

リスクマネジメント高度化の基礎となる 金利システムの開発

和合谷與志雄

1. リスクマネジメントの進展

近年、金融業界においてリスクマネジメントは急速に進展している。金融業界の本質はリスクマネジメントであり、グローバルスタンダードの潮流が進展することを考えれば当然の流れであり歓迎すべきことである。従来は、リスクマネジメント業務をコストと考える風潮があったが、今後は企業戦略上の重要な位置を占めるようになるだろう。まずは銀行と生保のリスクマネジメントの現状を概観する。

(1) トレーディング勘定のリスクマネジメント

銀行業界では、トレーディング勘定のマーケットリスクを管理するために BIS (国際決済銀行) による自己資本規制が導入された。Value at Risk (VAR) を推定するシステム開発が完了し、平成 10 年 3 月末から内部モデルの使用が開始されている。そこでは、分散共分散法、ヒストリカル・シミュレーション法、モンテカルロ・シミュレーション法と呼ばれる手法が用いられる。分散共分散行列の推計には、GARCH (Generalized Autoregression Conditional Heteroscedasticity) モデル等が用いられている。また、過去のデータをそのまま単純に使用するのではなく、市場構造の変化へいかに対応するかということや、市場クラッシュ時への対処などが問題として挙げられている。VAR の保有期間は、計測対象となる商品特性に応じて、適切に定めることが重要であり、保有規模に関する考慮も必要である。さらに、精緻さをどこまで求めるかという問題に対しては、目的を吟味し実務的に適切なモデルを選択するということが実務的な考え方である。何故ならば、VAR を用いたリスク計量化はリスク管理の一部をなすもので、その他の定性的な面を全員 (特にマネージャクラス) が十分に理解することが重要だからである。VAR で示された数値では計り

わごや よしお

本原稿は、著者が安田信託銀行在籍時にまとめたものである。

知れない (LTCM など で 生 じ た) リ ス ク に 対 し て は、その他の定性的な面での対処が構築されていないことに問題があることを認識し、内部リスク管理体制をレビューすることが大切である。

(2) バンキング勘定のリスクマネジメント

バンキング勘定に関しては信用リスクや金利リスクに対する自己資本規制の導入が検討されている。特に、信用リスク計量化のための内部モデルに関しては、金融監督庁内に「リスク管理モデルに関する研究会」が設置された。銀行が自らの経営判断のために用いる信用リスク管理モデルを自己資本規制において反映させる場合に必要となる理論的・技術的論点に関して検討が進められ、平成 11 年 7 月に検討結果が公表された。一方、金利リスクに関しては、従来から資産負債総合管理 (ALM) という形でリスク管理が行われてきた。手法面では、ギャップ法やデュレーション法、シミュレーション法等が用いられ、ALM 委員会で金利予測や複数の資金および金利シナリオから得られる収益予測等をもとに経営判断を行うのが通例である。これらは通常静的なバランスシートを前提にしている。しかしながら、バンキング勘定のリスク計量化においては以下に示すような特性を反映させ、将来の期間収益や現在価値の不確実性という形で金利リスクやオプションリスクを計量化することが必要である。

- ①住宅ローンの期前返済や定期預金は中途解約により残高が変化する。
- ②各取引間の資金移動により各取引の残高が変化する。
- ③期間収益は市場金利を含む様々な金利 (長プラ・短プラ等) の変動性に依存する。

また、単なるリスク計量のモニタリングではなく、戦略的な資金計画を検討するためには満期が到来する取引を考慮した資金計画の設定やヘッジ計画に前提を置きながら、シミュレーションを繰り返す必要がある。すなわち、イールドカーブに応じたバランスシートの構造変化や将来の様々な金利の変化を反映させて、期間収益や将来の現在価値を推計しなければならない。

(3) 生命保険会社のリスクマネジメント[1]

生命保険会社においても、平成10年度決算からソルベンシー・マージン比率に基づき「保険版早期是正措置」が導入され、支払能力をリスク量との対比で捉え、継続的に健全性を検証することになってきた。ソルベンシー・マージン比率とは、ソルベンシー・マージン総額のリスク量（保険リスク相当額、予定利率リスク相当額、経営管理リスク相当額）に対する比率である。また、リスクマネジメントには資産・負債のキャッシュフローを推定するキャッシュフロー型ALMが行われている。キャッシュフロー型ALMとは、資産・負債に影響を及ぼすシナリオを多数設定し、各シナリオにおけるキャッシュフローを推定し、将来のサープラスや赤字確率を推定するものである。このシミュレーションによって、各種の経営戦略（プライシング、アセットアロケーション、配当政策等）の優位性に関する比較が行われている。

本稿では、バンキング勘定の金利リスクやオプションリスクを計量化するために安田信託銀行で開発された資金収益管理システムで用いる金利システムについて紹介する。また、金利システムを用いた分析結果についても示す。

2. 資金収益管理システム

安田信託銀行で開発した資金収益管理システムの設計上の要求仕様とシステムの持つ機能を説明する。

(1) 設計上の要求仕様

バンキング勘定に内包される取引は膨大である。個別取引のキャッシュフローを正確に表現することと計算スピードはトレードオフの関係にある。また、スピードに関してはシミュレーション回数（金利シナリオ数）に比例する。システム要求仕様は

- ①経営上の判断を誤らない精度で収益額が把握可能、
- ②期間収益のリスク特性（分布）を数時間で計算可能なことである。この要求に対処するため、キャッシュフローをあるレベルでまとめたり、IBM準乱数（LDS）を用いるなど、計算スピードの向上をはかった。

(2) システム機能

資金収益管理システムを用いて、前述したようなバンキング勘定におけるリスク計量化を行うために、図1に示すような仕組みでシミュレーションが行われる。

例えば6ヶ月後迄のイールドカーブシナリオ(1)に応じ、住宅ローンや定期預金に対して設定されたプリペイメントモデル（前月残高に対する金利水準やスプ

レッドに応じたプリペイメント率）や各取引間の資金移動、資金計画などを反映させて、6ヶ月間の期間収益(1,6)と6ヶ月後のバランスシートの現在価値(1,6)を得ることができる。イールドカーブシナリオは通常5年後まで1ヶ月単位で500通り作成され、各シナリオに応じ任意の将来時点迄の期間収益を推計することができる。これら500通りの推計結果から将来の特定時点迄の期間収益分布特性を得ることができる。このような情報は、これまでの資金計画立案の情報としては得られなかったものであり、リスクと収益性の両者を睨みながら、資金計画戦略を決定することが可能となる。

3. 金利システム

資金収益システムのシミュレーションで用いる金利シナリオを発生させるものが、金利システムである。以下にその機能を説明する。

(1) 金利モデルの選定

金利派生商品のプライシングには多くの先進的な金利モデルが用いられている。代表的なモデルとしては、ショートレートのワンファクターモデルであるHWモデル[2]やBKモデル[3]、フォワードレートのマルチファクターモデルであるHJMモデル[4]などが知られている。資金収益管理システムのシミュレーションを行うための金利モデルは、イールドカーブ全体の変動を分析できることが望ましく、この点からHJMモデルが選定された。シミュレーションを行うための金利シナリオの発生が主目的であるため、複雑な金利派生商品のプライシングが容易となるMarkovian型¹である必要性は低い。そこで、Gaussian型²に固執し、主成分分析でボラティリティ関数を推計した上で、金利シナリオを発生させる際には負の金利が発生する問題点を回避するために、金利水準がゼロに近づくとボラティリティ関数が金利水準に比例するモデルとした。

¹ Markovian型モデルとは、スポットレートの確率過程がマルコフ過程で記述できる金利モデルのことである。一般に、マルコフ性を備えていると格子モデルを用いたオプション評価が容易にできるため、プライシングが主要な目的の場合はMarkovian型モデルが用いられる。

² Gaussian型モデルとは、確率過程のボラティリティ関数がDeterministic関数である金利モデルのことである。金利は通常負にはならないが、Gaussian型の金利モデルでは負の金利が発生する確率が正になる。しかし、ヨーロピアン型のオプションに対して解析解が得られるという利点がある。

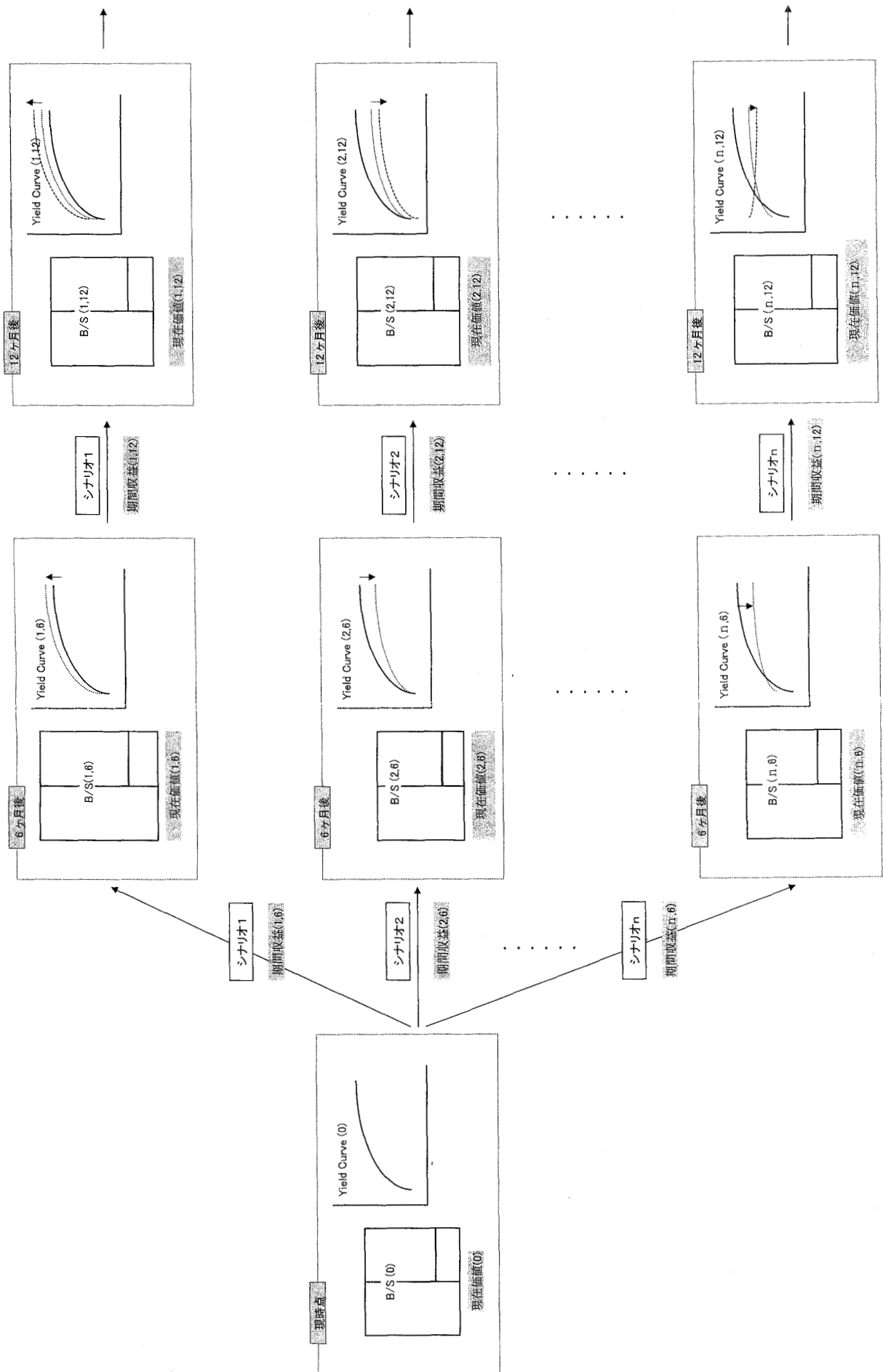


図1 動態的バランスシートを対象としたシミュレーション

(2) 金利システムの機能

金利システムの機能は、①イールドカーブの推計、②ボラティリティ関数の推計、③キャリブレーション、④金利シナリオの発生、の4つに分けられる。

① イールドカーブの推計

実際に観測される市場金利は、1ヶ月・2ヶ月・3ヶ月・6ヶ月・1年・2年…であり、これら市場金利をもとに観測されない期間に対応した金利（イールドカーブ）を推計することが必要である。この際に、フォワードレートに3次スプライン関数を仮定し、イールドカーブ全体の滑らかさと実際の市場金利の説明力の両者を取り込み推計できるようにした。そのためにまず、ディスカウントファクターを(1)式で与える。

$$DF(t_i) = \exp\left[-\left\{\sum_{k=0}^{i-1} f(t_k) \frac{\Delta}{365}\right\}\right] \quad (1)$$

$$i=1, 2, \dots, n+1, \Delta=30\text{days}, t_{i+1}=t_i+\Delta$$

そして、(2)~(4)式に基づき、3次のBスプライン関数で生成する1ヶ月フォワードレート $f(t_i)$ (連続複利, Act/365) ($i=0, 1, \dots, n$)を得るために、 σ を最小化する最適化³を行う。

$$\sigma = \alpha \cdot V + \beta \cdot Z \quad (2)$$

$$V = \sum_{j=1}^k \lambda_j (PV_j - 100)^2$$

$$= \sum_{j=1}^k \lambda_j \left(\sum_{i=1}^m C_j(s_i) DF(s_i) - 100 \right)^2 \quad (3)$$

$$Z = 100^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(t_{i+1}) - f(t_i))^2 \quad \text{または}$$

$$Z = 100^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(t_{i+1}) - 2f(t_i) + f(t_{i-1}))^2 \quad (4)$$

ここで、

k : 商品の個数

m : 各商品のキャッシュフロー回数

s_i : キャッシュフローの発生タイミング

λ_j : 重みづけ係数

PV_j : 商品 j の現在価値

$C_j(s_i)$: s_i 時点で発生する商品 j からのキャッシュフロー

$DF(s_i)$: s_i 時点でのディスカウントファクターである。

³ ボラティリティ σ は、イールドカーブ推計のもとになる市場で観測される複数の商品（具体的にはマネーレートとスワップレート）の価格と推計される価格の2乗誤差を各商品毎にウエイト付けして合計した値 V と、推計されるフォワードレートの滑らかさの尺度として用いる各フォワードレート間の1階差または2階差を合計した値 Z の加重平均として、計算する。

② ボラティリティ関数の推計[5]

過去の市場金利をもとに、イールドカーブ推計ロジックを一定に保ち、ヒストリカルに推計されたフォワードレートの時間発展に対し主成分分析を施し、ボラティリティ関数の推計を行えるようにした。ファクター数は任意に設定可能であり、関数型はDeterministic関数とProportional関数が選択できる⁴。

③ キャリブレーション

Gaussian型のHJMモデルは、ボラティリティ関数がDeterministicであるとき、キャップやフロアのプレミアムの解析解が導出できる[6]。キャリブレーションを行うために、まず市場で取引されるキャップやフロアのボラティリティをブラックモデルでプレミアムへ変換し、ヒストリカルに推定されたボラティリティ関数を初期値として与える。HJMモデルの解析解と市場プレミアムとの誤差を最小化するようなキャリブレーションを行えるようにする。ただし、金利シナリオの発生はGaussian型である必要があり、ここで得られるボラティリティ関数は金利シナリオの発生との関連で考えると不整合となるため、キャリブレーションから得られる情報は限定的に用いることにする。

④ 金利シナリオ発生

資金収益管理システムで行われるシミュレーションに対応させるために、金利シナリオをHJMモデルに基づき発生させる。金利シナリオを作成するには、まず分析開始日のイールドカーブを指定する。次に、ファクター数とボラティリティ関数を指定すれば、IBM準乱数を用いて(5)式に基づき初期値を $f(0, j)$ としたフォワードレートプロセスに従う任意の数の将来のフォワードレートを発生する。ここで、 $f(i, j)$ は、時点 i における時点 j からの1ヶ月フォワードレートを表す。

$$f(i+1, j) = f(i, j) + \sum_{k=1}^K \left(\sigma_k(i, j) \left(\sum_{l=i}^{j-1} \sigma_k(i, l) \Delta \right) - \lambda_k(i) \right) \Delta + \sum_{k=1}^K (\sigma_k(i, j) \Delta w_k \sqrt{\Delta}) \quad (5)$$

ここで、

$\sigma_k(i, j)$: ファクター k のボラティリティ関数

$\lambda_k(i)$: ファクター k の時点 i のリスクプレミアム

⁴ Deterministic関数とは、ボラティリティ関数が確定関数で、かつ満期までの時間 $(j-i)$ のみに依存する関数のことである。また、Proportional関数とは、ボラティリティ関数がそのときのフォワードレートの水準に比例する関数のことである。フォワードレートが負になることはないが、離散化の程度によって収縮及び爆発が生じる。

K :ファクター数

Δw_k^i :正規乱数でファクター k , 時点 i での値である。金利シナリオの発生には以下に示すように、Deterministic 型と修正 Deterministic 型⁵がある。

<Deterministic 型>

$$\sigma_k(i, j) = \sigma_k(j-i) \quad (6)$$

<修正 Deterministic 型>

$$\sigma_k(i, j) = \sigma_k(j-i) / m \cdot \min(m, f(i, j)) \quad (7)$$

ここで $\sigma_k(j-i)$ は $j-i$ に依存する関数で、 m はしきい値を表す。

IBM 準乱数は、日本 IBM 東京基礎研究所が開発したもので、従来の SOBOLE 準乱数や FAURE 準乱数では問題であった次元間での強い相関性が解決されている。上記(5)式の正規乱数へ IBM 準乱数を適用することで少数の金利シナリオでリスク計量化を行えるようにした。将来のフォワードレートが生成された後は、通常の計算処理で市場レートを求める。市場金利以外の長プラ・短プラなどは、市場金利をもとに適切な関数型でモデル化され、整合性を保つように発生する。

4. 分析結果

金利システムによるヒストリカル・データを用いた分析結果を以下で説明する。

(1) イールドカーブの推計

イールドカーブを推計するための目的関数は(1)式で与えられるが、 (α, β) の比率および第2項の階差誤差に関し分析を行った。具体的には、階差誤差に関する以下の2ケースを考え、 (α, β) のいくつかの組み合わせに対して検討を加えた。ヒストリカルデータ(1991年1月4日~1998年9月30日)を用いて、全体の価格誤差や全体の滑らかさ、入力金利と計算金利の絶対値の差の比較を行った。

① 1階差誤差:

$$Z = 100^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(t_{i+1}) - f(t_i))^2$$

② 2階差誤差:

$$Z = 100^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(t_{i+1}) - 2f(t_i) + f(t_{i-1}))^2$$

分析の結果、以下のようなことが判明した。

- ・推計イールドカーブの滑らかさを求めるのであれば1階差を用いる方が良い。

⁵ここでは、ヒストリカルに推計された Deterministic 型のボラティリティー関数を用いて金利シナリオを発生させた場合に、発生関数が Deterministic 型でない場合に修正 Deterministic 型と呼ぶ。

- ・推計イールドカーブから得られる金利と入力金利との誤差を小さくすることを求めるのであれば2階差を用いる方が良い。

- ・入力金利と推計金利との差は、1年以内のところで大きくなる。

(2) ボラティリティー関数

1993年9月以降のデータを用いて、(1)で設定し

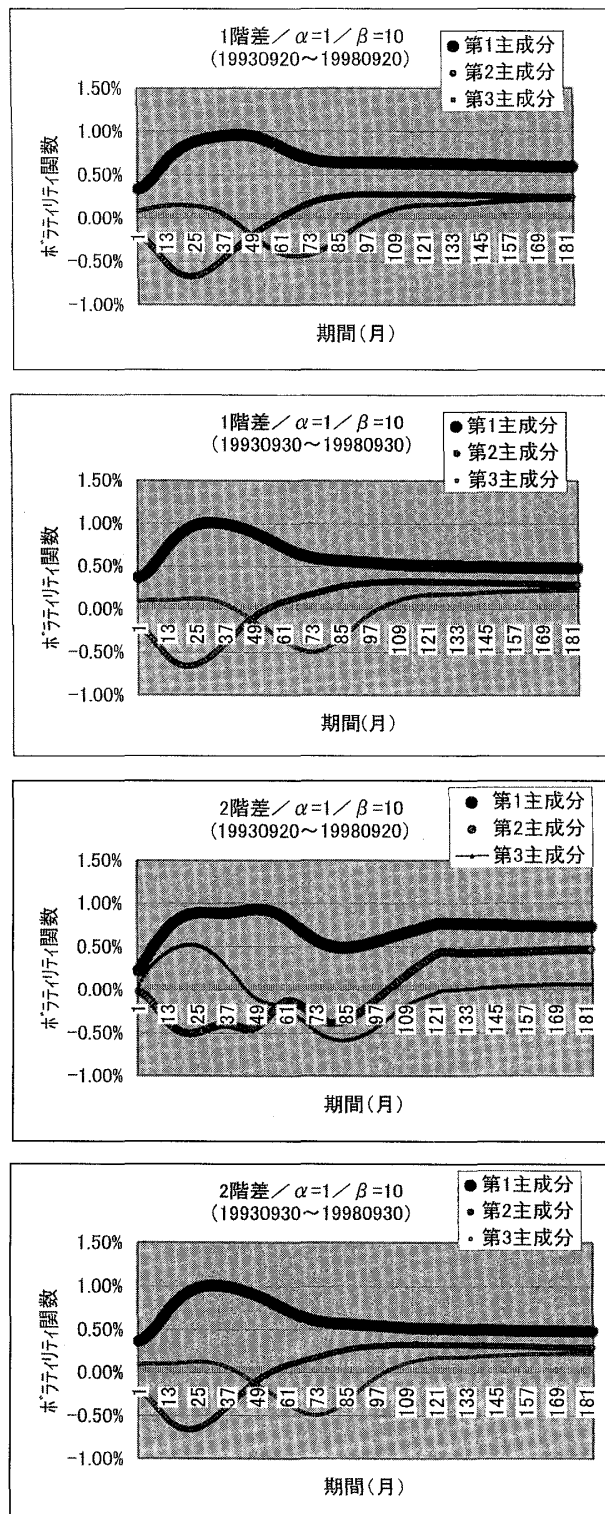


図2 ボラティリティー関数の比較

たいくつかのケースについてボラティリティ関数を推計し、その形状の比較を行った。結果を図2に示す。

開始日を1993年9月20日とした場合も9月30日とした場合のいずれにおいても、ボラティリティ関数の形状は1階差の方が滑らかである。また、開始日を変えた場合の形状も、1階差ではほとんど変わらないが、2階差では変わってくる。さらに、2階差の方がバタツキが大きい。以上から、ボラティリティ関数の推計に関しては1階差による方が適当と考えられる。

(3) 金利シナリオの発生

① 準乱数と疑似乱数による発生シナリオの比較

今回の金利システム開発においては、日本IBM東京基礎研究所で開発されたLDSを用いてシミュレーション回数の低減を図ることがひとつの目的である。そこで、疑似乱数を用いて発生させた金利シナリオとの比較を行うことにする。疑似乱数にはComb-1sを用い、ボラティリティ関数は1993年9月30日～1998年9月30日で推計し、Deterministic型で発生させた金利シナリオとの比較を行う。

代表的な金利として1年後、3年後、5年後の1Y、3Y、5Yのスワップレートを選択し、LDSについては100刻みで3000本、Comb-1sについては、1000刻みで30000本迄発生させた。LDSとComb-1sにより発生させた金利シナリオの各発生数毎の平均値の収束結果（紙面の都合上、1年後のみ）を図3に示す。

平均値の収束性を見ると、LDSではどのスワップレートでも500本以上ではほぼ収束しているが、5%上位点では500本では収束性は見られない。これは、LDS自体がもともと平均値の収束性を少数サンプルで改善するために設計されたものであるためと考えられる。

② 金利シナリオの発生パターン

金利シナリオの発生パターンとしては、ボラティリティ関数の推計と発生方法の組み合わせで以下のようないくつかのパターンが考えられる。

- ・Deterministic型のボラティリティ関数でDeterministic型発生
- ・Deterministic型のボラティリティ関数で修正Deterministic型発生
- ・Proportional型のボラティリティ関数でProportional型発生

Deterministic型発生は現時点のような低金利の状況では負金利が多数発生してしまう。また、Proportional型発生は離散間隔が1ヶ月では0周辺の金利は

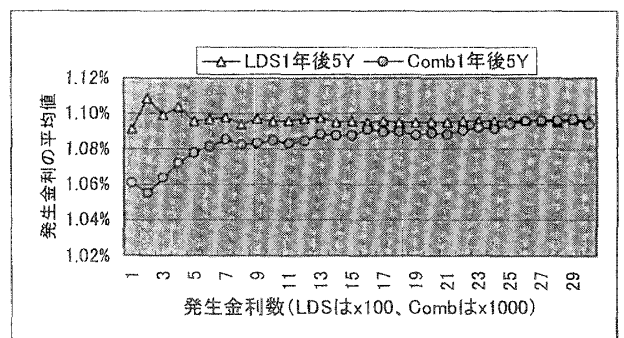
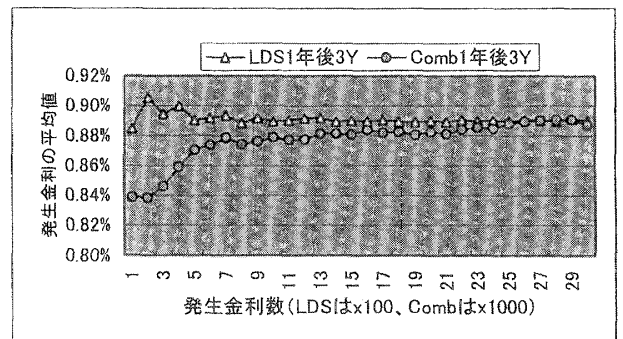
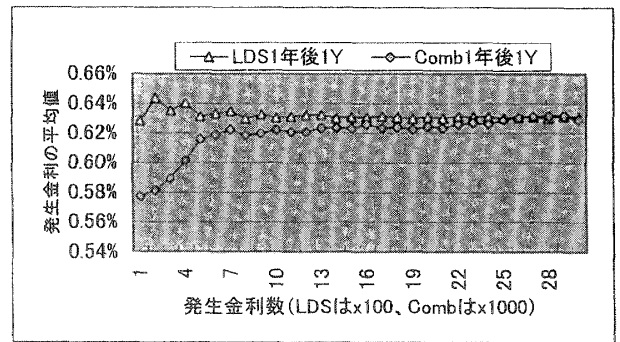


図3 平均値の収束性 (LDS vs Comb-1s)

0へ収束し、少し外れたものは発散してしまう。したがって、修正Deterministic型発生を用いることが適当である。図4にDeterministic型のボラティリティ関数を用い、Deterministic型(D-D)と修正Deterministic型(D-P)で発生させたスワップレートの分布を示す。

5. おわりに

リスクマネジメントに限らずORをはじめとする統計数理面での技術は、金融業界ビジネスへ適用される可能性をもっている。欧米に比べ金融分野での技術的な蓄積は少ないが、近年先端的な金融工学に関する研究機関の設立や日本の大学院での数理ファイナンス講座の開設等、金融技術の高度化を目指す動きが見られる。実務者として、今後も金融工学技術が実務へ適用されることを期待する。

(本稿は1998年7月23日に日経金融新聞に発表し

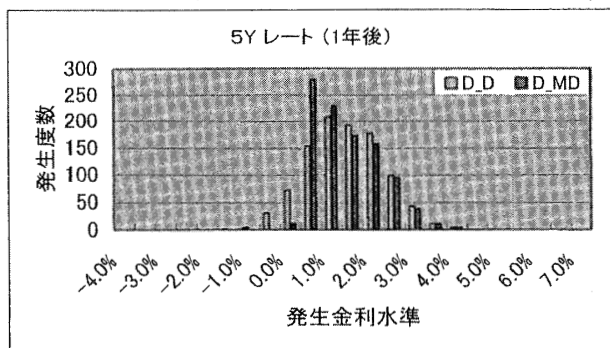
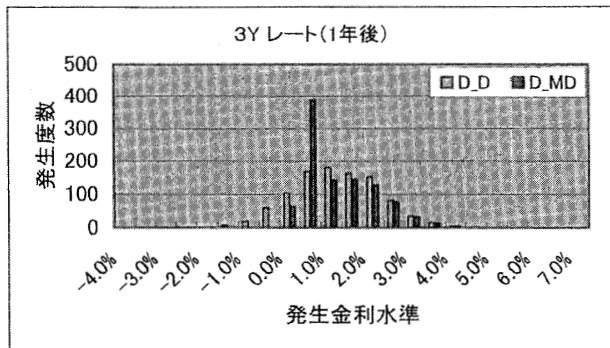
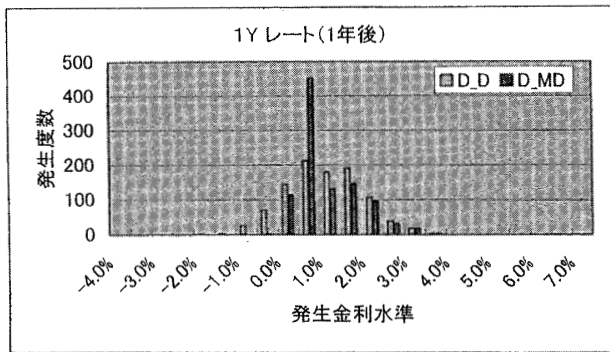


図4 発生金利シナリオの分布

た「安田信託銀行の資金収益管理システムのエンジン

となる金利システムの開発」を加筆・修正したものである。）

参考文献

- [1] 荻原邦男, 生命保険会社のコーポレート・ガバナンス, ニッセイ基礎研究所報.
- [2] J. Hull and A. White, "Single Factor Interest Rate Model and the Valuation of Interest Rate Derivative Securities", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28(1993), pp. 235-254.
- [3] F. Black and P. Karasinski, "Bond and Option Pricing When Short Rates are Lognormal", *Financial Analysts Journal*, (Jul/Aug 1991), pp. 52-59.
- [4] D. Heath, R. Jarrow and A. Morton, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rate: A New Methodology for Contingent Claims Valuation", *Econometrica*, 60(1992), pp. 77-105.
- [5] R. Jarrow, "Modeling Fixed Income Securities and Interest Rate Options", McGraw-Hill Co., 1996.
- [6] F. Jamshidian, "Bond Option Evaluation in the Gaussian Interest Rate Model", *Research in Finance*, 9, (1991 a), pp. 131-170.

金利システム開発には、片井正行氏（日本 IBM コンサルティング事業部）、二宮祥一氏（日本 IBM 東京基礎研究所）、加藤純雄氏（日科技研）、岩村伸一・青木信隆（安田信託銀行資金部）、鈴木隆之・佐藤秀晶（安田年金研究所）が参画した。発表者は、これらメンバーを代表して発表するものである。所属はいずれも開発当時のもの。また、文中の意見は安田信託銀行の公式見解を示すものではない。