

AHP の発展経過と諸問題

木下 栄蔵

1. はじめに

社会システムは多くの場合、多目的システムであり、ある目的水準を上げようとするると他の目的水準が下がる、というようなコンフリクトが生じる。このコンフリクトをいかに適切に処理し、総合的にバランスのとれた決定を行うかが重要な課題となる。多目的意思決定モデルは、まさに、このような多目的システムに対するシステム科学的技法である。

しかし、この種のモデルを社会システムの中で適用するには、人間の価値判断（トレードオフ分析等）をどのように科学的技法の中に取り入れるかが重要な点になる。すなわち、社会システムにおける多目的意思決定は、単に数理計画の目的関数を複数化するだけでは不十分であり、人間の価値判断の処理をも対象とするシステムの中に入れ、総合的な立場からシステムを見ようとする点がその本質と考えられる。

Thomas L. Saaty の階層分析法（AHP: Analytic Hierarchy Process[1]）は、このような課題に応える、主観的判断とシステムアプローチをうまくミックスした手法の1つとして、現在欧米を中心に広く適用されている。適用分野は、経済問題・経営問題・エネルギー問題・政策決定・都市計画など多岐にわたる。

本稿では、Saaty による AHP の発展の経過と、木下・中西が提案する支配型 AHP について紹介する。

2. Saaty による従来型 AHP

Saaty のオリジナル一対比較法は相対評価法（Relative Measurement Approach）と呼ばれるものであるが、代替案の数が多くなると対応しきれない等の欠点を有する。そこで Saaty はこのような欠点を克服するために絶対評価法（Absolute Measurement

Approach）を提案した。（木下はこのアプローチのひとつの計算法を具体化した。[2]）すなわち、AHP には、相対評価法と絶対評価法の2つの手法がある。相対評価法は、評価項目のそれぞれに対する代替案間のペア比較結果をもとに総合評価を行うものである。絶対評価法は、評価項目のそれぞれに対する各代替案の絶対評価値をもとに総合評価を行うものである。前者は代替案間の直接的な比較が有効な場合に適用され、後者は評価尺度を媒介しての代替案間の間接的な比較が有効な場合に適用される。どちらの評価法も評価項目の重みが代替案の評価と独立に与えられる点では同じである。Saaty が提案したこの2つのアプローチを木下・中西は、従来型 AHP と名づけた。

従来型 AHP においては、各評価項目間、各代替案間、あるいは評価項目と代替案の間は独立であると仮定している。しかし実際には独立ではなく従属している場合がある。そこで Saaty は各評価項目間あるいは各代替案間に従属性がある場合に対して、Inner Dependence 法（内部従属性法）[3]を提案した。この方法は各評価項目あるいは各代替案の従属関係を別途ペア比較により測定し、当該の従属関係を定量的に内包したモデルである。Saaty は、また、評価項目と代替案の間に従属性がある場合に対して、Outer Dependence 法（外部従属性法）を提案した。この考え方の特徴は、各評価項目の重みが、総合目的より一意に決定されるのではなく、各代替案ごとに決定され、それらが異なってもよい点にある。このように異なるレベル間に従属性があるとき、それらの関係を同時に表現する Super Matrix（Saaty 提案）を用いて分析する。この結果、各評価項目の重みと各代替案の評価値が一定値に収束することが示されている。また、このような考え方は、一般の Network 上でも適用可能であることが示され、Saaty は、ANP（Analytic Network Process）[4]と名づけた。

表1

Cj*	B1	...	Bi	...	Bn	E
C1	C11	...	C1i	...	C1n	$\sum B_i C_{1i}$
⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
Cj	Cj1	...	Cji	...	Cjn	$\sum B_i C_{ji}$
⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
Cj*	1	...	1	...	1	1
⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
Cm	Cm1	...	Cmi	...	Cmn	$\sum B_i C_{mi}$

3. 支配型 AHP の提案

さて、木下・中西は、Saaty とは異なる視点で、支配型 AHP[5]を提案した。支配型 AHP は、そもそも各評価項目の重要度、ならびに各代替案の評価が、特定の具体的な代替案を基準にイメージしてはじめて決定できるという考え方によって立つものである。従来型 AHP は、そのような代替案間の差別的関係を全く根拠としていない。しかし AHP は、もともと合理的な意思決定を水路づける思考オペレーション法として考案されたものである。合理的な意思決定を行うための道筋の恣意的な選択が最初に行われなければならない。支配型 AHP は、AHP が内在的に課題としていた道筋選択の恣意性の問題に関する、従来型 AHP とは別のひとつの解である。

これらは、従来型 AHP と同様の発展型を考えることができ、従来型の相対評価法、絶対評価法に対応するものとして、それぞれ、支配代替案法、支配評価水準法と名づけている。

ところで、支配代替案法は、支配的視点における相対評価法である。従来型相対評価法と異なり、ここでは評価項目の重みは、着眼する代替案により異なり、しかも特定の代替案（支配代替案）に着眼した重みが他の代替案（服従代替案）に着眼した重みを支配しているものとして扱う。

支配代替案法の実施手順をレビューしておく。

【第1ステップ】

表2 支配代替案 C1*に関する評価
評価項目

支配代替案	C1*	B1 (0.4)	B2 (0.6)	E 総合	Eg 正規化値
代替案	C1	1	1	1	0.294
評価	C2	2	0.5	1.1	0.324
	C3	3	0.167	1.3	0.382

表3 服従代替案 C2**に関する評価

	評価項目				
服従代替案	C2*	B1 (0.727)	B2 (0.273)	E 総合	Eg 正規化値
代替案	C1	0.5	2	0.909	0.294
評価	C2	1	1	1	0.324
	C3	1.5	0.333	1.181	0.382

総合目的・評価項目・代替案からなる階層構造を作る（従来型相対評価法と同じ）。

【第2ステップ】

評価項目を $B_i (i=1, \dots, n)$ 、代替案を $C_j (j=1, \dots, m)$ とし、各評価項目間のペア比較を行う。ただし、このペア比較は支配代替案 C_j^* に関してのみ行う（表1）。代替案の重要度は、支配代替案との比によって直接求められるので、従来型 AHP で使用した固有ベクトルの計算は行わない。このペア比較の服従代替案 C_j^{**} の評価値を支配代替案に関する評価項目 B_i の重み $B_i(C_j^*)$ で加重し、正規化すると服従代替案に関する評価項目の重み $B_i(C_j^{**})$ を導出することができる。

【第3ステップ】

各評価項目 B_i に対する各代替案の評価 $C_{ji}(B_i)$ を行う。ただし、この評価値は、支配代替案 C_j^* とのみ比較する。ここで、支配代替案 C_j^* の各評価項目に対する評価値はすべて1であると置く。するとここから各代替案の総合評価値 E_j を求めることができる。

【支配代替案法の計算例】

ここでは、評価項目の重みが、支配代替案 $C1^*$ により、 $B1 : B2 = 0.4 : 0.6$ と評価されたものとして考える（表2）。

この表から、服従代替案 $C2^{**}$ 、 $C3^{**}$ に関する評価項目を求め、それをもとに総合結果を求めると、表3、表4のようになる。

服従代替案 $C2^{**}$ に関する各評価項目の重みは、

$$\frac{B_1(C_2^{**})}{B_2(C_2^{**})} = \frac{C_{12}(B_1) \cdot B_1(C_1)}{C_{12}(B_2) \cdot B_2(C_1)} = \frac{2 \times 0.4}{0.5 \times 0.6} = \frac{0.727}{0.273} \quad (1)$$

となる。また、服従代替案 $C3^{**}$ に関する各評価項目の重みは、

表4 服従代替案 C3**に関する評価
評価項目

服従代替案	C3*	B1 (0.922)	B2 (0.078)	E 総合	Eg 正規化値
代替案	C1	0.333	6	0.776	0.294
評価	C2	0.667	3	0.849	0.324
	C3	1	1	1	0.382

$$\frac{B_1(C_3^{**})}{B_2(C_3^{**})} = \frac{C_{13}(B_1) \cdot B_1(C_1)}{C_{13}(B_2) \cdot B_2(C_1)} = \frac{3 \times 0.4}{0.167 \times 0.6} = \frac{0.922}{0.078} \quad (2)$$

となる。

表2～表4の正規化された総合評価値は、いずれもC1(0.294), C2(0.324), C3(0.382)という同じ結果になる。すなわち、どの服従代替案の規制による評価項目の重みを適用しても総合評価値は支配代替案による総合評価値と同じ結果になり、代替案のプライオリティはC1<C2<C3となる。

ところで、従来型相対評価法における評価項目の重みは総合目的から一意に決定されるが、支配代替案法においては支配代替案に対する各評価項目の尺度格づけ基準としての意味を持つ。つまり従来型相対評価法における評価項目の重みB1:B2が、代替案同士の奪い合いの対象となる各パイ(評価項目)の大きさを意味するのに対し、支配代替案法における評価項目の重みは、支配代替案と比較するときの各モノサシ(評価項目)のスケールの相対的大きさを意味する。

表2～表4の支配代替案法の評価において、評価者は必ずしも評価対象の出来高(属性値)を知っているわけではないが、支配代替案との比較が可能であるということは、評価者は仮のモノサシを用いても評価対象の出来高を測定しているということである。真の出来高を言い当てることは難しいかも知れないが、比較評価のためには仮のモノサシによる出来高間の比(正規化値)がわかれば十分である。

実は、各代替案に関する評価項目の重みは、各代替案における各評価項目に関する出来高値の比に他ならない(表5)。つまり支配代替案法は、支配代替案の情報を手がかりに各代替案の出来高を推論してゆくアプローチである。支配代替案と服従代替案とで、代替案の総合評価値が一致するのは、このようにして各代替案の出来高に関する情報が唯一のものとなるためである。支配代替案法は、評価者がそのようなかたちで出来高推論を用いる評価に対し適用可能な手法である

表5 支配代替案法における出来高(属性値)の推定評価項目

	B1 (重み)	B2 (重み)	E 総合	Eg 正規化値
代替案 出来高	C1 20 (0.400)	30 (0.400)	50	0.294
	C2 40 (0.727)	15 (0.273)	55	0.324
	C3 60 (0.922)	5 (0.273)	65	0.382

といえる。

4. 支配代替案法における追加情報処理への「一斉法」の適用 [6]

ところで評価を行う主体が人間である以上、評価結果が人間の価値意識とともに変化してゆくことは避けられない。では支配代替案法を調査枠組みに用いた意識調査を継続的に行う場合に、後続調査の追加データをどのように先行調査結果に反映してゆくべきだろうか。そこで、このような運営技術上の問題に対処するための処理方法「一斉法」(木下・中西提案)を説明する。

4.1 支配代替案法における追加データの問題

ここでは、表1の支配代替案のデータ構造において、表2の支配代替案に関する評価データがすでに与えられていたとする。これに基づく服従代替案に関する評価データは表3、表4のとおりとなる。

ここで、表3の先行調査結果に対し、後続調査において次のような結果が得られたとする。

すなわち、B1, B2それぞれに対する代替案の相対評価は変わらないが、後続調査では支配代替案がC2に変わっており、これに関する評価項目の重みが

$$B_1(C_2) : B_2(C_2) = 0.8 : 0.2$$

となっていることが判明した。もし評価項目値が

$$B_1(C_2) : B_2(C_2) = 0.727 : 0.273$$

であれば、支配代替案が変わっても評価項目の重みは2つの調査を通して一貫して変わらなかったことになるが、ここでの結果はそうならなかった。

評価者の解答結果がそのまま評価者の価値意識の変化を示すものであれば、分析としては先行調査の結果を廃棄し、後続調査の結果を現在時点の評価状況として採用すべきである。しかし、もしこの値が「評価者の揺れ動く支配視点」を表わすものとすれば、何らかの方法で先行結果と後続結果を総合しなければならなくなる。

この場合の処理はどのようにすればよいだろうか。

ここでは、次のような総合方法を提案する。一斉法はそのための具体的手法である。

提案：

複数の異なる支配代替案評価が得られた場合は、それぞれの評価からの導出結果を用いて、支配代替案の性質を保持した総合的評価案を合成する。

4.2 一斉法 (一般的解法)

はじめに、一斉法の一般的解法を示す。

いま m 個の代替案 $C_j (j=1, \dots, m)$ の評価に関し、追加データとして与えられた支配代替案を含む s 個の支配代替案 $C_{j^*(k)}$ が存在 ($k=1, \dots, s$) し、それぞれの支配代替案に視点を置いた代替案評価が $[C_{ij}]_{j^*(k)}$ として与えられている。ここでは、支配代替案は変わらないが評価情報が変わる場合もありうるものとする。また、それぞれの支配代替案に関し、 n 個の評価項目 $B_i (i=1, \dots, n)$ は、それぞれ固有の評価項目値 $B_i(C_{j^*(k)})$ が与えられている。

STEP1) それぞれの支配代替案 $C_{j^*(k)}$ に関し、幾何平均を用いて以下のように各代替案の評価値 $[C_{ij}]_{j^*(k)}$ を合成し、 m 個の行列から成る代替案評価代表値 $[\hat{C}_{ji}]_r (r=1, \dots, m)$ を得る。

$$[\hat{C}_{ji}]_r = \left[\left\{ \prod_{k=1}^s \frac{C_{ji(k)}}{C_{r^*i(k)}} \right\}^{\frac{1}{s}} \right]_r \quad (3)$$

STEP2) それぞれの支配代替案 $C_{j^*(k)}$ に関する評価項目値 $B_i(C_{j^*(k)})$ をもとに以下の比を解き、他の代替案 $C_{j^*(k)}$ に関する評価項目値 $B_i(C_{j(k)})$ を導出する。

$$\begin{aligned} B_1(C_{j(k)}) : B_2(C_{j(k)}) : \dots : B_n(C_{j(k)}) \\ = B_1(C_{j^*(k)}) * \hat{C}_{j1(j^*)} : B_2(C_{j^*(k)}) * \hat{C}_{j2(j^*)} \\ \dots : B_n(C_{j^*(k)}) * \hat{C}_{jn(j^*)} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、 $\sum_{i=1}^n B_i(C_{j(k)}) = 1$

ところで異なる支配代替案から導出される他の代替案の評価項目値は一般に一致しない。

$$B_i(C_{j(1)}) \neq B_i(C_{j(2)}) \dots \neq B_i(C_{j(s)}) \quad (5)$$

そこで、これらを平均して第1次の評価項目合成値 $B_i(C_j)^{(1)}$ を得る。

$$B_i(C_j)^{(1)} = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s B_i(C_{j^*(k)}) \quad (6)$$

第1次の評価項目合成値を出発点に同様の導出・平均を繰り返す。これは以下の漸化式となり、最終的には、互いの導出値が一致する評価項目合成値の収束値 $\hat{B}_i(C_j)$ に到達する (反復数 P)。

$$B_i(C_j)^{(P+1)} = \frac{1}{S} \left[\sum_{k=1}^s \frac{\hat{B}_i(C_j)^{(P)} \cdot C_{ji(k)}}{\sum_{i=1}^n B_i(C_j)^{(P)} \cdot C_{ji(k)}} \right] \quad (7)$$

この評価項目合成値は、次の方程式の解となる。

$$\hat{B}_i(C_j) = \frac{1}{S} \left[\sum_{k=1}^s \frac{\hat{B}_i(C_j) \cdot C_{ji(k)}}{\sum_{i=1}^n \hat{B}_i(C_j) \cdot C_{ji(k)}} \right] \quad (8)$$

この合成評価値を適用すると、各代替案に関し互いに導出された評価項目値がすべて一致し、それぞれの評価項目値から求められる代替案の総合評価値もまたすべて一致する。

それぞれの評価項目の重みから他の重みを一斉に導出し、その平均値が収束するまで導出を繰り返してゆくこのような方法をここでは「一斉法」(Concurrent Convergence) と呼ぶことにする。一斉法は収束効率が高く、追加データと先行データとが相当食い違っている場合でも数回の繰り返しで収束する。

なお、単一の支配代替案のみからなる評価事例は、はじめから互いの評価項目の導出値が一致しているので、一斉法の特殊ケース ($P=0$) としてこのモデルの中に包含することができる。

4.3 加重一斉法

対象によっては、一斉法における評価項目値の導出・平均を加重して行うとより効果的な結果が得られる場合がある。ここではこれを「加重一斉法」と呼ぶことにする。これに対し加重処理を行わない一斉法を「非加重一斉法」と呼ぶことにする。加重一斉法には、以下の2つの格づけタイプがあり、併用も可能である。

(i) 支配代替案間の支配力の格づけ

先行調査のデータ蓄積をより重く評価する場合などのように、何らかの理由により特定の支配代替案の支配力を他の支配代替案よりも重く評価したい場合がある。

この場合の一斉法は、以下の手順となる。ここでは支配代替案 $C_{j^*(k)}$ それぞれの支配力を $W_{j^*(k)}$ とする。ただし、

$$\sum_{k=1}^s W_{j^*(k)} = 1 \quad (9)$$

STEP1) 重みづけ幾何平均による各代替案の評価値 $[C_{ij}]_{j^*(k)}$ の合成。

$$[\hat{C}_{ji}]_r = \left[\prod_{k=1}^s \left\{ \frac{C_{ji(k)}}{C_{r^*i(k)}} \right\}^{W_{j^*(k)}} \right]_r \quad (10)$$

STEP2) 重みづけの操作を入れた漸化式による他の代替案に関する評価項目値の導出。

$$B_i(C_j)^{(P+1)} = \sum_{k=1}^s \left[\frac{B_i(C_j)^{(P)} \cdot C_{ji(k)}}{\sum_{i=1}^n B_i(C_j)^{(P)} \cdot C_{ji(k)}} \cdot W_{j^*(k)} \right] \quad (11)$$

(ii) 導出源と導出値の格付け

支配代替案に関する評価項目値 (導出源) と、ここから導出される他の代替案の評価項目値 (導出値) と

経済学—基礎と方法

時政 昴著/A5判・本体2,400円

網羅的取り扱い避け、重要・不可欠な基礎概念や分析手法に的を絞り分かり易く解説したコンパクトな入門書。ミクロ経済学の最新的话题であるモラルハザードの分析に言及し、また国家公務員試験にも配慮する等、読者の便をはかった。

経済の情報と数理13

多変量解析

杉原敏夫・藤田涉著/A5判・本体2,800円

今日の情報化時代に鑑み、理論的厳密さを追及するよりも、むしろ多変量解析の代表的な手法に的を絞り、その基本的な内容の解説と適用に焦点を当てる。実務に即した事例に応用可能なモデルの構築と解決法を紹介し、実践感覚の養成を図る。

数学の才能を育てる

樋口禎一・細川尋史・池田敏和著/A5判・本体1,400円

生涯数学と関わって生きていくためには社会に飛び立つまでの段階でいかにしてその才能を研げばよいか、またどうしても縁を切りたい場合でも胸を張って数学を卒業してもよい時期はいつなのか、高等数学を問い直しつつ、明快に説く。

経営システムのモデリング学習

—STELLAによるシステム思考—

森田道也編著/A5判・本体2,800円/CD付

システムダイナミクスとパソコンを導入し、経営・経済システムに関する基礎的概念を学習するための教科書。巻末に添付したSDソフトSTELLAのデモ版を使って、画面のモデルを操作しながら具体的に学習可能。

文科系の情報数学入門

角谷 敦著/A5判・本体1,700円

経済・経営系学生を対象に、コンピュータのアルゴリズムに関する基本的な内容をやさしく解説した教科書。扱うテーマは数理的にならないよう配慮するとともに、アルゴリズムの記述にはフローチャートを中心に展開。Cプログラム付。

Visual Basic プログラミング入門

原田康平著/B5判・本体1,800円

DOS/Vユーザを対象に Visual Basic によるプログラミングの実際を解説した初学者向き入門書。例題と演習を豊富に配し、例題で学んだ内容を演習を通して再確認後、さらに応用へと導く構成をとる。

★価格は税別

発行=牧野書店

114-0024 東京都北区西ヶ原3-60-18
電話 03(3949)2344
振替 00190-0-661932

発売=星雲社

112-0012 東京都文京区大塚3-21-10
電話 03(3947)1021・FAX.03(3947)1617

では、情報としての価値が自ずと異なる。そこで両者の違いを加重平均で格づけたい場合がある。

この場合は、導出源の格づけ値 $G_{j^*(k)}$ と、別の導出源から導出される $S-1$ 個の導出値の格づけ値 $G_{j(-k)}$ を準備する。ただし、

$$G_{j(-k)} = \frac{1}{S-1} \{1 - G_{j^*(k)}\} \quad (12)$$

である(格づけ値の合計1)。

この場合の一斉法は、以下の漸化式を実行すればよい。 $G_{j(k)}$ は $G_{j^*(k)}$ および $G_{j(-k)}$ の合併集合である。

$$B_i(C_j)^{(p+1)} = \sum_{k=1}^S \left[\frac{B_i(C_j)^{(p)} \cdot C_{ji(k)}}{\sum_{i=1}^n B_i(C_j)^{(p)} \cdot C_{ji(k)}} \cdot G_{j(k)} \right] \quad (13)$$

5. おわりに

Saaty型AHPとその発展モデルであるANPにおいて、評価項目のウェイトは、評価項目の下での代替案の評価に比べて誤差が大きい、つまり不安定である、という経験的事実がある。そこで、「一斉法」では、先行調査結果だけでなく後続調査結果をデータとして用いることにより、この不安定さを安定させるという目的がある。

このことにより、今まで試みられなかったAHPにおける事後評価データを考慮した新しいモデルへの第1歩となれば著者として幸せである。

参考文献

- [1] Saaty, T.L.: The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, 1980.
- [2] 木下栄蔵: 拡張AHP手法を利用したリニューアルのコストベネフィット分析, 日本オペレーションズリサーチ学会誌, Vol.40, No.8, 1995.
- [3] Saaty, T.L.: Inner and Outer Dependence in AHP, University of Pittsburgh, 1991.
- [4] Saaty, T.L.: The Analytic Network Process, EXPERT CHOICE, 1996.
- [5] 木下栄蔵・中西昌武: AHPにおける新しい視点の提案, 土木学会論文集IV, 1997.7.
- [6] Eizo Kinoshita・Masatake Nakanishi: Proposal of New AHP Model in Light of Dominant Relationship Among Alternatives, Journal of the Operations Research of Japan 投稿中