

# 投票による決定制度と シャープレイシュービック指数

武藤 滋夫

## 1. はじめに

投票は、企業、各種団体から、市町村議会、都道府県議会、国会、さらには国連や欧州連合（EU）などの国際機関に至るまで、数多くの組織において、意思決定の方法として用いられている。

このような投票による決定制度においては、投票主体（個人ないしは政党、国家などの集団）が票決に対してもつ影響力の評価がしばしば大きな問題となる。例えば、政界再編が始まる前のわが国の国会においては、いわゆる中間政党と呼ばれた公明党、民社党は保有する議席数に比べ大きな影響力を持っているといわれていた。また、衆参両議院の議員選挙における各選挙区の投票者の影響力の格差は、いわゆる「1票の重み」の不平等として選挙の度に新聞紙上を賑わせている。しかしながら、例えば前者の公明党、民社党の場合には単に経験的ないしは直観的な議論であり、また、後者の1票の重みの場合にはこれがなぜ投票者の影響力と結びつくのかについて理論的な説明が与えられていないなど、これまでの投票主体の影響力に関する議論は理論的なサポートがほとんどないままに行われてきたといつてよい。

本稿の目的は、投票者の影響力を測定する指数としてゲーム理論が生み出したシャープレイシュービック指数を紹介すると共に、これを用いた、投票制度における投票者の影響力の評価、及び公平性など投票制度そのものに対する評価を、実例をまじえながら解説することである。

## 2. シャープレイシュービック指数

次の簡単な例を用いて、シャープレイシュービック

指数を説明しよう。

いま、ある議会在が3つの政党A、B、Cに所属する議員から構成されており、議員の総数は100人、A党所属の議員は50人、B党所属の議員は15人、C党所属の議員は35人であるとする。議案の採択には過半数である51人の賛成が必要であるとし、議案の採決に際し同じ政党に所属する議員は同じ投票行動（賛成なら賛成、反対なら反対）をとるものとする。このとき、議会でこの議案の採決において、この3つの政党はどれだけの影響力ないしはパワーをもっていると考えたらよいであろうか。議員数に比例して50:15:35であるといつてよいであろうか。

シャープレイシュービック指数は、協力ゲームの解の1つであり Shapley [1953] によって提唱されたシャープレイ値を、Shapley and Shubik [1954] が投票者の影響力の評価に適用したものであり、次のような考え方をとる。

いま、提出された議案に対して、それを最も支持する政党から順に（この議案を支持する）グループを作っていくことを考える。例えば、ある議案に対して、A党がこれを最も支持し、ついで、B党、C党の順にこの議案を支持する度合いが減っていくとする。したがって、グループはA党、B党、C党の順に作られていく。（以後、 $A \leftarrow B \leftarrow C$ と表わす。）このとき、A党だけでは議員数は50人で過半数には達せず議案を通せないが、これにB党が加わると議員数の合計は $50 + 15 = 65$ で過半数である51人を超え議案を通すことができる。したがって、このグループ形成においてはBが影響力をもつと考える。A党とB党のみで議案を通せるのであるから、この後たとえC党が加わったとしてもC党の参加は意味をもたない。また、B党が最も支持し、ついで、C党、A党の順に支持する度合いが減っていく議案の場合には、グループの形成は $B \leftarrow C \leftarrow A$ の順になる。この場合には、 $15 + 35 = 50$ でC党が加わ

った時点ではまだ過半数に達せず、A党が加わって初めて議案を通すことができる。したがって、このグループ形成においてはA党が影響力をもつ。各グループ形成において影響力をもつ政党をピヴォット(pivot)と呼ぶ。いま、議会にはさまざまな議案が提出され3政党それぞれの支持する議案が同じ確率で起こってくる、したがって、 $6(=3!)$ 通りの3政党間のグループ形成もすべて同じ確率 $1/6$ で起こってくる、と仮定したときの、各政党がピヴォットとなる回数の期待値をもってシャープレイシュービック指数とする。この例では、各グループ形成におけるピヴォットは次のようにまとめられる。

グループ 形成	ピヴォット	グループ 形成	ピヴォット
A←B←C	B	A←C←B	C
B←A←C	A	B←C←A	A
C←A←B	A	C←B←A	A

したがって、シャープレイシュービック指数は、A党は $4/6$ 、B党は $1/6$ 、C党は $1/6$ である。B党、C党は議員数はかなり異なるが、議案の票決への影響力は全く同じである。

### 3. シャープレイシュービック指数の応用例

シャープレイシュービック指数は、カナダの憲法改正にかかわる投票における各州の影響力の評価、様々な国の国会、地方議会における政党の影響力の評価、など実際の投票システムの評価にしばしば用いられてきている。ここでは、国連の安全保障理事会において、常任、非常任理事国の間にどれだけの影響力の差があるかをシャープレイシュービック指数を用いて評価した例を紹介する。その他の応用例については、Lucas [1983] に詳しい解説がある。

国連の安全保障理事会は拒否権をもつ5つの常任理事国と10の非常任理事国からなり、議案の採択には常任理事国5カ国すべてと非常任理事国4カ国以上の賛成が必要である。

まず、非常任理事国のシャープレイシュービック指数を求める。非常任理事国がピヴォットになるためには、その国が加わる前に5つの常任理事国のすべてと非常任理事国のうちちょうど3カ国が加わっている必要がある。このようなグループ形成の総数は、他の9カ国の非常任理事国のうちどの3カ国が加わっているかの組合せの数 $9!/3!6!$ 、この国が加わる前に加わっている常任理事国5カ国と非常任理事国3カ国の計

8カ国の順列の数 $8!$ 、この国が加わった後の6カ国の順列の数 $6!$ 、をすべてかけたものとなる。したがって、シャープレイシュービック指数はこれをグループ形成の総数 $15!$ で割った約0.002である。

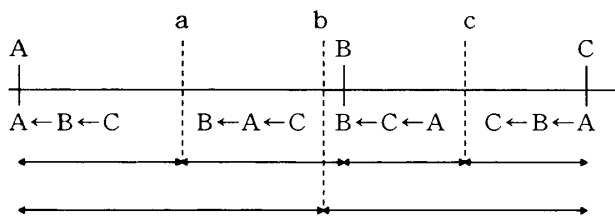
次に、常任理事国がピヴォットになるためには、その国が加わる前に他の4つの常任理事国と非常任理事国のうち4カ国以上が加わっていないなければならない。したがって、各常任理事国のシャープレイシュービック指数は、 $(10!/4!6!)8!6! + (10!/5!5!)9!5! + \dots + (10!/9!1!)13!1! + (10!/10!0!)14!0!$ を $15!$ で割った約0.196と与えられる。(上式の各項は、それぞれ10カ国の非常任理事国のうち4カ国、5カ国、…、10カ国が加わっている場合の組合せおよび順列の数を掛け合わせたものである。) シャープレイシュービック指数で評価した場合、常任理事国は非常任理事国に比べ非常に大きな影響力を有していることがわかる。

現在、日本及びドイツの常任理事国入りが話題となっているが、もしそうなった場合の両国のシャープレイシュービック指数ならびに現在の常任理事国5カ国のシャープレイシュービック指数の変化を考察することも興味深いであろう。

### 4. 投票主体の非対称性の導入とシャープレイオーウェン指数

第2節で述べた3政党の例において、政党間にたとえばイデオロギー的な差異があり、A党、B党、C党の順に左から右へ並んでいたとする。このとき、A党の次にC党が加わる、ないしはC党の次にA党が加わる、というグループ形成は、 $A←B←C$ および $C←B←A$ というグループ形成に比べればほとんど起こりえないであろう。議会や国際機関における投票では、投票主体の間にイデオロギー、国益の違いなど立場上の相違のある場合が多く、このような場合には、すべてのグループ形成が同じ確率で起きることを前提とするシャープレイシュービック指数では十分な分析ができるとは言い難い。

このような状況へも適用できるようにシャープレイシュービック指数を拡張したのがOwen [1971] である。上記の3政党の例を用いてOwenの考えを説明しよう。まず、3政党の位置が次のように左から右への1次元の直線上で表わされていたとしよう。A、B、Cは各政党の位置であり、a、b、cはそれぞれA、B、C、BCの2等分線である。議案もこの直線上に位置



すると考え、議案からの距離の近い政党ほどその議案を支持する度合いが強いとする。したがって、グループ形成は、aより左ではA←B←C，abの間ではB←A←C，bcの間ではB←C←A，cより右ではC←B←Aの順となる。それぞれピヴォットになる政党は、B，A，A，Aである。したがって、もし議案がACの間で一様に起こるとすれば、シャープレイシュービック指数は、Aは $aC/AC$ ，Bは $Aa/AC$ ，Cは0と与えられる。また、もし議案が1次元数直線上の非常に広い区間で一様に起こるとすれば、有界な区間であるabおよびbcの影響はほぼ無視することができ、シャープレイシュービック指数は、A，Bは $1/2$ ，Cは0となる。中間に位置するB党の影響力が第2節の場合に比べ大きくなったことがわかるであろう。2次元以上の場合も考えは同様である。このOwenの指数は後にShapleyによってより一般化され、シャープレイオーウェン指数ないしは非対称シャープレイシュービック指数と呼ばれている。詳しくは、Shapley [1977]，Owen and Shapley [1989]を参照。

シャープレイオーウェン指数の応用例としては、アメリカ合衆国の最高裁判所の裁判官の影響力を分析したFrank and Shapley [1981]，アメリカ合衆国の大統領選挙における各州の影響力を分析したRabinowitz and Macdonald [1986]，イスラエルの議会における各政党の影響力を分析したRapoport and Golan [1985]，などがあるが、通常シャープレイシュービック指数の応用例に比べその数は少ない。以下では、自民党が参議院で過半数割れを起こした1989年の参議院議員選挙から次の1992年の参議院議員選挙の間の参議院における主要6政党（自民党，社会党，公明党，共産党，民社党，連合）の影響力を分析したOno and Muto [1995]の結果を紹介する。1989年6月の参議院議員選挙直後の主要6政党の議員数は、自民党109，社会党74，公明党21，共産党14，民社党10，連合12であった。（各政党系の無所属議員も含む。）参議院の定数は252ゆえ、議案の採択に必要な票数は127である。議論を簡単にするため、主要6政党のみを考察の対象とする。まず、シャープレイシュービック指数は以下の

ように与えられる。

自民党	社会党	公明党	共産党	民社党	連合
0.567	0.117	0.117	0.067	0.067	0.067

公明党など中間政党に比べ、議席数の割に社会党が小さな影響力しかもたないことがわかる。ただし、中間政党ではない共産党も民社党，連合と同じ影響力を持っており、シャープレイシュービック指数だけでは「中間政党は議席数の割に大きな影響力を持つ」という主張をサポートすることはできない。次に、政党間のイデオロギーなどの位置の違いをいれて、シャープレイオーウェン指数による分析を行ってみる。

シャープレイオーウェン指数を適用する際にまず問題となるのは、投票主体の位置の決定である。Ono and Mutoでは、Frank and Shapley, Rabinowitz and Macdonaldと同様、過去のデータを基に因子分析を用いて各政党の位置を定める。（Rapoport and Golanは有識者へのアンケート調査を基に各政党の位置を定めるという方法をとっている。）まず、1989年から1992年の3年間の参議院の、票決（全会一致を除く）における各政党の行動（賛成もしくは反対）を調べ、その結果、60%以上をしめる共産党のみ反対のパターンをはじめとして、自民党のみ賛成，自民党と民社党のみ賛成など、計8つのパターンに分けられることを明らかにする。次いで、このデータをもとに因子分析を行い、因子スコア及び因子負荷量に基づいて各政党の位置および議案のパターンの方向を定める。最後に、この結果に基づき、この3年間の議案のもとの各政党のシャープレイオーウェン指数を求める。因子の数が少ないときには、我々の直観にあわない奇妙な結果が得られるが（例えば、1因子の場合には、公明党，民社党を除く他の4政党の指数はゼロになるなど）、因子の数を増すに従い指数も妥当なものになり、3因子以上では、自民党の指数が最も大きく、次いで公明党，社会党，連合，民社党，（ないしは、民社党，連合），共産党の順になる。例えば、5因子まで考えたときの各政党の指数は、

自民党	社会党	公明党	共産党	民社党	連合
0.511	0.166	0.202	0.000	0.049	0.072

と与えられる。したがって、「中間政党は議席数の割に大きな影響力を持つ」という主張が、シャープレイオーウェン指数によって理論的にサポートされる。また、1989年～1992年の時点で、議席数は大きいにもかかわらず社会党の影響力が公明党よりも低くなっていたこともわかる。

## 5. 代議員制度とシャープレイシュービク指数

これまでは、直接投票における投票者（ないしは集団）の影響力を、シャープレイシュービク指数及びその拡張であるシャープレイオーウェン指数を用いて評価してきたが、本節では、代議員制度のような間接投票制度において、各選挙区の投票者が代議員の選出を通して議会での決定にどれだけの影響力をもちうるかを、シャープレイシュービク指数によって考察する。

まず、簡単な例を用いて、代議員制度における投票者の影響力の評価の基本的なアイデアを説明する。

2つの選挙区A, Bがあり、A区では3人の投票者が1人の代議員を選出し、B区では5人の投票者が2人の代議員を選出する。議会では、2つの地区で選出された合計3人の代議員の間で単純多数決により議案の採否が決定される。A区の投票者をA1, A2, A3, B区の投票者をB1, B2, B3, B4, B5とする。議論を簡単にするため、各地区における代議員は比例代表的に選出されるものとする。したがって、A区では2人以上の投票者が集まれば選出される代議員をコントロールでき、B区では、投票者が4人以上集まれば選出される代議員2人とともを、また、2~3人集まれば1人をコントロールできる。この例では、いわゆる「1票の重み」、即ち各選挙区における「代議員定数/投票者数」を比較すると、A区では1/3、B区では2/5であり、B区の投票者の方が重みは大きいことを注意しておく。

まず、議会では3人の代議員の間の単純多数決で議案の採否が決定されるから、投票者のグループは、少なくとも2人の代議員をコントロールできれば議案を通すことができる。2人の代議員をコントロールできるのは、A区の1人とB区の1人、及びB区の2人の代議員をコントロールする場合の2つである。上述の比例代表的な代議員の選出を考慮すれば、A区の1人とB区の1人の代議員をコントロールできるのは、少なくともA区の2人とB区の2人の投票者を含むグループであり、B区の2人の代議員をコントロールできるのは、少なくともB区の4人の投票者を含むグループである。

以上のことをもとに、シャープレイシュービク指数は、次のように与えられる。8人の投票者が1人ずつ加わってグループを作っていく方法は全部で8!通

りある。そのうち、例えばA3←A2←B2←A1←B5←B4←B1←B3というグループ形成の順列では、A2が加わった段階でA区の投票者が2人、そしてB5が加わった段階でB区の投票者が2人となるから、この順列においてはB5がピヴォットである。一般に、A区の投票者がピヴォットとなるのは、この投票者がグループに加わる前に、A区の投票者が1人とB区の投票者が2人ないしは3人加わっている場合であり、このような順列は、それぞれ(2!/1!1!)(5!/2!3!)3!4!, (2!/1!1!)(5!/3!2!)4!3!通りある。したがって、A区の各投票者のシャープレイシュービク指数はこの合計を順列の総数8!で割った1/7である。一方、B区の投票者がピヴォットとなるのは、この投票者がグループに加わる前に、B区の投票者が3人とA区の投票者が0または1人加わっている場合、及びB区の投票者が1人とA区の投票者が2人または3人加わっている場合であり、このような順列は、(3!/0!3!+3!/1!2!)(4!/3!1!)3!4!, (3!/2!1!+3!/3!0!)(4!/1!3!)3!4!通りある。したがって、B区の各投票者のシャープレイシュービク指数は、この合計を8!で割った4/35である。1/7 > 4/35であり、1票の重みは小さかったA区の投票者の方が、シャープレイシュービク指数で考えると大きな影響力をもつことが分かる。

代議員制度においては、一般に、各選挙区に割り当てられている代議員定数に比べ投票者の数が非常に大きい。このような場合には、議会での決定が単純多数決によって行われるとすれば、(1)奇数人の代議員をもつ地区(奇数人区)、偶数人の代議員をもつ選挙区(偶数人区)が混在している場合、シャープレイシュービク指数で評価した偶数人区の投票者の影響力は、奇数人区の投票者の影響力に比べて無視しうるほど小さい、(2)奇数人区の投票者の間でも、その影響力は、当該選挙区の投票者の数のみに依存し、割り当てられている代議員定数には全く依存しない、といういずれも直観にはそぐわない奇妙な結果が得られる。詳しくはMuto [1989]を参照していただきたい。

このようにわれわれの直観には合わない結果が得られる理由の1つは、投票者のグループは議会で過半数を超える代議員をコントロールでき、したがって議案の採否を直接左右できるとき、そしてそのときのみ影響力をもつ、と考えたことである。各選挙区で選出された代議員が議会において様々な決定を行っていく代議員制度においては、投票者のグループが大きくな

りコントロールできる代議員の数が増えれば、たとえ議会で過半数を超える代議員をコントロールできない場合でも、成立する議案は彼らの意見を以前よりもより多く取り入れたものとなり、彼らは議会での決定により大きな影響を及ぼしうるのである。

このような点は、過半数を超える代議員をコントロールできるか否かだけを考えるこれまでのアプローチでは全く考慮されていない。上記のような影響力をどのように分析に取り入れていくかは重要かつ複雑な問題であり今後さらに研究を進めて行かねばならないが、以下では、その第1歩として、投票者のグループのもつパワーを彼らがコントロールできる（選出することのできる）代議員の数によって与えたときの、個々の投票者のもつ影響力を考察する。

先に与えた2つの選挙区からなる例をもう一度考えてみよう。いま、順列  $A3 \leftarrow A2 \leftarrow B2 \leftarrow A1 \leftarrow B5 \leftarrow B4 \leftarrow B1 \leftarrow B3$  を考えると、 $A2$ 、 $B5$ 、 $B1$  が加わった段階で、それぞれコントロールできる代議員の数が0から1、1から2、2から3に増加する。したがって、この順列においては、 $A2$ 、 $B5$ 、 $B1$  の3人の投票者の貢献度が1で他の投票者の貢献度は0である。一般に、 $A$ 区の投票者の貢献度が1となるのは、この投票者が $A$ 区の投票者としては2番目に加わる場合であり、このような順列は総数  $8!$  のうち、 $2! / 3! = 1 / 3$  でおこる。 $B$ 区の投票者の貢献度が1となるのは、 $B$ 区の投票者として2番目ないしは4番目に加わるときであり、それぞれ総数  $8!$  のうち、 $4! / 5! = 1 / 5$  でおこる。したがって、修正シャープレイシュービック指数は、 $A$ 区の投票者は  $1 / 3$ 、 $B$ 区の投票者は  $2 / 5$  であり、これはそれぞれの区の「1票の重み」と等しい。

次に、投票者の数が  $3K$  人、 $5K$  人 ( $K$  は大きな整数) となったときを考えると、上の議論と全く同様にして、 $K$  がどんなに大きくなろうとも、 $A$ 区の投票者がピヴォットになる確率は  $1 / 3K$ 、 $B$ 区の投票者がピヴォットになる確率は  $2 / 5K$  と与えられる。

この性質は、一般に成り立ち、各投票者の修正シャープレイシュービック指数は、その選挙区の代議員定数をその区の投票者数で割ったいわゆる1票の重みで与えられる。詳しくは、武藤、大西、小野 [1995] を参照。このことから、1票の重みに対して、「過半数を超えない少数党の支持者であっても当選させうる議員数によって政策に影響力を及ぼしうると考えたときのシャープレイシュービック指数である」との意味付けを与えることができる。

紙数の都合もあり詳しくは立ち入らないが、衆議院議員選挙の新制度及び参議院議員選挙に見られるブロック別比例代表制を並立した場合には、各投票者の修正シャープレイシュービック指数は、所属する選挙区における1票の重みとその選挙区が属するブロックにおける1票の重みの和として与えられる。

以上の修正シャープレイシュービック指数による分析の結果を、わが国の衆議院議員選挙（新制度）及び参議院議員選挙に適用した結果を最後に述べる。

新しい衆議院議員選挙は、全国で計300の小選挙区（選出される代議員各1名）及び計11の比例代表区（選出される代議員の総数200名）からなり、合計500名の議員が選出される。1994年9月に自治省がまとめた衆議院議員選挙区別選挙人名簿登録者数をもとに各選挙区の投票者の修正シャープレイシュービック指数を求めると、最小は北海道8区で  $4.45 \times 10^{-6}$ 、最大は島根3区で  $7.36 \times 10^{-6}$  であり、最大と最小の格差は1.65倍である。

また、参議院議員選挙制度は、全国で計47の中選挙区（都道府県単位で議員定数は各選挙区で2～8名と異なる）及びただ1つの比例代表区（定数100名）からなり、計252名の議員が選出される。衆議院の場合と同様1994年9月自治省まとめの参議院議員選挙区別選挙人名簿登録者数をもとに各選挙区の投票者の修正シャープレイシュービック指数を求めると、最小は東京都で  $1.90 \times 10^{-6}$ 、最大は鳥取県で  $5.30 \times 10^{-6}$  であり、最大と最小の格差は2.80倍である。

いずれも比例代表区を通しての投票者の影響力を考慮に入れているため、新聞紙上等で話題になる選挙区のみでの比較で考えた場合に比べ、格差は小さくなっている。参考のために、選挙区のみでの比較で考えた場合の最大と最小の格差は、衆議院議員選挙では2.22倍、参議院議員選挙では4.99倍である。

## 6. まとめ

本稿では、投票者の影響力のシャープレイシュービック指数及びその拡張概念による評価を、国連の安全保障理事会の常任理事国と非常任理事国の各影響力の評価、自民党が過半数割れを起こした1989年から1992年の参議院における主要6政党の影響力の評価、衆参両議院議員選挙における各選挙区の投票者の影響力の評価、の3つの例を引きながら解説してきた。1票の重みの議論など、このような投票主体の影響力に関する議論は数多く行われているものの、それは経験的、

直観的なものが多く、その理論的なサポートはほとんど行われていない。ここで述べたシャープレイシュービック指数及びその拡張概念による分析を始め、ゲーム理論を用いた分析は、今後このような投票主体の影響力の評価および投票制度そのものの評価に大きな貢献をなすものと期待される。

なお、シャープレイシュービック指数と並んで応用例の多い、バンザフ指数については、紙数の都合もあり本稿ではふれなかった。興味のある読者は、Banzhaf [1966], Dubey and Shapley [1977], Lucas [1983], 小野 [1994], Straffin [1994] 等を参照していただきたい。

#### 参考文献

- [1] Banzhaf, J. F. III, Multi-Member Electoral Districts-Do They Violate the "One Man, One Vote" Principle, *The Yale Law Journal* 75, 1309-1338, 1966.
- [2] Dubey, P. and L. S. Shapley, Mathematical Properties of the Banzhaf Power Index, *Mathematics of Operations Research* 4, 99-131, 1977.
- [3] Frank, A. Q. and L. S. Shapley, *The Distribution of Power in the U. S. Supreme Court*, RAND Note N-1735, The RAND Corporation, U. S. A., 1981.
- [4] Lucas, W. F., Measuring Power in Weighted Voting Systems, in Brams, S. J. et al. (eds.) *Political and Related Models*, Springer-Verlag, 183-255, 1983.
- [5] Muto, S., Limit Properties of Power Indices in a Class of Representative Systems, *International Journal of Game Theory* 18, 361-388, 1989.
- [6] 武藤滋夫, 大西匡光, 小野理恵, 代議員制度と投票者の影響力—ゲーム理論による分析, 理論と方法, 10, 147-163, 1995.
- [7] 小野理恵, 投票による意思決定制度と投票力指数, 修士論文, 東北大学経済学部, 1994.
- [8] Ono, R. and S. Muto, Parties' Power in the House of Councilors in Japan: *An Application of the Nonsymmetric Shapley-Owen Index*, Discussion Paper No. 417, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University, Japan, 1995.
- [9] Owen, G., Political Games, *Naval Research Logistics Quarterly* 18, 345-355, 1971.
- [10] Owen, G. and L. S. Shapley, Optimal Location of Candidates in Ideological Space, *International Journal of Game Theory* 18, 339-356, 1989.
- [11] Rabinowitz, G. and S. E. Macdonald, The Power of the States in U.S. Presidential Elections, *American Political Science Review* 80, 65-87, 1986.
- [12] Rapoport, A. and E. Golan, Assessment of Political Power in the Israeli Knesset, *American Political Science Review* 79, 673-692, 1985.
- [13] Shapley, L. S., A Value for n-Person Games, *Annals of Mathematics Studies* No. 28, Princeton University Press, 307-323, 1953.
- [14] Shapley, L. S. and M. Shubik, A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System, *American Political Science Review* 48, 787-792, 1954.
- [15] Straffin, P. D., Power and Stability in Politics, in Aumann, R. J. and S. Hart (eds.), *Handbook of Game Theory* Vol. II, 1127-1151, 1994.

