させた分枝限定法を構成する。なお, 分枝限定法の一般の手順 [22] の記述は省略する。

- a. 分枝操作: シミュレーション途中で競合が生じた場合, 競合 TR のそれぞれを発火させることに対応して競合 TR 数に等しい数のノードを生成する。ノードごとに次に競合が生じるまでシミュレーションを続け, その際のマーキングを記憶する。
- b. 限定操作: あるノードにおいて, その下界値が暫定値を超えている場合, あるいは 1 つの実行可能スケジュールが得られている場合は, そのノードを終端する。下界値の計算方法については, (1) 作業間の先行関係制約を緩和して機械ごとに作業の残り処理時間とを求め, その最大値と現時刻との和を g_1 , (2) 機械条件 (1 つの機械で同時に 2 つ以上の作業を処理できない) を緩和し, 作業間の先行関係のみを考慮して各製品の所要数を完成させるまでに必要な残処理時間を求め, その最大値と現時刻との和を g_2 としたとき, $\max(g_1, g_2)$ を下界値とするなどの方法が考えられる。

この分枝限定法を用いると厳密な最適解が得られるが, 一般に膨大な計算時間を必要とする。そこで, 適当な方法で生成ノード数を少なく抑えることによって, 準最適スケジュールを得ることも考えられる [21]。

7.3. メタ戦略による探索手法

分枝限定法では最適 (あるいは準最適) スケジュールを求めることができるが, 一般に膨大な計算時間を必要とする。一方, ヒューリスティック手法では短時間で実行可能スケジュールが得られるが, その精度 (良さは保証されない。ここで紹介するシミュレーテッド・アニーリングや遺伝的アルゴリズムなどのメタ戦略 (meta-heuristics) に基づく探索手法 [22] は, 計算時

間およびスケジュールの良さの両面において、分枝限定法とヒューリスティック手法の中間的な性質を持っており、組合せ最適化問題の実用的解法として、近年注目されているものである。

メタ戦略を適用するに当たっては、問題の解(スケジュール)をシンボリックに表現する必要がある。例えば、作業の処理優先度(すなわち 0-TR の発火優先度)を適当な範囲の整数を用いて表すことにし、この優先度の配列によってスケジュールを特定することが考えられる。このとき、シミュレーションの各時点において、優先度の配列を参照しながら発火させる TR (優先的に処理される作業)を決定し、シミュレーションを進めることになる。

8. まとめ

本稿では、シミュレーションをベースとして合理的なスケジューリングを行うためのシミュレーション・ベースド・スケジューリング・システム(SBSS)の構想を紹介するとともに、それを具体化するための手段として、時間ペトリネットの拡張である一般化ペトリネット(GPN)を利用したスケジューリング問題のモデル化手法および解法を紹介した。従来、複雑な制約条件等を考慮した場合のスケジューリングにおいてはヒューリスティックな手法が大半を占めていたが、SBSSではシステマティックな探索手法を容易に適用することができるようになる。紙面の都合上、数値例は省略せざるを得なかったが、SBSSのプロトタイプを利用した計算例より、ここで紹介した枠組みの有効性およびメタ戦略によるスケジューリング手法の有用性が確認されつつある。なお、スーパーパイザの機能を充実させるとともに、実際の生産システムにおけるスケジューリング問題への適用例を通して、GPNによるモデル化手法およびSBSSの有効性を確認することなどが今後の課題として残されている。

最後に、懇切な御指導および御鞭撻を賜った京都大学 荒木光彦教授に感謝の意を表します。

参考文献

- 1 K. P. White, Jr., Advances in the Theory and Practice of Production Scheduling, in C. T. Leondes, ed., *Control and Dynamic Systems vol. 37: Advances in Industrial Systems*, 115-157 (1990) Academic Press
- 2 J. Blazewicz, K. Ecker, G. Schmidt and J. Weglarz, *Scheduling in Computer and Manufacturing Systems*, (1993) Springer-Verlag
- 3 J. L. Peterson, *Petri Net Theory and the Modeling of Systems*, (1981) Prentice-Hall (市川・小林訳, ペトリネット入門(1984) 共立出版)
- 4 西尾, システム性能評価のための時間および確率ペトリネット, 計測と制御, **28**, 9, 760-769 (1989)
- 5 離散事象システム研究専門委員会編, ペトリネットとその応用, 4章(1992) 計測自動制御学会
- 6 R. Zurawski, *Petri Nets and Factory Automation, Tutorial in the IECON '93* (1993)
- 7 椎塚, 実例ペトリネット, 4章(1992) コロナ社
- 8 森・築山・福田, ジョブショップ型スケジューリング問題に対するハイブリッドスケジューリング法, 電気学会論文誌 C, **112-C**, 9, 568-574 (1992)
- 9 中村・鳩野・田村, ルールベースに基づいたフレキシブル生産システムのスケジューリング, 計測自動制御学会論文集, **23**, 1, 66-71 (1987)
- 10 鳩野・山縣・田村, ルールベースを用いたフレキシブル生産システムのオンライン・スケジューリング, システム制御情報学会論文誌, **4**, 9, 375-381 (1991)
- 11 H. M. Shih and T. Sekiguchi, A Petri Net and Beam Search based FMS Scheduling System, 電気学会論文誌 D, **112-D**, 4, 377-386 (1992)
- 12 新井・藤森・久村, 繰返し工程スケジューリング問題へのタイム・ペトリネットの応用と緊急停止時の復旧方策, 計測自動制御学会論文集, **22**, 9, 955-961 (1986)
- 13 太田・斉藤・久村, 時間付きブレースをもつペトリネットの繰返し工程スケジューリング問題への応用, 計測自動制御学会論文集, **25**, 6, 714-716 (1989)
- 14 H. P. Hillion, J.-M. Proth and X.-L. Xie, A Heuristic Algorithm for the Periodic Scheduling and Sequencing Job-Shop Problem, *Proc. 26th IEEE Conf. on Decision and Control*, 612-617 (1987)
- 15 T. Tanida, T. Watanabe, M. Yamauchi and K. Onaga, Priority-List Scheduling in Timed Petri Nets, *IEICE Trans. Fundamentals*, **E75-A**, 10, 1394-1406 (1992)
- 16 K. Onaga, M. Silva and T. Watanabe, Qualitative Analysis of Periodic Schedules for Deterministically Timed Petri Net Systems, *IEICE Trans. Fundamentals*, **E76-A**, 4, 580-592 (1993)
- 17 M. Akaza, D.-I. Lee and S. Kumagai, Optimal Cycle Time and Facility Utilization of Production Systems Including Repetitive Process with Set-up Time Modelled by Timed Marked Graphs, *IEICE Trans. Fundamentals*, **E75-A**, 10, 1385-1393 (1992)
- 18 Z. Banaszak and B. H. Krogh, Deadlock Avoidance in Flexible Manufacturing Systems with Concurrently Competing Process Flows, *IEEE Trans. Robotics and Automation*, **6**, 6, 724-734 (1990)
- 19 F.-S. Hsieh and S.-C. Chang, Deadlock Avoidance Controller Synthesis for Flexible Manufacturing Systems, *Proc. 3rd Int. Conf. on Computer Integrated Manufacturing*, 252-261 (1992)
- 20 玉置・椋本・西川・荒木, 一般化ペトリネット・モデルを用いたシミュレーション・ベースド・スケジューリング, 電気学会論文誌 C, **114-C**, 9, 888-897 (1994)
- 21 H. Tamaki, S. Mukumoto, Y. Nishikawa and M. Araki, Simulation-Based Scheduling Package: Models and Solutions, *Proc. 20th Int. Conf. on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation*, 1521-1526 (1994)
- 22 茨木, 離散最適化法とアルゴリズム, 岩波講座応用数学: 方法 8, (1993) 岩波書店