

# 離散パラメータに関する オンライン並列推定手法について

石崎 文雄

## 1. はじめに

待ち行列システムの制御を行う際に、あるバッファ容量を持つ待ち行列システムを観測することによってその待ち行列システムとバッファ容量だけが異なる別の待ち行列システムの性能を予測したいことが良くある。例えば、パケット通信網のルータにおいて動的なバッファ割当て制御を行うときに、各クラスに割当てられたバッファ容量を変化させると性能がどのように変化するか正確に予測することが良い制御のために必要である。このような場合には、実際に動いている待ち行列システムを停止させたりサービスに影響が出るような擾乱をシステムに加えることなく、そのシステムを観測することによりバッファ容量だけが異なる別の待ち行列システムの性能を予測しなければならない。さらにこのようなシナリオにおいては、待ち行列システムへの到着過程の統計的な性質が先験的に分かっていることが普通である。本稿で紹介するオンライン並列性能推定手法は、そのような場合に用いられる手法である。

本稿では、離散事象システムのオンライン並列性能推定のための手法を幾つか簡単に紹介する。本稿は個々の手法の詳細な解説をそれぞれ個別に与えることではなく、各手法の適用可能範囲および限界が明らかになるような形で手法の基本的なアイデアとそこに現れる重要な概念を出来るだけ整理された形で提示し、そのことにより全体的な見通しを与えることを目的とする。個々の手法の詳細な解説については、引用している参考文献を直接参照してほしい。

以降本稿は以下のように構成されている。2章においては、3, 4章で与えられるオンライン並列推定手法の紹介の準備として、本稿で考える離散事象システムの定式化および問題の定式化を行う。3章ではサンプルパス構築に基づいたオンライン並列推定手法を紹

介する。4章では分布間関係を利用したオンライン並列推定手法を紹介する。5章で本稿で紹介したオンライン並列推定手法の特徴を短くまとめる。

## 2. 離散事象システムの定式化

この章では、後の議論のための準備として離散事象システムの定式化を行う。特にここでは、考える離散事象システムを一般化セミマルコフ過程 (generalized semi-Markov process) の枠組みを使い定式化する。スペースの制約上、本稿では一般化セミマルコフ過程についての説明は行わない。一般化セミマルコフ過程については[1]等の文献を参照するとよい。

図1に示されているようなパラメータ  $\theta$  をもつ離散事象システムを考える。  $\theta$  の取り得る値は有限集合で、それを  $\Theta = \{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_M\}$  と表すことにする。例えば、待ち行列システムの例だとパラメータ  $\theta$  はバッファ容量等になる。

本稿においては各イベントに関連する時計の寿命列をシステムへの入力と考える。例えば、通常のシングルサーバ待ち行列システムの場合には客の到着に関連する時計の寿命列  $V_a = \{V_{a,1}, V_{a,2}, \dots\}$  と離脱に関連する時計の寿命列  $V_d = \{V_{d,1}, V_{d,2}, \dots\}$  が入力になる。ここに  $V_{a,k}, V_{d,k}$  はそれぞれ  $k$  番目の客の到着、離脱に関連する時計の寿命を表す確率変数である。

また、発生したイベントのタイプとその発生時刻の組で構成される列をシステムからの出力と考える。すなわち  $k$  番目に発生するイベントのタイプを確率変数  $E_k$ 、その発生時刻を確率変数  $T_k$  で表すと、出力は  $\{(E_1, T_1), (E_2, T_2), \dots\}$  で表される列になる。簡単のために出力を、それがパラメータ  $\theta$  に依存するこ

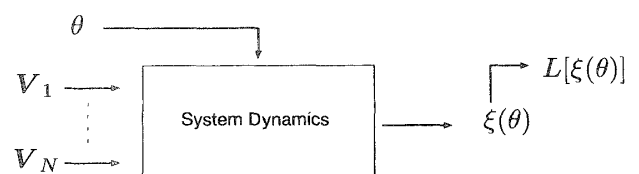


図1 パラメータ  $\theta$  を持つ離散事象システム

とが分かるように  $\theta$  を明記して、 $\xi(\theta)$  と書くことにする。また  $k$  番目のイベント発生直後のシステムの状態を確率変数  $X_k(\theta)$  ( $k=0, 1, \dots$ ) で表すことにする。システムの初期状態、すなわち  $X_0(\theta)$  は確定的に決まっているものとする。システムの発生可能イベント関数 (feasible event function) を  $\Gamma(x)$  で表記する。すなわち、システムが状態  $x$  にあるときの発生可能イベント集合 (feasible event set) は  $\Gamma(x)$  である。一般の離散事象システムにおいてはシステムの状態遷移は現在の状態と発生したイベントの組により確率的に決まるが、本稿で考える離散事象システムは状態遷移が現在の状態と発生したイベントの組により確定的に決まるものに制限する。システムの状態遷移関数を  $f$  で表記することにする。すなわち、システムが状態  $x$  にありイベント  $e'$  が発生すると、システムは新しい状態  $f(x, e')$  に遷移する。ここに  $i \notin \Gamma(x)$  である  $i$  に関して、 $f(x, i)$  は定義されないものとする。特に断りの無い限り本稿で考えるシステムのパラメータ  $\theta$  はシステムの状態遷移関数  $f$  にのみ影響を及ぼすものとする。

以上本稿の見方によると、考えるシステムはイベントに付随する時計の寿命列が入力されると、システムが持っている発生可能イベント関数と状態遷移関数に従って、イベントのタイプとその発生時刻の組の列  $\{(E_1, T_1), (E_2, T_2), \dots\}$  を出力するシステムと考えられる。

本稿で考えるような状態遷移に確率的な要素を含まない離散事象システムにおいては、初期状態と出力  $\{(E_1, T_1), (E_2, T_2), \dots\}$  からシステムの状態を表す過程を完全に決めることが出来るので、システムに関する情報の観点からは、出力とサンプルパスを同一視してよい。以降本稿では出力とサンプルパスを同一視することにする。このとき、システムのあるサンプルパスでの性能 (サンプル性能) は出力  $\xi(\theta)$  によって決まることになる。出力とサンプル性能を対応づけるサンプル性能関数を  $L$  と表記することになると、システムの性能評価指標は結局  $J(\theta) = E[L(\xi(\theta))]$  と表されることになる。

さて上の定式化のもとで、オンライン並列性能推定とはある特定の  $\theta$  のもとで動いている離散事象システムを観測し、その観測結果から違うパラメータ値を持ったシステムの性能  $J(\theta_0), J(\theta_1), \dots, J(\theta_M)$  を推定することである。以降簡単のために、ある特定のパラメータ値  $\theta$  で観測されたシステムのことを観測システ

ム、その観測システムの情報から性能を推定する  $\theta$  とは別のパラメータ値を持つシステムのことを推定システムと呼ぶことにする。観測システムの観測から得られる情報に関して以下のことを仮定しておく。

- 観測システムからの出力は直接観測することが出来る。
- 観測システムへの入力も直接観測することは出来ない。
- 観測システムの初期状態は既知である。

結局、本稿で考える離散事象システムに対するオンライン並列性能推定は、特定のパラメータ値  $\theta$  を持つ観測システムの出力の観測から違うパラメータ値 (すなわち違う状態遷移関数) を持つ推定システムの性能を推定することになる。

### 3. サンプルパス構築による方法

本章では、前章で定式化された離散事象システムの並列性能推定を行う手法、特に推定システムのサンプルパス構築によってオンライン並列性能推定を行う手法を幾つか紹介する。この方法は観測システムの出力の観測から推定システムのサンプルパスを構築するもので、観測システムの出力と確率的に等価な推定システムのサンプルパスが構築できれば、その構築されたサンプルパスから推定システムの性能が推定できることになる。サンプルパス構築によって並列推定を行う手法は、サンプルパスの構築の仕方により大きく二つに分類することが出来る。一つは観測システムの出力を観測し、それを直接使って推定システムのサンプルパス構築を行う方法で、もう一つは観測システムの出力の観測からその入力を決定しその入力を使って推定システムのサンプルパスを構築する方法である。前者の方法に基づいた手法を 3.1, 3.2 節で、後者の方法に基づいた手法を 3.3 節で紹介する。

#### 3.1 サンプルパス構築可能性

本節では、観測システムの出力を観測し、それを直接使って推定システムのサンプルパス構築を行う方法についての考察を行う。この方法では、観測システムの出力 (すなわち発生したイベントのタイプとその発生時刻の組の列) をそのまま使って推定システムの状態遷移関数を駆動してやることにより推定システムのサンプルパスを構築する。

このようにして推定システムのサンプルパスを構築する方法は直接的な方法ではあるが、どのようなシステムに対しても適用出来るわけではない。この方法が

適用できるためには、原理から明らかなように、観測システムからの出力を用いて“(a)観測システムの観測されたサンプルパスと確率的に等価な”(b)推定システムの状態遷移関数に従った推定システムのサンプルパス”を構築できないといけない。そのような推定システムのサンプルパスを構築出来ることを保証する条件を Cassandras and Strickland[3]はサンプルパス構築可能性条件 (Sample path constructability condition) と命名し研究している。サンプルパス構築可能性条件は、2つの条件を合わせた形で述べられており、その各々がそれぞれ上記の“(a)観測システムの観測されたサンプルパスと確率的に等価な”と“(b)推定システムの状態遷移関数に従った推定システムのサンプルパス”に対応している。以下において、サンプルパス構築可能性条件を説明する。

サンプルパス構築可能性条件の最初の条件は(b)に関連した条件で、可観測性条件 (Observability condition) と呼ばれる。この条件は、任意時点で観測システムと推定システム間の状態の違いに起因する発生可能イベント集合  $\Gamma(X_k(\theta))$ ,  $\Gamma(X_k(\theta_m))$  の違いのために推定システムのサンプルパスが構築出来なくなることがないことを保証する。言い換えると、推定システムの状態遷移関数が定義されないような状態とイベントの組合せが推定システムの状態遷移関数に入力されることがないことを保証する。

(可観測性条件)  $\xi(\theta)$  を  $\theta$  のもとでのサンプルパスとし、 $\{X_k(\theta)\}_{k=0}^{\infty}$  を対応する状態列とする。  $\theta_m \neq \theta$  に関して、 $\xi(\theta_m)$  を  $\theta$  における出力  $\xi(\theta)$  によって生成されるサンプルパスとする。このとき、すべての  $k=0, 1, \dots$  に関して、 $\Gamma(X_k(\theta_m)) \subseteq \Gamma(X_k(\theta))$ 。

この条件が満たされているとき  $\xi(\theta_m)$  は  $\xi(\theta)$  に対して可観測 (observable) であるといわれる。

例 3.1 : G/G/1/K 待ち行列システムに関する可観測性条件[1]

G/G/1/K 待ち行列システムの例を考えてみる。バッファ容量  $K$  をパラメータとし、 $K=3$  のシステムを観測システム、 $K=2$  のシステムを推定システムとする。このとき  $\xi(2)$  の  $\xi(3)$  に対する可観測性を考えてみる。

これらの2つのシステムの状態遷移図を図2に示す。ここにイベントの集合は  $\varepsilon = \{a, d\}$  で、 $a, d$  はそれぞれ客の到着、離脱を表す。推定システムのサンプルパスは観測システムの出力をそのまま使って構築されるので、2つのシステムの結合待ち行列長を状態とし、

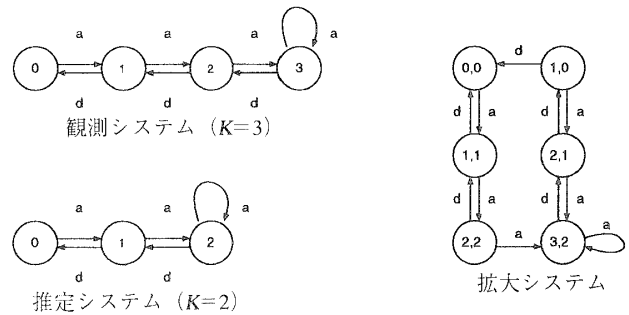


図2 状態遷移図

さらにその状態から過渡的な状態を取り除いた新しいシステムを考えるのが便利である。このシステムのことを Cassandras and Strickland[4]は拡大システム (Augmented system) と名付けた。図に示された拡大システムの左側の部分では、2つのシステムは同じ状態にとどまっている。2つのシステムの状態の違いは、ある  $k$  に関して  $X_k(3) = X_k(2) = 2$  でイベント  $a$  が起こったときに限り発生する。そのときに、 $X_{k+1}(3) = 3$  となるが、 $X_{k+1}(2) = 2$  である。これ以降2つのシステムの状態は  $X_k(3) = X_k(2) + 1$  となり、この関係は状態が  $(1, 0)$  になるまで続き、状態が  $(1, 0)$  でイベント  $d$  が発生すると状態は  $(0, 0)$  に戻る。

拡大システムの状態遷移図を調べることにより、 $X_k(3) = X_k(2)$  となる3つの状態に関して可観測性条件が満たされていることが直ちにわかる。また同様に状態  $(3, 2)$ ,  $(2, 1)$  に関して、すべての  $x > 0$  で  $\Gamma(x) = \{a, d\}$  なので可観測性条件が満たされていることがわかる。残りの状態  $(1, 0)$  についても、 $\Gamma(X_k(2)) = \Gamma(0) = \{a\} \subset \{a, d\} = \Gamma(1) = \Gamma(X_k(3))$  であるので可観測性条件が満たされている。したがって、 $\xi(2)$  は  $\xi(3)$  に対して可観測になっている。

次に、観測システムと推定システムの役割を入れ替えて、可観測性を考えてみる。すなわち、 $K=2$  のシステムを観測システム、 $K=3$  のシステムを推定システムとし、 $\xi(3)$  の  $\xi(2)$  に対する可観測性を考える。このときは、状態  $(1, 0)$  について、 $\Gamma(X_k(3)) = \Gamma(1) = \{a, d\} \not\subset \{a\} = \Gamma(0) = \Gamma(X_k(2))$  となり、状態  $X_k(2) = 0$  で状態  $X_k(3) = 1$  で必要とされる発生可能イベント  $d$  が観測できないことになる。したがって、 $\xi(3)$  は  $\xi(2)$  に対して可観測とならない。

さて話を元に戻して、残りの“(a)観測システムの観測されたサンプルパスと確率的に等価な”の部分に関わる条件についての考察を行う。ある時点において観測システムで発生可能イベントであるにも関わらず、推定システムで発生可能イベントでないイベントが存

在するかもしれないことに注意する（可観測性条件が満たされている場合は、ある時点で観測システムで発生可能イベントでないイベントであるにも関わらず、推定システムで発生可能イベントであるようなイベントは存在しない）。このために、観測システムと推定システム間でその入力であるイベントに関する時計の寿命列が異なることになる場合がある。このことを、先ほどのG/G/1/K待ち行列システムを例にとりて考えてみる。K=3のシステムを観測システム、K=2のシステムを推定システムとし、観測システムの出力に従って推定システムのサンプルパスを図3のように構築したとする。このとき、 $t_3$ で発生したイベントdを引き起こした時計の寿命は観測システムにおいては $t_3-t_1$ 、推定システムにおいては $t_3-t_2$ となり異なった値を取ったことになっていることに注意。時刻 $t_1$ においてイベントdは観測システムにおいては発生可能イベントであるにも関わらず推定システムにおいては発生可能イベントではなかった。その後、時刻 $t_2$ で発生した状態遷移によりイベントdは推定システムにおいても発生可能イベントとなった。このために、推定システムではイベントdに関連する時計のために新しい寿命（すなわち年齢が0のときの残余寿命）を必要とする。しかしながら、使っている情報は年齢が $t_2-t_1$ のときの残余寿命で、その残余寿命を新しい寿命の代用品として使い推定システムのサンプルパスを構築していることになっている。したがって一般的には、このようにして構築された推定システムのサンプルパスは観測システムのそれと確率的に等価にならない。上の観察から構築された推定システムのサンプルパスが観測システムのそれと確率的に等価になるためには、観測システムにおいて発生可能で推定システムにおいて発生可能でなかったイベントが発生可能となる点での時計の残余寿命分布がもともとの寿命分布

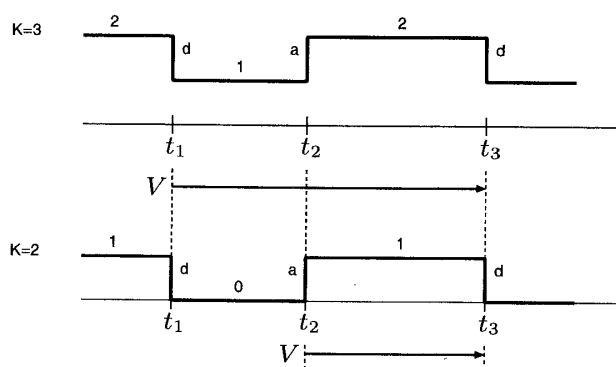


図3 観測システムと推定システムの時計寿命

に等しくなっていないといけなことが分かる。このことを以下にまとめる。

あるイベント*i*の観測された年齢を*z*としたときのそのイベントの残余寿命の分布を $H_i(t, z)$ で表すことにする。すなわち、

$$H_i(t, z) = P(V_i < z + t | V_i > z)$$

である。イベントの年齢はパラメータ $\theta$ に依存することに注意して、 $\theta$ のもとでの*k*番目のイベント発生直後のイベント*i*の年齢を $z_{i,k}(\theta)$ で表す。また一般的には残余寿命の分布 $H_i(t, z)$ もパラメータ $\theta$ に依存するので $H_i(t, z; \theta)$ と表記することにする。

(イベントに関連する時計の残余寿命分布に関する条件) すべての $i \in \Gamma(X_k(\theta_m))$ ,  $k=0, 1, \dots$ に関して、

$$H_i(t, z_{i,k}(\theta_m); \theta_m) = H_i(t, z_{i,k}(\theta); \theta).$$

上記のイベントに関連する時計の残余寿命分布に関する条件が満たされれば、推定システムのサンプルパスは観測システムのそれと確率的に等価になることが保証される。

以上の可観測性条件とイベントに関連する時計の残余寿命分布に関する条件を合わせたものをサンプルパス構築可能性条件と呼ぶ。このサンプルパス構築可能性条件が満たされているとき、観測システムの出力に従って推定システムの状態を推定システムの状態遷移関数によって駆動してやると観測システムのサンプルパスと確率的に等価な推定システムのサンプルパスが構築できることになる。

### 3.2 イベントマッチングアルゴリズム

3.1節で考えた推定システムのサンプルパスの構築方法は、観測システムの出力をすべて使って推定システムのサンプルパスを構築する方法であった。本節では、観測システムのサンプルパスをカットアンドペースト (cut-and-paste) して、言い換えると観測システムの出力の全てを使わずその一部を使うことによって推定システムのサンプルパスを構築する方法を考える。そうすることにより、ある時点での観測システムと推定システム間の状態の違いに起因する発生可能イベント集合 $\Gamma(X_k(\theta))$ ,  $\Gamma(X_k(\theta_m))$ の違いのために推定システムのサンプルパスが構築出来なくなることを回避し、可観測性条件を満足することが出来るようになる。

可観測性条件が満たされていない観測システムと推定システムを考える。このとき、以下のようにして推定システムのサンプルパスを構築することを考える。 $\Gamma(X_k(\theta_m)) \subseteq \Gamma(X_k(\theta))$ である間は、前節のやり方と

同じように観測システムの出力に従って推定システムのサンプルパスを構築する。 $\Gamma(X(\theta_m)) \supset \Gamma(X(\theta))$  であるような状態の組合せ  $(X(\theta), X(\theta_m))$  にシステムが達したとき推定システムのサンプルパスの構築を一時休止し、観測システムの新しい状態  $X'(\theta)$  が  $\Gamma(X(\theta_m)) \subseteq \Gamma(X'(\theta))$  を満たす状態になったときに推定システムのサンプルパスの構築を再開する。ここで可観測性条件充足のためには、推定システムのサンプルパスの構築の再開を  $X'(\theta) = X(\theta_m)$  という状態マッチングではなく、もう少し弱いイベントマッチング  $\Gamma(X(\theta_m)) \subseteq \Gamma(X'(\theta))$  で行えば十分であることに注意。このようにイベントマッチングにより観測システムのサンプルパスのカットアンドペーストを行い推定システムのサンプルパスの構築を行う手法をイベントマッチングアルゴリズム (Event Matching Algorithm) [5] と呼ぶ。

次に、イベントに関連する時計の残余寿命分布に関する条件の観点からイベントマッチングアルゴリズムを考察する。この条件が満たされるためには、サンプルパスの構築が再開される点で、推定システムのすべての発生可能イベントに付随する時計の残余寿命分布が観測システムの対応するそれと等しくなっている必要がある。これは一般には満たされないが、イベントに関連する時計の寿命分布がすべて指数分布のシステムや指数分布に従わない時計がサンプルパスの構築が再開される点で観測システムと推定システムの両方で必ず新たにセットされるようなシステムにおいてはこの条件は満たされることになる。後者のシステムの例として M/GI/1/K 待ち行列システムがある。

### 例 3.2: M/GI/1/K 待ち行列システムへのイベントマッチングアルゴリズムの適用

例 3.1 と同様のシステム、ただし到着  $a$  に関する時計の寿命が独立同一の指数分布、離脱  $d$  に関する時計の寿命が独立同一の一般分布に従う待ち行列システムを考える。観測システムのバッファ容量を  $K=2$ 、推定システムのバッファ容量を  $K=3$  とする。このとき、カットアンドペーストを行わず観測システムの出力をすべて使って推定システムのサンプルパスを構築しようとする、例 3.1 で見たように可観測性条件が満たされない。しかしながら、状態の組合せが  $X(\theta) = 0, X(\theta_m) = 1$  になった時点で推定システムのサンプルパスの構築を休止し、観測システムに到着があり  $X(\theta) = 1$  になった時点でサンプルパスの構築を再開することにすると、可観測性条件をうまく満足するこ

とが出来る。またイベントに関連する時計の残余寿命分布に関する条件については、イベント  $a$  に関する時計の寿命は指数分布にしたがうので、その無記憶性により条件を満たす。イベント  $d$  に関する時計の寿命は一般に無記憶ではないが、サンプルパスの構築が再開される点で、必ず観測システムと推定システムの両方で新たな寿命 (すなわち年齢が 0 の残余寿命) が設定されるので、時計の寿命の分布は観測システムと推定システムで同一のものとなる。したがって、イベントに関連する時計の残余寿命分布に関する条件も満たされることになる。結果として、イベントマッチングアルゴリズムは M/GI/1/K 待ち行列システムに適用可能である。

### 3.3 タイムワーピングアルゴリズム

今までに説明したサンプルパス構築の方法は、観測システムの出力の全部あるいは一部を使って推定システムのサンプルパスを構築するものであった。それに対しタイムワーピングアルゴリズム (Time Warping Algorithm) [2] は観測システムの入力すなわち各イベントの時計寿命列を使って推定システムのサンプルパスを構築する。タイムワーピングアルゴリズムを一言で説明すると以下のようなになる。観測により観測システムの出力からその入力であるイベントの時計寿命列を順次決定していく。現時点までに得られた時計寿命列を使うことにより、推定システムのサンプルパスを現時点までで構築できる最大時点まで構築していく。

タイムワーピングアルゴリズムは、前節までに紹介したサンプルパス構築アルゴリズムに比べるとより原始的でそれゆえに適用範囲も広い。しかしながら、すでに観測されたにも関わらずまだ推定システムのサンプルパスの構築のために使われていないイベントの時計寿命の部分列を記憶しておくことが必要となる。スペースの制約上、タイムワーピングアルゴリズムのこれ以上の説明と定式化は省略する。タイムワーピングアルゴリズムについての詳しい説明は [2, 1] を参照してほしい。

## 4. 分布間に成立する関係を利用する方法

3 章では推定システムのサンプルパスを構築することによって推定システムの性能推定を行う手法を紹介した。本章では、観測システムと推定システムの状態の分布間に成立する関係を利用して、観測システムの出力の観測から推定システムの性能推定を行う手法を紹介する。

バッファ容量の異なる M/GI/1/K 待ち行列システムの定常待ち行列長分布間で簡単な比例関係が成立することがよく知られている。その関係は例えば以下のように表現される[10]。  $K_0 > K_1, j=0, \dots, K_1-1$  に関して、

$$P(X(K_1)=j) = \frac{P(X(K_0)=j)}{1 - \rho P(K_1 \leq X(K_0) \leq K_0 - 1)},$$

$$P(X(K_1)=K_1) = 1 - \frac{P(X(K_0) \leq K_1 - 1)}{1 - \rho P(K_1 \leq X(K_0) \leq K_0 - 1)}.$$

ここに  $X(K_i) (i=0, 1)$  は M/GI/1/ $K_i$  待ち行列システムの定常状態での待ち行列長を表す確率変数、 $\rho$  はトラフィック強度である。これと同様な比例関係は他の待ち行列システム、例えばレベル依存な休暇時間をもつ M/GI/1/K 待ち行列システム[6,13]等においても成立することが知られている。

待ち行列システムの多くの(定常)性能評価指標は、定常待ち行列長分布から計算することができる。そこで以下のように、観測システムと推定システムの定常待ち行列長分布間に成立する比例関係を利用して、観測システムを観測することによって得られた情報から推定システムの種々の性能を推定することができる。

1. 観測システムを観測することにより観測システムの定常待ち行列長分布を推定する。
2. その推定された観測システムの定常待ち行列長分布から比例関係を使って推定システムの定常待ち行列長分布を推定する。
3. その推定された定常待ち行列長分布から推定システムの性能を推定する。

この並列推定に分布間に成立する比例関係を利用するというアイデアそのもの自体は文献[7]まで遡ることが出来るものと思われる。そこにおいて Gong and Gong は M/GI/1/K にそのアイデアを適用しバッファ容量をパラメータとした並列性能推定を研究している。

分布間に成立する関係を利用する並列性能推定手法は、観測システムと推定システムの状態分布間に何らかの単純な関係が成立しているようなシステムにしか適用できず、このことがこの手法の適用可能範囲を本質的に制限する。この制限とサンプルパス構築による手法も適用出来る M/GI/1/K 待ち行列システムへの適用のような適用例しか示されてこなかったために、分布間に成立する比例関係を利用する手法は Gong and Gong の研究以後あまり注目されて来なかったよ

うに思える。しかしながら、最近になって Ishizaki et al. [9]は、サンプルパス構築による方法が容易に適用出来ない応用上重要と思われる離散時間待ち行列システムに分布間に成立する比例関係を利用する手法を適用し、その手法の可能性と意義を再提示している。

サンプルパス構築による手法の適用が難しいが分布間に成立する関係を利用する手法が容易に適用できる待ち行列システムの例として、図4に示されるような待ち行列システムを考える。このシステムは単一サーバとバッファで構成される離散時間待ち行列システムで、到着過程は二種類のストリームから構成される。各ストリームから客は集団で到着し、客のサービス時間は同じ幾何分布にしたがうものとする。一番目のストリームは、相関のある到着過程、ただし到着のないスロットにおいて再生する到着過程である。二番目のストリームは、前のスロットでの待ち行列長に依存して次のスロットでの到着数が決まるレベル依存の到着過程である。このストリームは待ち行列長に基づいたフィードバック制御が行われているような到着過程であると見ることが出来るので、文献[9]においてはこのような到着過程を持つ待ち行列システムのことを feedback controlled queueing system と呼んでいる。このような待ち行列システムに関して、観測システムのバッファ容量を  $K_0$ 、推定システムのバッファ容量を  $K_1$  とし、 $K_0 > K_1$  を仮定してオンライン並列性能推定を行う。この待ち行列システムにおいても、観測システムと推定システムの定常待ち行列長分布間にある比例関係が成立することが示される[14,8]。この分布間に成立する関係を利用して、観測システムの出力の観測から推定システムの性能を推定することが出来る。

上記のシステムでは、システムへの入力システムの状態によってフィードバック制御される。それゆえ、パラメータの値が状態遷移関数のみならず、入力にも影響を及ぼすことになる。このことは、観測システムへの入力と全く同じ列が推定システムへ入力されても

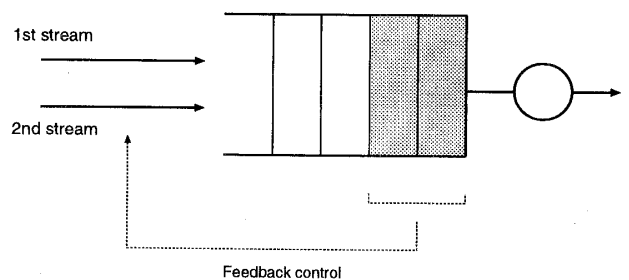


図4 Feedback controlled queueing system

それら二つの入力は確率的に等価とは限らないことを意味する。このために、サンプルパス構築による方法によってオンライン並列性能推定をすることは難しい。例えば、3.1, 3.2節で紹介した手法を適用するにも、そもそも上記のシステムはイベントに関連する時計の残余寿命分布に関する条件を満たしていない。また3.3節で紹介した手法を適用してサンプルパスを構築すると推定システムには観測システムの入力と同じ列が入力されることになるが、上述のようにそれらは確率的に等価とはならないので、そのようにして構築された推定システムのサンプルパスは観測システムのサンプルパスと確率的に等価ではなくなる。結果として、上記のシステムに対してサンプルパス構築による方法を適用するのは難しい。

文献[11]で得られた結果は、その後Ishizaki[8]により優先権を含むような離散時間待ち行列システムに拡張されている。さらに、Miyoshi and Ishizaki[14]は、より一般的な設定で文献[8,9,11,12]において得られていたバッファ容量の異なる待ち行列間の定常待ち行列分布の比例関係を含むより一般的な結果を統一的なアプローチで証明している。

## 5. さいごに

本稿では、オンライン並列性能推定手法を幾つか簡単に紹介した。本稿で紹介した性能推定手法は、

- 到着過程に関する先験的な完全な知識を必要としない
  - 到着過程の統計的性質の変化に追従することができる
  - 作動中の実システムに擾乱を加えることなく、別のパラメータ値でのシステムの性能を推定できる
- という特徴を持つため、オンラインで動的な制御を行う場合に特に有益である。これらの性能推定手法を使った離散事象システムの動的な制御に関する研究が今後より盛んに行われることを期待したい。

### 参考文献

- [1] C. G. Cassandras and S. LaFortune, *Introduction to discrete event systems*, Kluwer academic publishers, 1999.
- [2] C. G. Cassandras and C. G. Panayiotou, Concurrent sample path analysis of discrete event systems, *Journal of Discrete Event Dynamic Systems*, Vol. 9, pp. 171-195, 1999.
- [3] C. G. Cassandras and S. G. Strickland, Sample path properties of timed discrete event systems, *Proc. of the IEEE*, Vol. 77 pp. 59-71, 1989.
- [4] C. G. Cassandras and S. G. Strickland, On-line sensitivity analysis of Markov chains, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, Vol. 34, pp. 76-86, 1989.
- [5] C. G. Cassandras and S. G. Strickland, Observable augmented systems for sensitivity analysis of Markov and semi-Markov processes, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, Vol. 34, pp. 1026-1037, 1989.
- [6] P. Glasserman and W.-B. Gong, Time-changing and truncating  $K$ -capacity queues from one  $K$  to another, *Journal of Appl. Prob.* Vol. 28, pp. 647-655, 1991.
- [7] W. B. Gong and K. Gong, On-line estimation of buffer size effect in M/G/1/K queue and its application, *Proc. of the 28th Conference on Decision and Control*, pp. 1087-1092, 1989.
- [8] F. Ishizaki, On-line concurrent estimation of priority queueing systems with feedback controlled and non-renewal input streams, *Proc. of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 406-411, 2000.
- [9] F. Ishizaki, Exact relation between loss probability and queue length in an ATM multiplexer with correlated arrivals and periodic vacations, *Proc. of the 14th International Conference on Information Networking (ICOIN-14)*, pp. 1 A-3.1-1 A-3.8, 2000.
- [10] F. Ishizaki, Comparison of estimators for on-line concurrent performance estimation of queueing systems, to be presented at IASTED International Conference Modelling, Identification and Control (MIC) 2001.
- [11] F. Ishizaki, G. C. Lin and T. Suda, On-line sensitivity analysis of feedback controlled queueing systems with respect to buffer capacity, *Proc. of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 40-50, 1999.
- [12] F. Ishizaki and T. Takine, Loss probability in a finite discrete-time queue in terms of the steady state distribution of an infinite queue, *Queueing Systems*, Vol. 31, pp. 317-326, 1999.
- [13] J. Keilson and L. D. Servi, Blocking probability for M/G/1 vacation systems with occupancy level dependent schedules, *Oper. Res.* Vol. 37, pp. 134-140, 1989.
- [14] N. Miyoshi and F. Ishizaki, A unified approach to the proportional relation for discrete-time single-server queues, submitted, 2000.