

レンズ自動設計における最適化技術

松居 寛

1. はじめに

レンズ設計業務の一部を支援するために考案されたシミュレーションツールである“レンズ自動設計”には、これまで様々な最適化技術の適用が検討され、レンズ設計分野固有の改良がなされてきた。そして現在では設計業務に欠くことのできないツールとして定着している。

本稿では、まずレンズ設計問題を定量的に取り扱うための準備として、変数や評価関数、制約条件の内容に触れ、その定式化を行う。そして、これまでレンズ自動設計に適用されてきた様々な最適化技術について論ずる。さらに、レンズ設計分野で最近注目を集めている大域的最適化に対するいくつかの試みを紹介する。

2. レンズ設計の概要

レンズ設計における一連の作業を簡単に表すと図1のようになる。同図の“仕様決定”過程では設計目標となる性能やコストなどが与えられ、“初期形状決定”過程でレンズ形状の骨組みが検討される。それに続く“収差補正”過程で目標性能へ向けて形状の微小修正が行われる。収差補正過程においては形状変更と収差計算を繰り返し行うことにより、徐々にレンズ形状を所望の特性を発揮するものへと改善させていく。この繰り返し作業で所望の特性が得られない場合、その度合いに応じて、初期形状変更もしくは仕様変更にも立ち返ることもある。一回で所望の特性を満たすレンズ形状を求めることは不可能で、数多くの反復とそれにもなう試行錯誤が要求される。この一連の反復作業をコンピュータに代替させるために導入されたツールがレンズ自動設計であり、それには様々な最適化技術が適用されている。

レンズ設計における一連の反復作業は、「物理的あ

るいは仕様上の制約条件のもとで、光学特性をより満足するレンズ構成要素の組み合わせを探索すること」であると言え、これはまさに最適化問題である。

3. レンズ設計問題の定式化

光学特性を評価する手段としては、光線追跡計算で求めた各光線の像面上の位置から直接得られる光線収差量やスポットダイヤグラム、光学系の空間周波数特性であるMTF (Modulation Transfer Function) など、設計段階や対象となる光学系によって様々である。その中でも比較的広く使われている光線収差は、図2に示すように光学系を通った光線が像面と交わる点と理想像点との差として定義される。

一方、レンズ構成要素としては、レンズ面の曲率半径(r)、レンズ中心肉厚あるいは面間隔(d)、レンズを構成する材料の屈折率(N)や分散(ν)などがある。図3に示すような3枚構成の光学系のすべての構成要素を変数に採った場合は、6個所の r 、5個所の d 、3つの硝材それぞれの N と ν とで変数の合計は17個ということになる。

まずレンズ系の構成要素を変数ベクトル;

$$X = [X_1 X_2 \dots X_n]^T \quad (1)$$

とすると、レンズ系の特性を評価する量は評価関数ベ

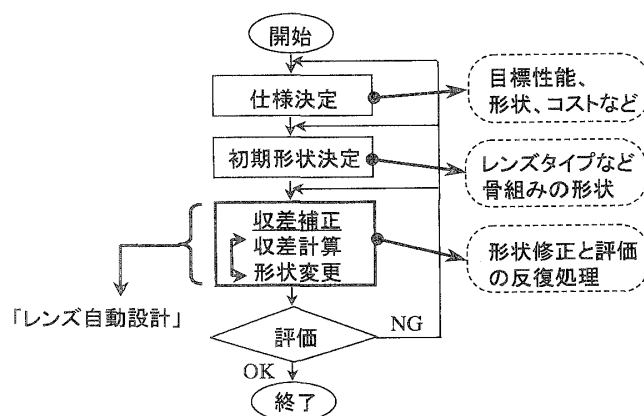


図1 レンズ設計の処理概要

まつい ひろし

キャノン(株) オプティクス技術研究所

〒146-8501 東京都大田区下丸子 3-30-2

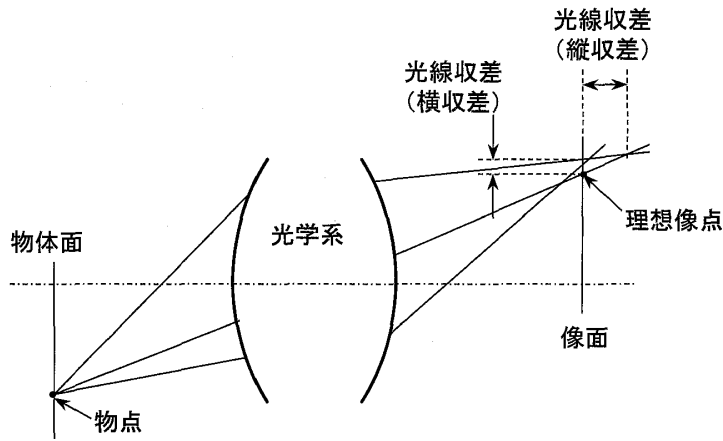


図2 光線収差

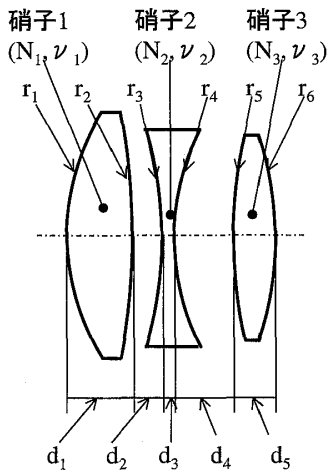


図3 レンズ系の構成要素

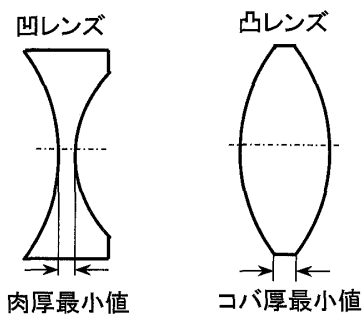


図4 レンズの肉厚, コバ厚最小値

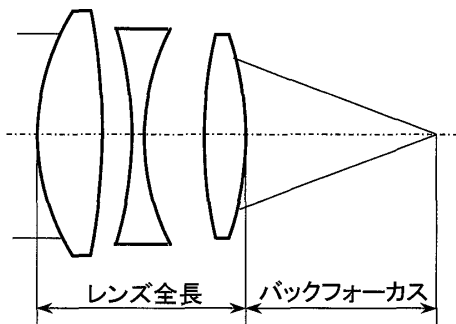


図5 レンズ全長, バックフォーカス

クトル;

$$F(X)=[F_1(X) F_2(X)\cdots F_m(X)]^T \quad (2)$$

where

$$F_i(X)=w_i\{f_i(X)-f_{i,tar}\}$$

で表される。ここで、上付き文字 T はベクトルないし行列の転置、 $f_i(X), f_{i,tar}$ はそれぞれ評価関数の実際の値とその目標値、 w_i はあらかじめ設計者が与える各評価関数にかかる重みを表す。なお、 $F(X)$ は X の非線形関数である。さらに、レンズ肉厚、コバ厚最小値 (図4) などレンズ系が満たすべき物理的制約、あるいはレンズ全長最大値、バックフォーカス (レンズ最終面から像面までの距離) 最小値 (図5) といった仕様上の制約を、等号制約条件ベクトル;

$$H(X)=[H_1(X) H_2(X)\cdots H_l(X)]^T=0 \quad (3)$$

及び、不等号制約条件ベクトル;

$$G(X)=[G_1(X) G_2(X)\cdots G_k(X)]^T\leq 0 \quad (4)$$

で表す。以上の表式を用いると、レンズ自動設計で比較的多く用いられてきたメリット関数と呼ばれる単一評価尺度を採用する手法の場合、レンズ設計問題は

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \phi(X)=F^T(X)F(X) \\ &\text{subject to } H(X)=0 \\ &G(X)\leq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

なる制約条件付き単一目標最適化問題として定式化される。式(5)において $\phi(X)$ は、レンズ設計分野でメリット関数と呼ばれるスカラー量である。通常のレンズ設計で用いられる変数及び評価関数の数は、簡単なもので変数が 20 から 30 個で評価関数が 40 から 50 個、ズームレンズのような複雑な系になると変数が 50 から 100 個で評価関数が 100 から 200 個に達する。

4. レンズ自動設計の歴史的経緯

本章では、これまでに用いられて来た様々なレンズ自動設計手法のうち、代表的なものについてそれらの内容を簡単にまとめる。

4.1 制約条件の無い場合の手法

4.1.1 単一評価尺度を用いる手法

レンズ設計問題を

$$\text{Minimize } \phi(X) = F^T(X)F(X) \quad (6)$$

なる制約条件無し単一目標最適化問題とみなす。

(1) 減衰最小二乗法

前述のように、収差補正は非線形計画問題であるため、最小二乗法では望ましい解を得ることが難しい。最小二乗法に、正規方程式の係数行列の正則性を保証するとともに評価関数の線形近似を精度良く成り立たせるため解ベクトルの変動量を小さく抑制する補正をはかったのが減衰最小二乗法 (DLS法; Damped Least Squares法) である。これは非線形計画法における Levenberg-Marquardt法[1]-[4]と同一の手法であり、現在のレンズ自動設計で最も広く使われているものである。

(2) 直交化法

D. S. Grey[5,6]により開発された手法であり、Gram-Schmidtの直交化法に立脚した独自のやり方で非線形性のコントロールを行っていることが特徴である。

まず、Jacobian行列 A を Gram-Schmidt法により QR分解する。

$$A = QR \quad (7)$$

ここで、 Q は正規直交行列、 R は上三角行列である。そして最小二乗問題の正規方程式

$$A^T A \Delta X = -A^T F(X_0) \quad (8)$$

に式(7)を代入し、正規直交行列の性質を用いて書き換えると、

$$R \Delta X = -Q^T F(X_0) \quad (9)$$

となる。ここで、 ΔX はその成分が $[\Delta x_1 \Delta x_2 \cdots \Delta x_n]^T$ で与えられ、変数空間上で出発点からの解の位置を与える解ベクトルである。そしてさらに、

$$U \equiv R \Delta X = -Q^T F(X_0) \quad (10)$$

とおく。本手法の特徴は、式(10)のように線形変換した U の各成分を個別にコントロールすることにより、非線形性を補正するためのステップ幅を巧みに制御していることである。

(3) 疑似2次微分法

メリット関数を出発点 X_0 の近傍で2次微分項まで展開する Newton-Raphson法を式(6)に適用すると、次式を得る。

$$\{A^T A + D\} \Delta X = -A^T F(X_0) \quad (11)$$

ここで、行列 D の各要素 D_{ij} は以下で与えられる。

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^m \left[F_k(X_0) \frac{\partial^2 F_k(X_0)}{\partial X_i \partial X_j} \right] \quad (12)$$

この行列 D を、その対角要素のみを採用して他の要素を0とした行列 D' で置き換えると式(11)は以下となる。

$$\{A^T A + D'\} \Delta X = -A^T F(X_0) \quad (13)$$

式(13)から解 ΔX を求める方法が疑似2次微分 (Pseudo-Second-Derivative) 法[7]-[9]である。

4.1.2 個々の評価関数に着目する手法

メリット関数という単一評価尺度を用いれば取扱いが簡単である反面、相競合する評価関数が存在する場合や適切な重み付けがされなかった場合には、メリット関数の最小点が必ずしも設計者の意図する最適解に一致するとは限らない。その欠点を回避することを意図して、メリット関数に依らず直接個々の評価関数そのものに着目し、それらを最適化する方法であり、応用数学分野の多目的計画法に相当する。

(1) Glatzel法

E. Glatzel[10, 11]により考案されたもので、変数の数が評価関数の数より多い場合に有効とされている。収差補正を以下で定式化し

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \Delta X^T \Delta X \\ &\text{subject to } F(X) = F(X_0) + A \Delta X \end{aligned} \quad (14)$$

これにLagrange未定乗数法を適用して、

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } L \\ &= \Delta X^T \Delta X + \lambda^T \{F(X_0) - F(X) + A \Delta X\} \end{aligned} \quad (15)$$

とするものである。ここで、 λ はLagrange未定乗数のベクトル表示である。式(15)の解は

$$\Delta X = A \{A A^T\}^{-1} \{F(X) - F(X_0)\} \quad (16)$$

となる。この手法は、 $\Delta X^T \Delta X$ を最小化することで線形近似をできるだけ良好に保たせながら個々の評価関数を各々の目標値に合わせることを意図している。E. Glatzelによって開発されたアルゴリズムでは、一挙に最終目標値を与えずに段階的に変化させたり、線形近似からのズレを考慮して ΔX を修正したりなど手の込んだ処理がなされている。

(2) 領域幅限定法

レンズ設計問題では多くの場合、目標値はある特定

の値を持つ必要はなく、ある幅の中に入っていればよい。こうした考えから、各評価関数に上限値 $F_U(X)$ 及び下限値 $F_L(X)$ を設定し、さらに評価関数を線形近似し、

$$F_L(X) \leq F(X_0) + A\Delta X \leq F_U(X) \quad (17)$$

なる連立一次不等式を反復計算で解くことによって最適解を探索しようというのがこの方法[12]である。制約条件も他の評価関数と全く同様に扱えるという利点がある。

(3) 次元降下法

まず Jacobian 行列 A を特異値分解する。

$$A = HSK \quad (18)$$

ここで、 H, K は直交行列、 S はその要素が A の特異値からなる対角行列である。そして、式(18)を評価関数の線形近似式に代入すると以下となる。

$$H^T F(X) = H^T F(X_0) + SK\Delta X \quad (19)$$

今、収差補正作業は式(19)の両辺のノルムを最小にすることと等価であるから、それを定式化すると

$$\text{Minimize } \|H^T F(X_0) + SK\Delta X\| \quad (20)$$

となる。式(20)から、直交変換された座標系上での解ベクトル $K\Delta X$ が求められる。この方法[13, 14]の大きな特徴は、解ベクトル $K\Delta X$ の各要素に対して、いたずらに解ベクトルのノルムを長くしていると判断される要素を強制的に 0 とする次元降下を行ったり、任意の係数をかけて直交変換後の座標系で変数のダンピングを行うなどの処理を設計者が直接行えるようにしたことである。

4.2 制約条件保持手法

レンズ自動設計で用いられてきた制約条件保持手法は、一般に変換法に分類される方法の中のペナルティ関数法[15]-[18]と未定乗数法[19]-[23]である。ペナルティ関数法はペナルティパラメータが大きくなるに従い数値計算上の不良条件を生じ効率が悪くなるといわれているが、制約条件を他の評価関数とまったく同一に扱えるという取扱い上の簡便さからレンズ設計の分野では比較的多く用いられてきた。また、未定乗数法は、ペナルティ関数法より厳密に制約条件を保持できると言われているが、非凸な問題に対しては原理的に適用不可能であることなどいくつかの問題点も指摘されている。一方、これら2手法の欠点を改良したものとして応用数学の分野で提案された乗数法をレンズ設計に適用する試みがいくつか報告されている。ここでは、我々が行ったレンズ設計問題に対する乗数法の効果検証実験の結果[24]を報告す

る。

4.2.1 効果検証実験

実験に用いたレンズ系の一つは図6にその断面図を示すようなカメラ用標準レンズである。このレンズ系に対して、変数19個(レンズの曲率、肉厚、面間隔)、評価関数20個(軸上、軸外の光線収差)、不等号制約条件10個(レンズ肉厚、コバ厚、バックフォーカス)を設定した。そして、制約条件保持手法としてペナルティ関数法と乗数法とを採用して、それぞれで最適化演算を実行し、得られた解を評価した。

4.2.2 実験結果

最適化演算反復計算過程における両手法のメリット関数減少傾向の比較を図7に示す。同図では横軸に反復計算回数、縦軸にメリット関数相対値の対数を取って示してある。また、乗数法ではメリット関数は使われないが、比較し易いように変換して表したものである。図7から明らかなように、乗数法の方がメリット関数値の小さい解を検出することができた。さらに、最終的に得られた解を調べてみると、乗数法では厳密に制約条件を保持できていたのに対し、ペナルティ関数

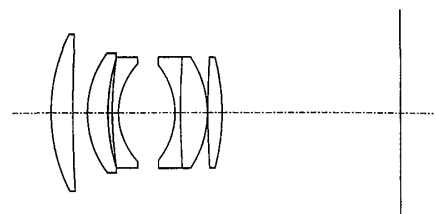


図6 カメラ用標準レンズ

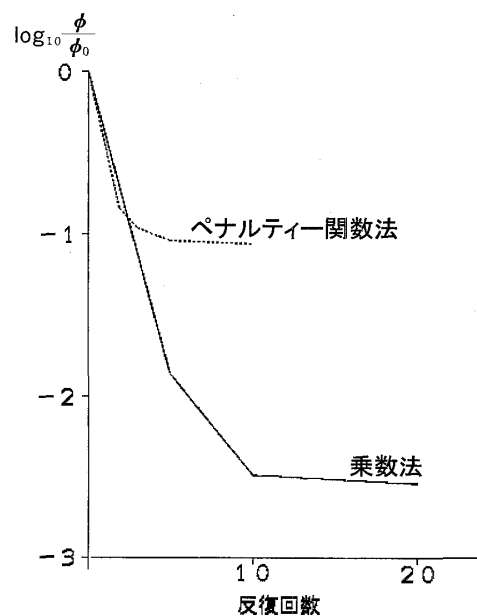


図7 効果比較実験結果

法では若干の制約条件侵害が発生しており、乗数法の方が制約条件保持の効果が高いことが確認できた。

以上のような実験をいくつかのレンズ設計問題について検討し、乗数法の効果が確認できたため、現在では弊社内の設計現場で乗数法が実用化されるに至っている。

4.3 大域的最適化に対する試み

前節までに述べた手法はいずれも出発点近傍の唯一の最適解を検出するもので、いわば局所的最適化手法である。これに対して、変数空間のより広い範囲からしかも複数の最適解を自動的に検出できる大域的最適化手法に関する試みがいくつか報告されている。それらの試みについて、確率論的手法と決定論的手法の2つに大別してまとめる。

4.3.1 確率論的手法

(1) アニーリング法

対象とする系を Boltzman 分布に従うエネルギー状態に例え、メリット関数値の増加するステップも確率関数で定義されるある確率で受け入れることにより、ローカルミニマムにトラップされることなく大域的最小値を検出しようというのがアニーリング法である。

Generalized Simulated Annealing 法[25]-[31]では、大域的最小値ではメリット関数値は0になるという考えから、確率関数 P における温度パラメータをメリット関数値で制御している。

Adaptive Simulated Annealing 法[32]-[34]では、最適化ステップの変動を独自の確率密度関数により制御している。また、メリット関数の増加するステップを受け入れる確率に対する温度の減少量を、新たな入力パラメータでコントロールしている。

これらの手法を簡単な2枚レンズなどいくつかの設計問題に適用し、従来の最適化手法では得られなかった様々な解が検出されている。

(2) 遺伝的アルゴリズム

レンズ系の構成要素の一組を個体とみなし、それらに遺伝的アルゴリズムを適用した結果が報告[35]されている。各個体に actual part と genetic part を設け、genetic part に先験的情報として熟練設計者の経験を植え付けることにより収束性の向上が試みられており、実際の設計問題として、7面からなるレンズ系と単色2枚レンズ系に適用し、このアルゴリズムの効果が検証されている。

さらに特筆すべき試みとして、上記手法で改善が不満足な場合、その変数群に Sequential Cluster Algor-

ithm を適用し、変数空間の次元拡張を行ってレンズタイプをも変更する報告[36]がある。遺伝的アルゴリズムによる改善が行き詰まった単色接合2枚レンズに適用した結果、接合レンズが分割された2枚レンズとなり、さらに良好な特性が得られている。

また、レンズ設計の代表的な諸手続きを遺伝的アルゴリズムで制御することによりレンズ形状を大幅に変更させる試みが報告[37]や、正規分布を仮定することによって連続変数を取り扱うとともに多目的最適化手法を適用した例が報告[38]されている。

4.3.2 決定論的手法

(1) 多次元空間サンプリング法

新たな最適化手法を適用するのではなく、変数空間やメリット関数によって与えられる地形を分析することにより、従来の局所的最適化手法の出発点を与える有望な初期形状を複数抽出し、それらの中から大域的最適解を見い出そうという試み[39]-[41]がある。まず第1段階で変数空間を粗くサンプリングし、有望な形状領域を複数抽出する。第2段階で抽出された各領域に局所的最適化ルーチンを適用してそれぞれの最適解を求める。それらの最適解の内、最も優れたものを大域的最適解として採用するものである。いわゆる“次元の呪い”を防ぐために、望みのない領域をあらかじめふるい分けるのにエキスパートシステム、計算スピードを向上させるのに並列（パイプライン）処理がそれぞれ適用されている。2枚レンズや3枚レンズに適用し、形状が様々な異なる結果が得られている。

(2) その他の方法

従来の局所的最適化手法を応用した手法である。その一つが、本来のメリット関数にエスケープ関数を付加して一旦検出した局所解近傍の地形を変形することによってそこから抜け出し、大域的最適解を検出しようとするもの[42]-[44]である。

5. まとめ

レンズ自動設計に関して、これまで適用されてきた様々な最適化手法やレンズ設計固有の性質に合わせた改良について報告した。今やレンズ設計業務には不可欠のツールであり、技術的にも完成の域に達したかのようにも見える。しかしながら、特に1980年代以降、大域的最適化手法に関する様々な試みが報告されていることからみると、最適化手法としてまだ定着したものがないと判断でき、今後、さらに発展する余地があると考えられる。

参考文献

- [1] K. A. Levenberg : Q. J. Appl. Math. 2 (1944) 164-168.
- [2] D. W. Marquardt : J. Soc. Ind. Appl. Math. 11 (1963) 431-441.
- [3] D. D. Morrison : SIAM J. Num. Anal. 5 (1968) 83-88.
- [4] D. W. Marquardt : Technometrics 12 (1970) 591-612.
- [5] D. S. Grey : J. Opt. Soc. Am. 53 (1963) 672-676.
- [6] D. S. Grey : J. Opt. Soc. Am. 53 (1963) 677-680.
- [7] D. R. Buchele : Appl. Opt. 7 (1968) 2433-2435.
- [8] D. C. Dilworth : Appl. Opt. 17 (1978) 3372-3375.
- [9] A. Faggiano : Appl. Opt. 19 (1980) 4226-4229.
- [10] E. Glatzel : Optik 18 (1961) 577-580.
- [11] E. Glatzel and R. Wilson : Appl. Opt. 7 (1968) 265-276.
- [12] T. Suzuki and S. Yonezawa : J. Opt. Soc. Am. 56 (1966) 677-683.
- [13] 大木裕史 : 光学 13 (1984) 490-496.
- [14] H. Ooki : Proc. SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 171-176.
- [15] M. J. Kidger and C. G. Wynne : Opt. Acta 14 (1967) 279-288.
- [16] H. H. Hopkins and A. Kadkly : J. Mod. Opt. 35 (1988) 49-74.
- [17] K. Tanaka : Proc. SPIE 1319 Optics in Complex Systems (1990) 619-620.
- [18] K. Tanaka : J. Opt. (Paris) 21 (1990) 241-245.
- [19] J. Meiron and H. M. Loebenstein : J. Opt. Soc. Am. 47 (1957) 1104-1109.
- [20] G. H. Spencer : Appl. Opt. 2 (1963) 1257-1264.
- [21] J. L. Rayces and L. Lebach : Opt. Eng. 27 (1988) 1031-1034.
- [22] S. Zhuang and Z. Qu : Proc. SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 177-179.
- [23] K. Tanaka : J. Opt. (Paris) 22 (1991) 7-9.
- [24] 松居 寛, 田中常文 : 第18回光学シンポジウム講演予稿集 (1993).
- [25] I. O. Bohachevsky, V. K. Viswanathan and G. Woodfin : Proc. SPIE 485 Application of Artificial Intelligence (1984) 104-112.
- [26] V. K. Viswanathan, I. O. Bohachevsky and T. P. Cotter : Proc. SPIE 554 International Lens Design Conference (1985) 10-17.
- [27] G. K. Hearn : Proc. SPIE 766 Recent Trends in Optical Systems Design ; Computer Lens Design Workshop (1987) 283-284.
- [28] S. W. Weller : Proc. SPIE 818 Current Developments in Optical Engineering II (1987) 265-274.
- [29] S. W. Weller : Opt. News, Dec. (1987) 20-21.
- [30] G. K. Hearn : Proc. SPIE 818 Current Developments in Optical Engineering II (1987) 258-264.
- [31] G. K. Hearn : Proc. SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 186-191.
- [32] G. W. Forbes and A. E. W. Jones : Proc. SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 144-153.
- [33] G. W. Forbes and A. E. W. Jones : Opt. Photonics News March (1992) 23-29.
- [34] A. E. W. Jones and G. W. Forbes : J. Global Optim. 6 (1995) 1-37.
- [35] M. Walk and J. Niklaus : J. Opt. Theory and Appl. 59 (1988) 173-181.
- [36] G. Elsner : J. Opt. Theory and Appl. 59 (1988) 165-172.
- [37] E. Betensky : Opt. Eng. 32 (1993) 1750-1756.
- [38] 小野 功 : 精密工学会誌 64 (1998) 1443-1446.
- [39] D. Sturlesi and D. C. O'Shea : Proc. SPIE 1168 Current Developments in Optical Engineering and Commercial Optics (1989) 92-106.
- [40] D. Sturlesi and D. C. O'Shea : Proc. SPIE 1354 International Lens Design Conference (1990) 54-68.
- [41] D. Sturlesi and D. C. O'Shea : Opt. Eng. 30 (1991) 207-218.
- [42] M. Isshiki, H. Ono and S. Nakadate : Opt. Rev. 2 (1995) 47-51.
- [43] 一色真幸, 小野広起, 中盾末三 : 光学 24 (1995) 415-421.
- [44] M. Isshiki, H. Ono, K. Hiraga, J. Ishikawa and S. Nakadate : Opt. Rev. 2 (1995) 463-470.